1.- Resuelve el sistema:

$$\begin{aligned} x_1 - 5x_2 + 4x_3 &= -3 \\ 2x_1 - 7x_2 + 3x_3 &= -2 \\ -2x_1 + x_2 + 7x_3 &= -1 \end{aligned}$$

2.- Estudia si el siguiente sistema es compatible:

$$\begin{array}{rrrrcr} x_1 & & -2x_3 & & = & -1 \\ & x_2 & & -x_4 & = & 2 \\ & -3x_2 & +2x_3 & & = & 0 \\ -4x_1 & & & +7x_4 & = & -5 \end{array}$$

3.- Halla los posibles valores de h para los cuales las siguientes matrices son las matrices ampliadas de sistemas lineales compatibles:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 3 & h & -6 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & -6 & -3 \\ -4 & 12 & h \end{bmatrix}$$

4.- Determina cuáles de las siguientes matrices están en forma escalonada reducida, cuáles están en forma escalonada (no reducida) y cuáles no están en forma escalonada.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5.- Reduce por filas las siguientes matrices a forma escalonada reducida y determina las columnas pivote.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 10 \\ 2 & 5 & 8 & 11 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

6.- Considera el sistema de ecuaciones lineales cuya matriz ampliada es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Clasifica el sistema de acuerdo a su solución.

7.- Determina h y k de forma que el siguiente sistema de ecuaciones lineales (a) no tenga solución, (b) tenga una única solución, y (c) tenga infinitas soluciones.

$$\begin{aligned} x_1 + hx_2 &= 1 \\ 2x_1 + 3x_2 &= k \end{aligned}$$

8.- Razona si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. (Por razonar se entenderá citar teoremas o resultados apropiados en el caso verdadero y proporcionar contraejemplos en el caso falso).

1. Si una matriz B se obtiene de otra matriz A mediante operaciones elementales de fila, entonces A puede obtenerse de B mediante operaciones elementales de fila.
2. Cada matriz es equivalente por filas a una única matriz en forma escalonada.
3. Multiplicar por una constante todos los elementos de una fila es una operación elemental de fila.
4. Si la matrices ampliadas de dos sistemas de ecuaciones son equivalentes por filas, entonces los dos sistemas tienen el mismo conjunto de soluciones.
5. Cualquier sistema de n ecuaciones lineales con n incógnitas tiene como máximo n soluciones.
6. Si un sistema de ecuaciones lineales tiene dos soluciones diferentes, entonces tiene infinitas soluciones diferentes.
7. Si un sistema de ecuaciones lineales no tiene variables libres entonces tiene una única solución.
8. Si todas las columnas de la matriz de coeficientes de un sistema compatible son columnas pivote, entonces la solución del sistema es única.
9. Un sistema de ecuaciones lineales tiene infinitas soluciones si y sólo si al menos una columna en la matriz de coeficientes no contiene una posición pivote.
10. Un sistema compatible de ecuaciones lineales tiene infinitas soluciones si y sólo si al menos una columna en la matriz de coeficientes no contiene una posición pivote.
11. Un sistema incompatible de ecuaciones lineales tiene, algunas veces, una única solución.
12. Una matriz 5×7 no puede tener una posición pivote en cada fila.
13. Una matriz 6×5 no puede tener una posición pivote en cada fila.

9.- Determina un polinomio de segundo grado, $p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, que pase por los puntos del plano $(1, 12), (2, 15), (3, 16)$.

10.- Una central térmica quema dos tipos de carbón: antracita (A) y hulla (B). Por cada tonelada de A quemada, la central produce 27.6 millones de vatios de calor, 3100 gramos (g) de dióxido de azufre y 250 g de residuos en polvo. Por cada tonelada de B quemada, la planta produce 30.2 millones de vatios de calor, 6400 gramos (g) de dióxido de azufre y 360 g de residuos en polvo.

1. ¿Cuánto calor produce la central cuando quema x_1 toneladas de A y x_2 toneladas de B?
2. Supóngase que la salida de la central es descrita por un vector que lista las cantidades de calor, dióxido de azufre y residuos en polvo. Expresa este resultado como una combinación lineal de dos vectores, suponiendo que la central quema x_1 toneladas de A y x_2 toneladas de B.

11.- Dado el sistema

$$\begin{aligned} 3x_2 - 2x_3 + x_4 &= 0 \\ x_1 - 2x_2 + 6x_3 &= 0 \\ 7x_1 + x_2 - 5x_3 - 8x_4 &= 0. \end{aligned}$$

Escríbelo en la forma $Ax = b$ y resuélvelo.

`Ejercicios adicionales: Libro ‘‘Álgebra lineal y sus aplicaciones’’ de D.C. Lay. Capítulos 1.1-1.4`