INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN

EXAMEN DE AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS I

15 de febrero de 2007

INSTRUCCIONES

Por favor, antes de leer los enunciados del examen, lea *atentamente* estas instrucciones.

1. Escriba **apellidos y nombre** en todas las hojas que le sean entregadas al empezar el examen, y en todas las que pida durante su realización. **No se corregirán examenes anónimos.**

2. Haga y entregue **cada problema por separado.**

3. Para que la solución de un problema dé derecho a la máxima puntuación del mismo, la respuesta debe ser **correcta** y estar en su forma **más simplificada**. De no ser así queda a discreción del profesor la calificación que corresponde a ese problema.

4. No está permitido utilizar apuntes de clase, ni libros, ni calculadoras.

5. **No se puede hacer el examen a lápiz.** El examen es un documento escrito con valor legal y, como tal, debe garantizarse su inalterabilidad. Así pues, responda con bolígrafo, a ser posible de tinta negra o azul, para facilitar la corrección.

6. La nota final del examen se obtendrá como el máximo de estas dos: (a) la nota del examen, y (b) 90 % de la nota del examen y 10 % de la nota de Matlab (ambas sobre 10 puntos).

7. Identifíquese dejando el D.N.I. o el carné de la Universidad en lugar visible de su mesa.

8. Será motivo de expulsión del examen

   a) utilizar apuntes, libros o calculadoras,

   b) ser sorprendido copiando del examen de otra persona,

   c) ser sorprendido hablando con otra persona,

   d) tener un teléfono móvil al alcance.

   Cualquier expulsión del examen será comunicada a la Dirección de la Escuela para que adopte las oportunas medidas disciplinarias.

9. Finalmente, una recomendación: **lea con cuidado los enunciados de los problemas antes de contestarlos**.

La resolución del examen se pondrá en breve en un fichero .pdf en Aula Global.

INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN

EXAMEN DE AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS I

15 de febrero de 2007

1. (total: 2 puntos) Sea $u(x,y) = 2x(1-y)$.

(a) **(0.5 puntos)** Demuestre que $u(x,y)$ es la parte real o imaginaria de una función analítica.

(b) **(1 punto)** Halle todas las funciones $f(z)$ tales que $\operatorname{Re} f(z) = u(x,y)$, siendo $z = x+iy$.

(c) **(0.5 puntos)** Sin repetir los cálculos del apartado anterior, halle todas las funciones analíticas tales que $\operatorname{Im} f(z) = u(x,y)$.

2. (total: 3 puntos)

(a) **(1 punto)** Calcule el desarrollo de Taylor hasta la potencia z^4 de la función

$$f(z) = \frac{z}{\operatorname{sen} z}$$

y determine el radio de convergencia.

(b) **(total: 2 puntos)** Calcule la integral

$$\oint_{|z|=1/5} \frac{dz}{\operatorname{sen} \frac{1}{z}},$$

donde la curva está orientada positivamente.
SUGERENCIA: Como la función tiene infinitas singularidades en el interior de la curva, utilice las del exterior.

3. (total: 3 puntos) Calcule mediante residuos la integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{a\cos x + x \operatorname{sen} x}{x^2 + a^2}\, dx$$

justificando todos los pasos.

4. (total: 2 puntos) Sea la ecuación diferencial

$$(x+2)\operatorname{sen} y\, dx + (1+x^2)\cos y\, dy = 0.$$

(a) **(1 punto)** Halle un factor integrante que la convierta en una ecuación exacta.

(b) **(1 punto)** Resuelva la ecuación.