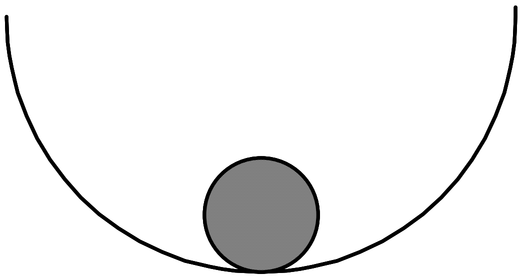
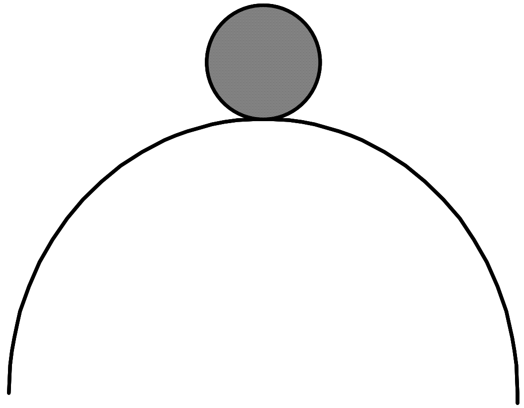
CAPÍTULO 15

INESTABILIDAD ELÁSTICA: PANDEO

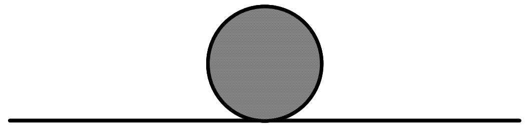
ESTABILIDAD E INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO



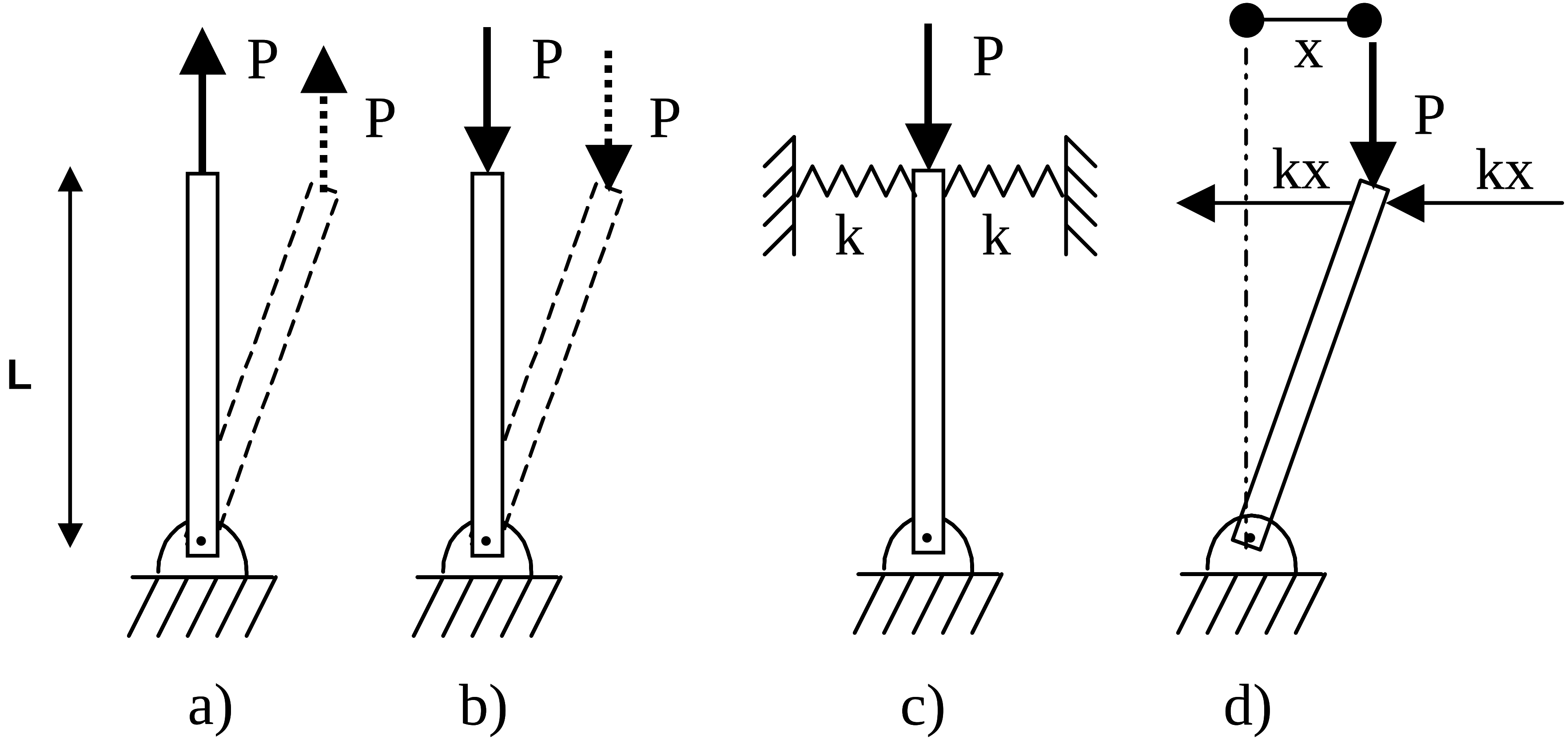
Equilibrio estable



Equilibrio inestable

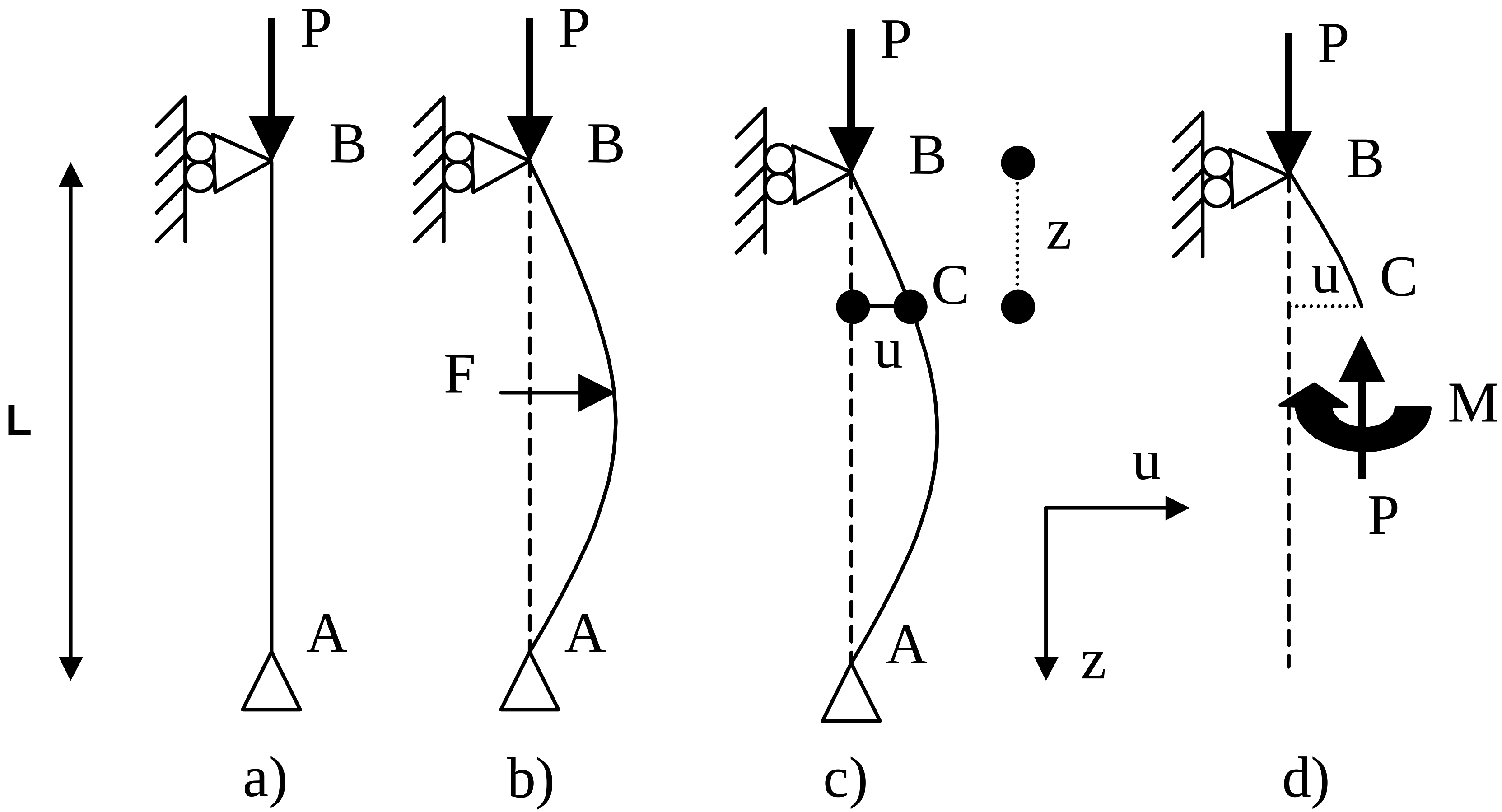


Equilibrio indiferente



Si: *2kxL>Px* (lo que implica *P<2kl*) el equilibrio es estable.
Si: *2kxL<Px* (lo que implica *P>2kl*) el equilibrio es inestable.

PANDEO DE BARRAS:



si *M>Pu* el equilibrio sería estable y si *M<Pu*, inestable.

Cuando el momento es crítico *(M=Pu)*, podemos tomar momentos en *C* obteniendo:

$$M = Pu = -\frac{d^2u}{dz^2} EI$$

$$\frac{d^2u}{dz^2} + \frac{P}{EI} u = 0 \qquad ó \qquad \frac{d^2u}{dz^2} + k^2 u = 0$$

$$k^2 = \frac{P}{EI}$$

La solución de la ecuación diferencial anterior es de la forma:

$$u = A\cos(kz) + B\,\mathrm{sen}(kz)$$

Condiciones de contorno:

$$\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{z} = 0 \quad \boldsymbol{u} = 0 \\ \boldsymbol{z} = \boldsymbol{L} \quad \boldsymbol{u} = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \boldsymbol{A} = 0 \quad \boldsymbol{y} \quad \boldsymbol{B}\,\boldsymbol{sen}(\boldsymbol{kL}) = 0$$

Para que se cumpla la última ecuación anterior, ó *B=0* ó *sen (kl)=0*. Si *B=0* la solución de la ecuación diferencial sería la trivial (*u=0* para cualquier valor de *z*), por lo que, para encontrar una solución distinta de ésta, tenemos que obligar a que *sen (kl)=0*. Esto último conduce a que el producto *kl* debe ser un número entero de veces el ángulo p. Es decir:

$$\boldsymbol{kL} = \boldsymbol{n}\pi \quad \boldsymbol{n} = 1,2,....$$

Para *n=1*, tendríamos: $k = \pi / L$

La carga crítica de pandeo P_c sería:

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

De la ecuación que proporciona la carga crítica de Euler, podemos deducir lo siguiente:

- Si en cociente ente el momento de inercia y el cuadrado de la longitud de la pieza, I/L^2 decrece, P_c decrece.

- Si el momento de inercia I aumenta, manteniendo la longitud L constante, Pc aumenta

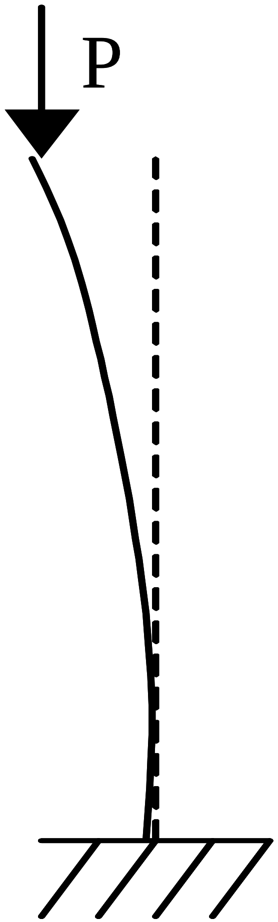
- Si la longitud L aumenta, manteniendo el momento de inercia I constante, Pc aumenta

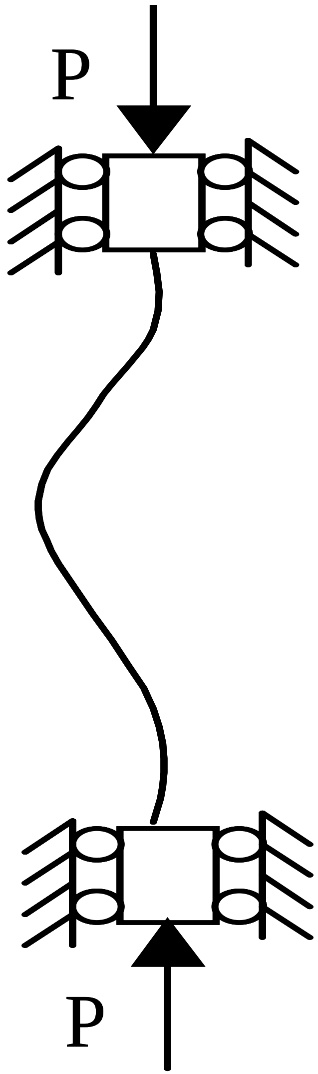
Si llamamos I_{min} al momento de inercia mínimo, la carga crítica de pandeo de la pieza será:

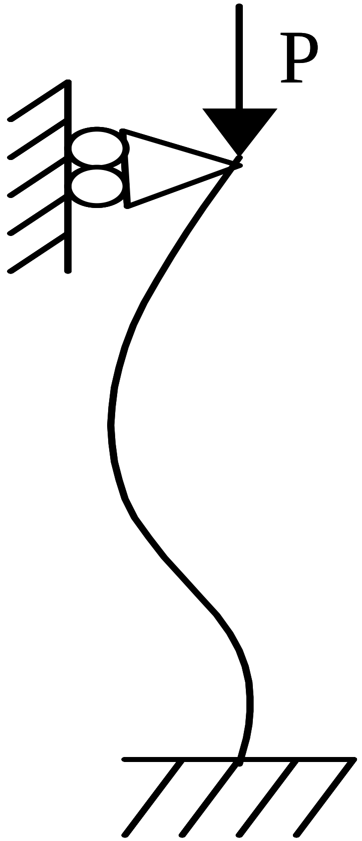
$$P_c = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{l^2}$$

$$\boldsymbol{I}_{\min} = \Omega \boldsymbol{i}_{\min}^2 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{P_c} = \frac{\pi^2 \boldsymbol{E}\Omega}{\left(\dfrac{\boldsymbol{l}}{\boldsymbol{i}_{\min}}\right)^2} = \frac{\pi^2 \boldsymbol{E}\Omega}{\lambda^2}$$

λ = esbeltez de la pieza







$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(2l)^2} = \frac{\pi^2 EI}{4l^2}$$

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{\left(l/2\right)^2} = \frac{4\pi^2 EI}{l^2}$$

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{\left(l/\sqrt{2}\right)^2} = \frac{2\pi^2 EI}{l^2} \approx \frac{20\,EI}{l^2}$$