

# CAPÍTULO 3

## COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE MATERIALES

“ut Tensio sic Vis”

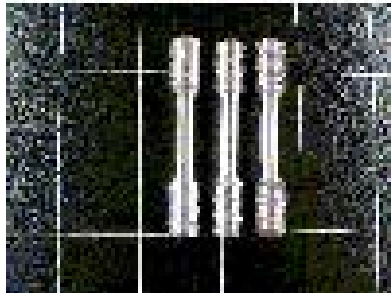
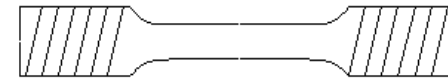
# ENSAYO DE TRACCIÓN



Probeta plana



Probeta cilíndrica



**Tensión ingenieril**  $S = F / A_0$

$A_0$  = área de la sección transversal del fuste de la probeta

**Deformación ingenieril**  $e = \Delta l / l_0$

**Tensión verdadera**  $\sigma = F / A$

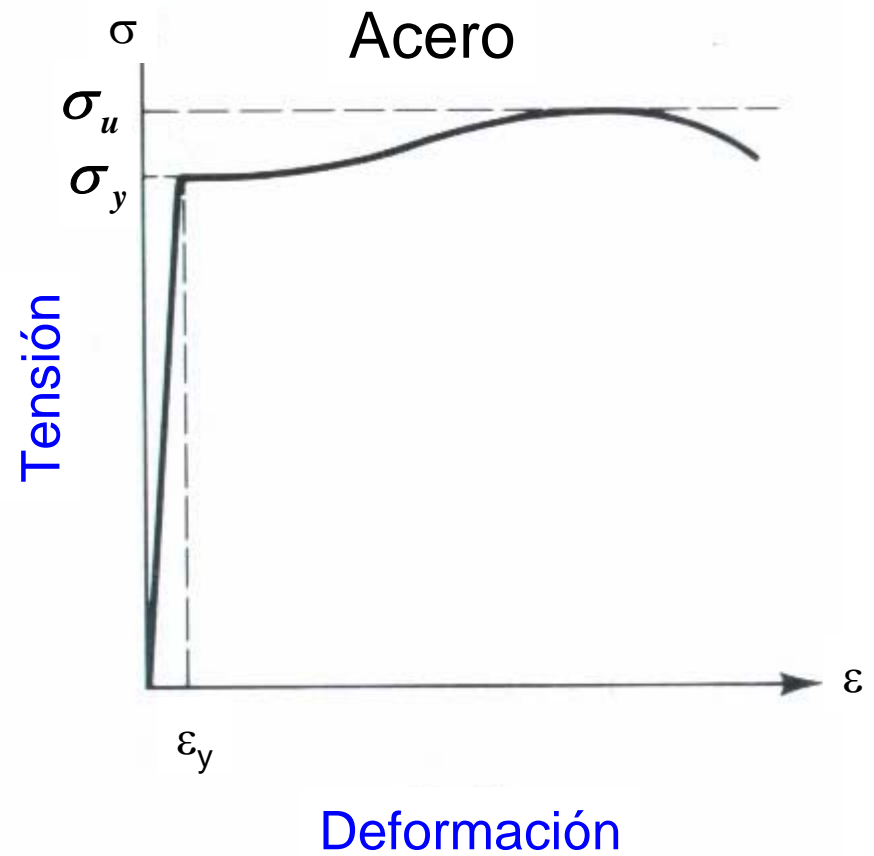
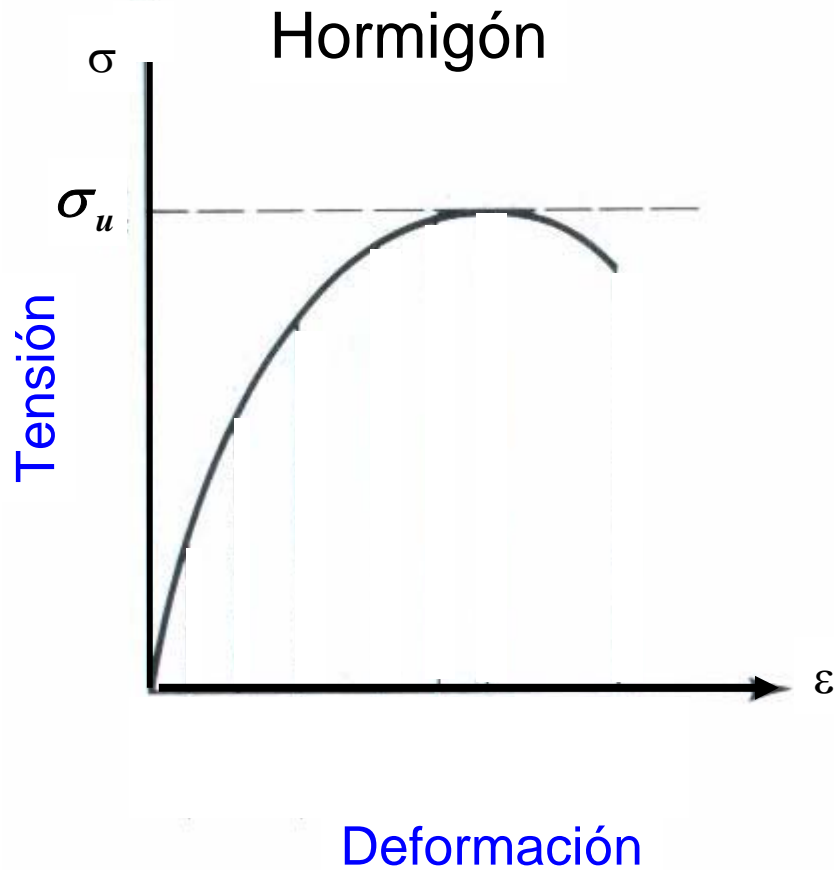
$A$  = área real de la sección transversal del fuste en un momento dado

**Deformación infinitesimal verdadera**

$$d\varepsilon = dl/l \quad \longrightarrow \quad \varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}$$

$$\sigma = S(1 + e) \quad y \quad \varepsilon = \ln(1 + e)$$

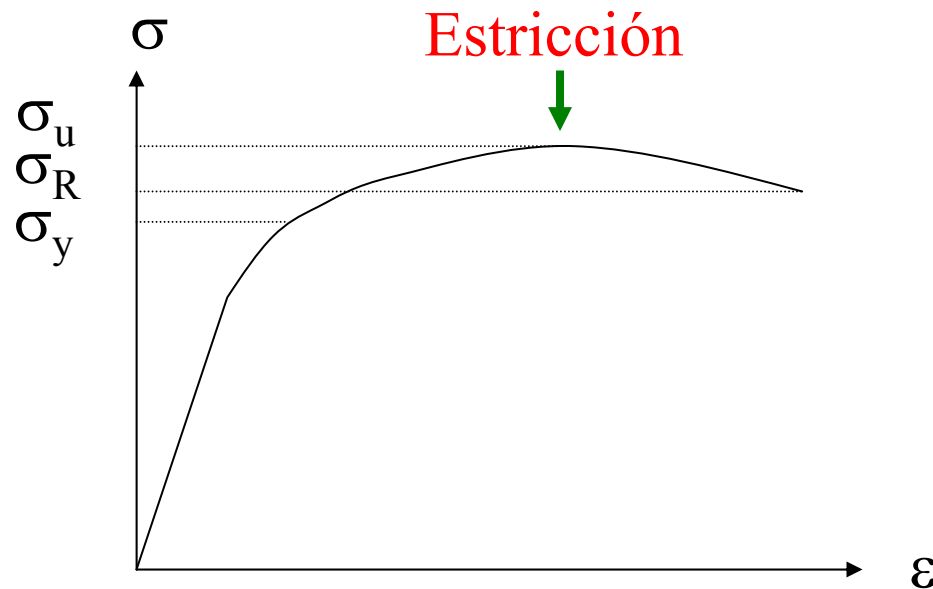
¿Qué forma tienen las curvas tensión ingenieril-deformación?



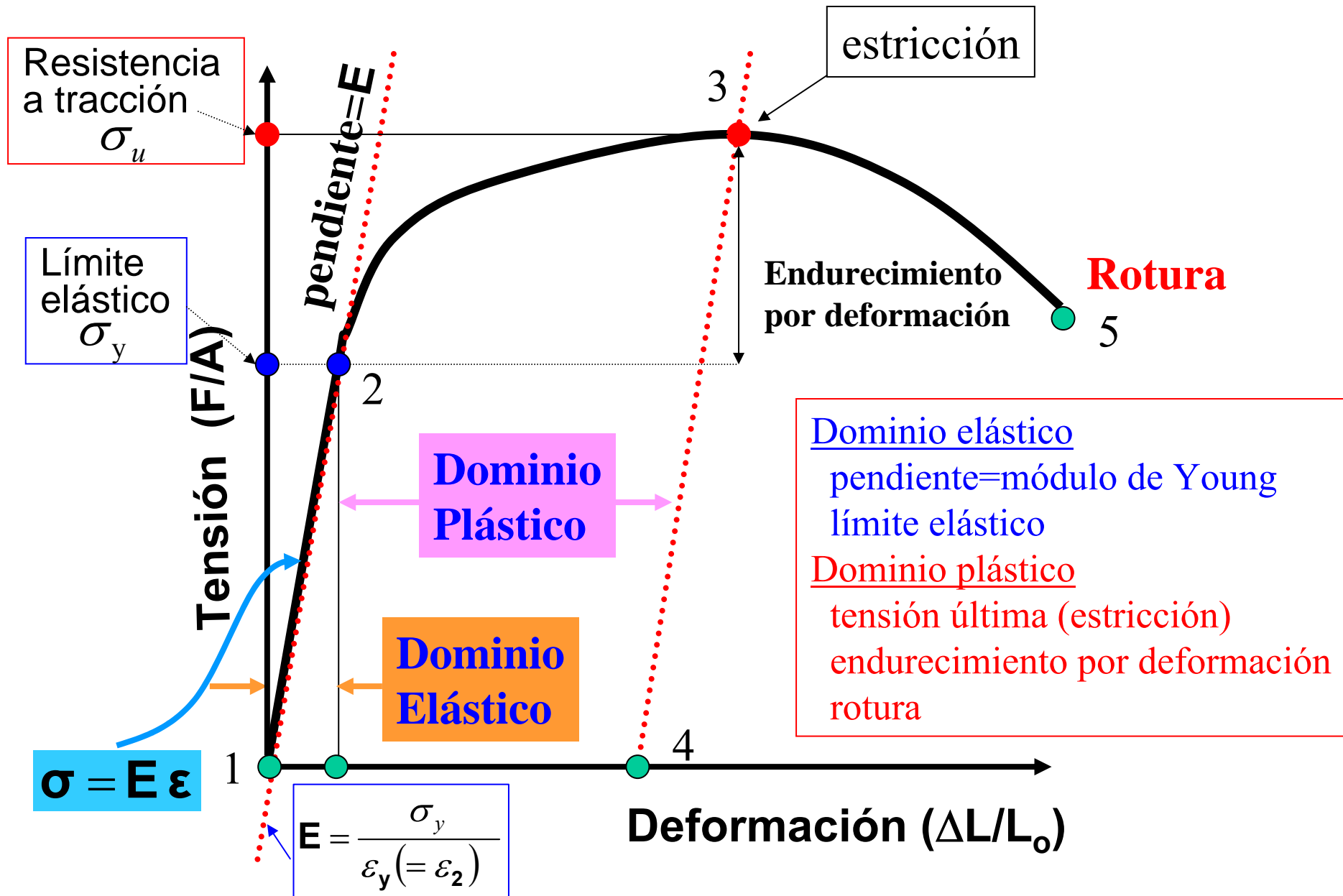
# La curva tensión-deformación

Tensiones importantes que aparecen en la curva.

- Límite elástico ( $\sigma_y$ ) – a partir de este punto el material deja de comportarse elásticamente, apareciendo, caso de incrementar la tensión, deformaciones remanentes en el material
- Tensión última o resistencia a tracción ( $\sigma_u$ ) – a partir de este punto, se produce inestabilidad (estricción)
- Tensión de rotura ( $\sigma_R$ )



# Curva tensión-deformación (ingenieril)



# Curva tensión-deformación *(cont)*

- **Dominio elástico (Puntos 1 –2)**

- Una vez retirada la tensión, el material recupera su forma geométrica original
- Existe proporcionalidad entre tensiones y deformaciones

$$\sigma = E \varepsilon$$

ó

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

$\sigma$  : Tensión (MPa)

$E$  : *Módulo de elasticidad* (Módulo de *Young*) (MPa)

$\varepsilon$  : Deformación (adimensional)

- **Punto 2 : Límite de fluencia:** a partir de este punto, si cesa de actuar la tensión, la probeta sufre deformaciones permanentes. (Si se sobrepasara este punto, la probeta no recuperaría sus dimensiones originales)

# Curva tensión-deformación *(cont)*

## **Dominio plástico (Puntos 2 –3)**

- Si la tensión supera el límite elástico, el material no recuperará su forma original al descargar.
- Aparecen deformaciones permanentes.
- Si la probeta fuese descargada en el punto 3, la curva seguiría la línea que une los puntos 3 y 4 que tendría una pendiente idéntica a la de la que une los puntos 1 y 2.
- La distancia entre los puntos 1 y 4 proporciona la deformación permanente.



# Curva tensión-deformación *(cont)*

## **Endurecimiento por deformación**

- Si la probeta fuese de nuevo cargada desde el punto 4, la curva sería la que une los puntos 4 y 3, y que tendría una Pendiente idéntica al módulo de elasticidad.

- El material poseería, en el punto 3, un límite elástico mayor.

- Este incremento del límite elástico aparente del material, como consecuencia de un proceso de deformación previo, se denomina **Endurecimiento por deformación**.

# Curva tensión-deformación *(cont)*

- **Resistencia a tracción (Punto 3)**

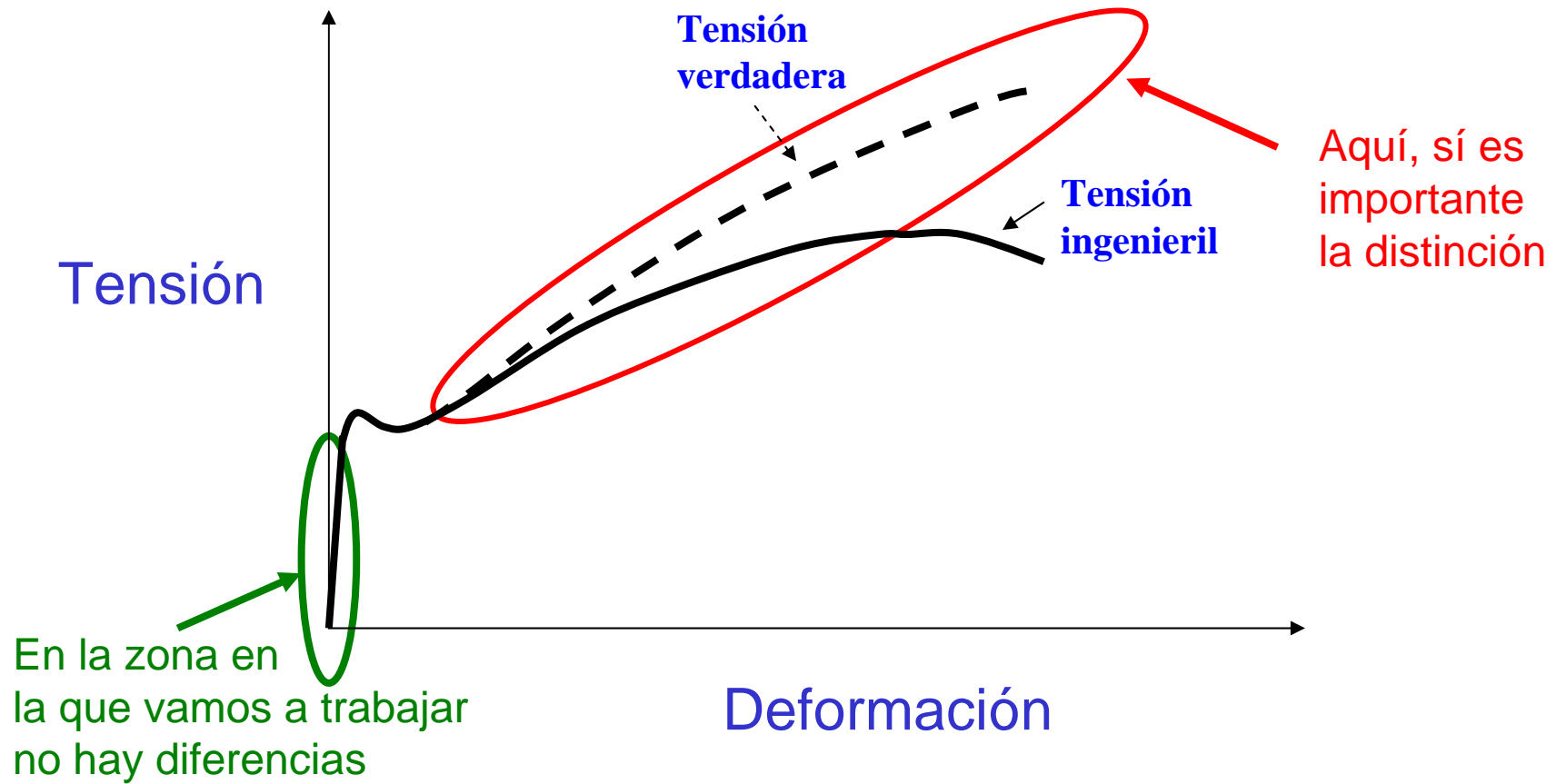
- En este punto comienza el fenómeno de estricción en el fuste de la probeta.

- **Rotura (Punto 5)**

- Si el material sigue siendo cargado, la tensión ingenieril parece decrecer (la tensión verdadera crecería), y no existe en la probeta un estado de deformación uniforme.

- La rotura física de la probeta se produce en el Punto 5.

¿Qué diferencias observaríamos si dibujáramos la curva tensión-deformación utilizando tensiones y deformaciones ingenieriles o verdaderas?

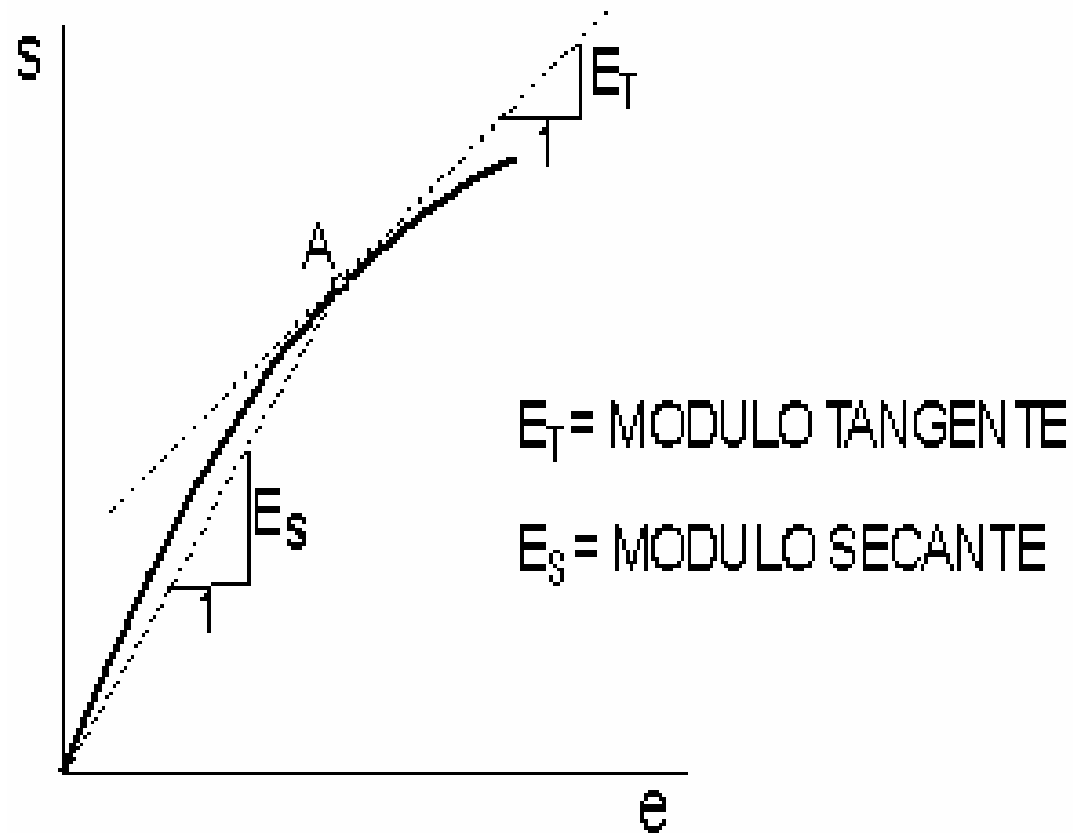


Ley de Hooke

$$\sigma = E\varepsilon$$

$E$ =módulo de Young o de elasticidad

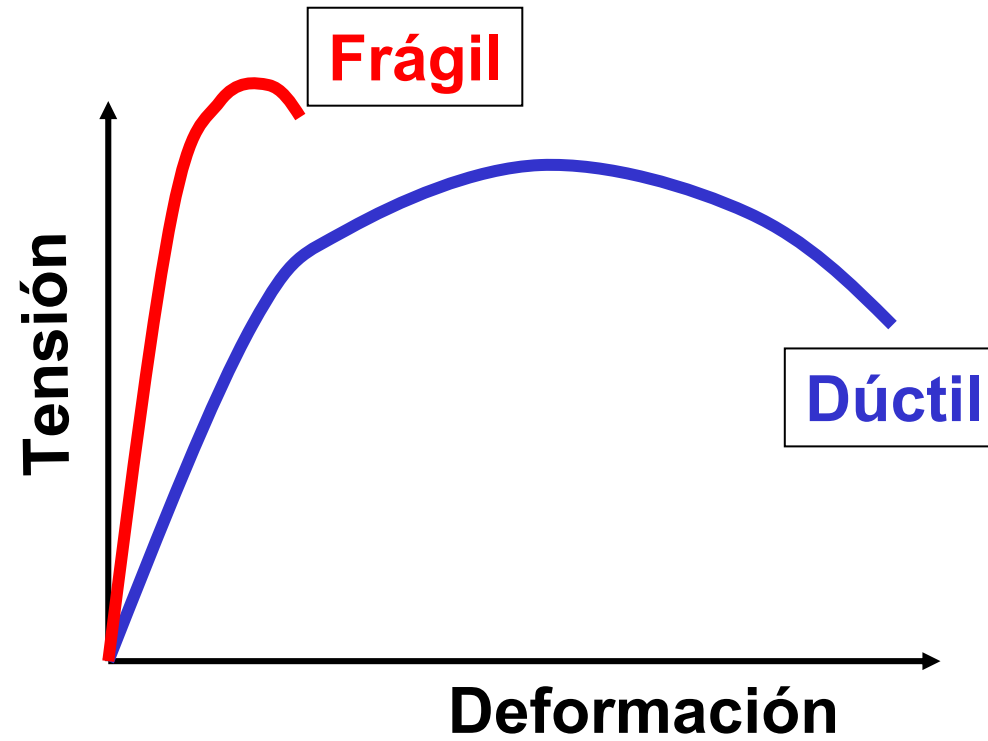
Existen materiales en los que la parte lineal de la curva tensión-deformación no aparece.



<b>Material</b>	<b>E (GPa)</b>
<b>Acero</b>	<b>210</b>
<b>Hormigón</b>	<b>25</b>
<b>Aluminio</b>	<b>70</b>

Material	Límite elástico (MPa)	Tensión de rotura (MPa)
Acero AISI 1020	205-350	380-600
Aluminio 2024-T6	345	427
Aluminio 7076-T61	470	510
Titanio 11 (Ti-6Al-2Sn-1.5Zr-1Mo-0,35Bi-0,1Si)	930	1030

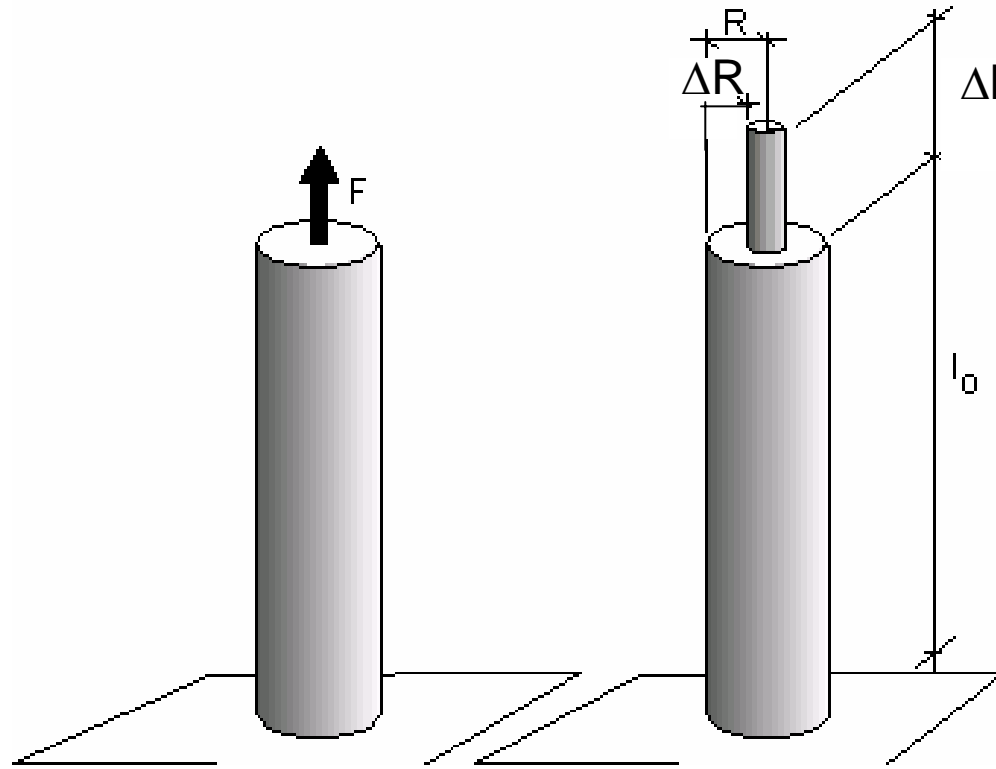
# COMPORTAMIENTO DÚCTIL Y FRÁGIL





# EFEECTO POISSON

Simeon Poisson  
(1781-1840)



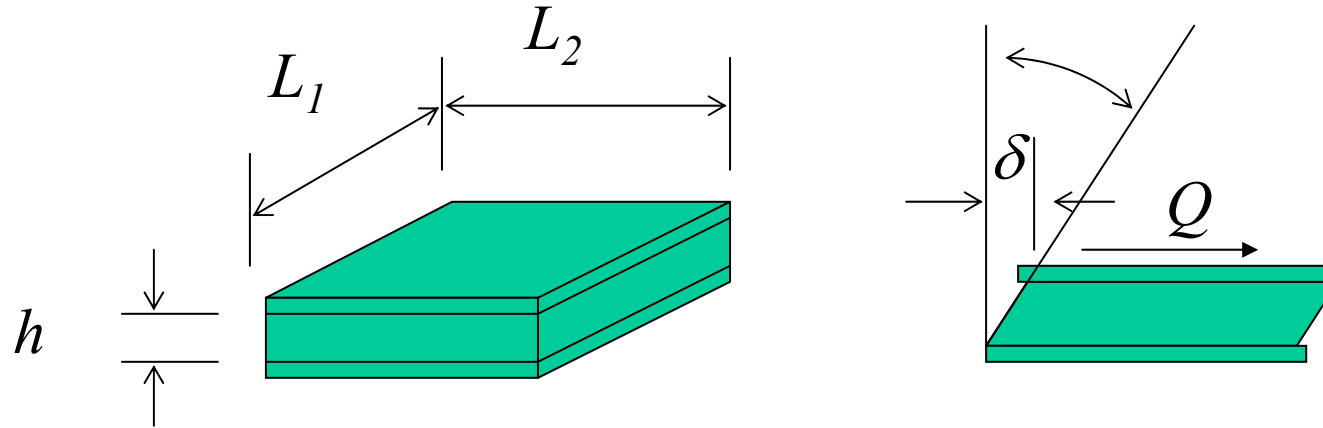
$\varepsilon_L$  = deformación según la dirección de aplicación de la carga =  $\frac{\Delta l}{l_0}$

$\varepsilon_T$  = deformación según la dirección ortogonal a la de aplicación de la carga =  $\frac{\Delta R}{R}$

$$\varepsilon_T = -\nu \varepsilon_L$$

Para la mayoría de los metales este coeficiente varía entre 0,28 y 0,32

## EL ENSAYO DE CORTADURA



$$\tau = G\gamma$$

$$\tau_{media} = \frac{Q}{L_1 L_2}$$

$$\gamma = \frac{\tau_{media}}{G} = \frac{Q}{L_1 L_2 G}$$

$$\delta = h \tan \gamma = h \tan \frac{Q}{L_1 L_2 G} \approx \frac{hQ}{L_1 L_2 G}$$

## ECUACION CONSTITUTIVA DE UN MATERIAL

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yx}/2 \\ \gamma_{zx}/2 \\ \gamma_{zy}/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yx} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \end{bmatrix}$$

### Material con comportamiento isótropo

Las tensiones tangenciales no causan deformaciones longitudinales y las tensiones normales no causan deformaciones angulares:

$$S_{14} = S_{15} = S_{16} = S_{24} = S_{25} = S_{26} = S_{34} = S_{35} = S_{36} = 0$$

$$S_{41} = S_{42} = S_{43} = S_{51} = S_{52} = S_{53} = S_{61} = S_{62} = S_{63} = 0$$

Las deformaciones angulares sólo son causadas por las tensiones tangenciales que actúan en el mismo plano que la deformación:

$$S_{45} = S_{46} = S_{56} = S_{54} = S_{65} = S_{64} = 0$$

la relación entre  $\sigma_x$  y  $\varepsilon_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\varepsilon_y$ ,  $\sigma_z$  y  $\varepsilon_z$ , - es la misma:

$$S_{11} = S_{22} = S_{33}$$

la relación entre  $\tau_{yx}$  y  $\gamma_{yx}/2$ ,  $\tau_{zx}$  y  $\gamma_{zx}/2$ ,  $\tau_{zy}$  y  $\gamma_{zy}/2$ , es la misma:

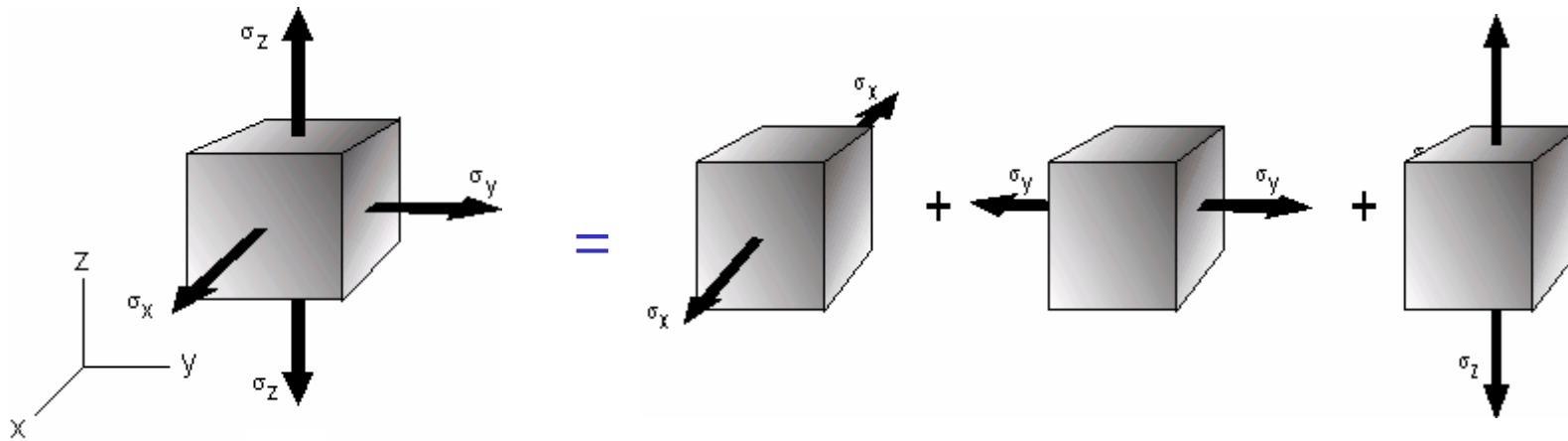
$$S_{44} = S_{55} = S_{66}$$

si la que la influencia de  $\sigma_y$  sobre  $\varepsilon_x$  es la misma que la de  $\sigma_z$ , etc...

$$S_{12} = S_{13} = S_{21} = S_{23} = S_{31} = S_{32}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yx}/2 \\ \gamma_{zx}/2 \\ \gamma_{zy}/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{11} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{12} & S_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yx} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \end{bmatrix}$$

# LEYES DE HOOKE GENERALIZADAS



$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E}$$

$$\epsilon_z = \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\epsilon_y = -\nu \epsilon_x = -\nu \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\epsilon_x = -\nu \frac{\sigma_y}{E}$$

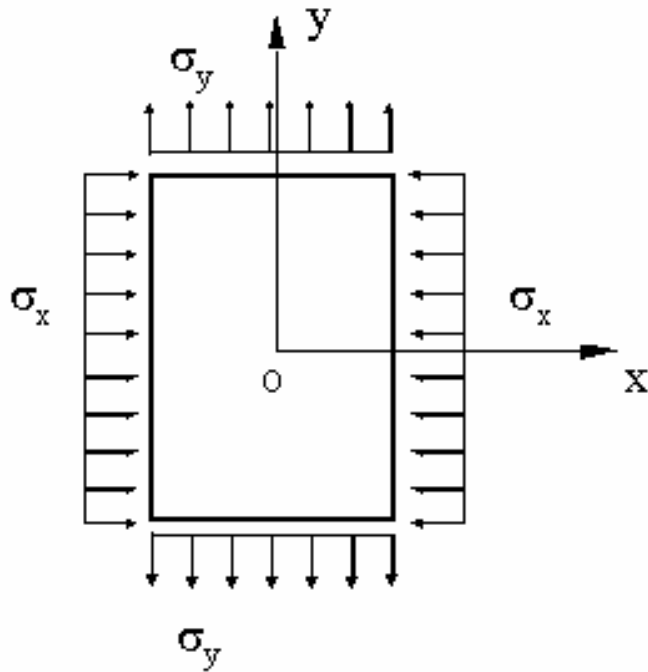
$$\epsilon_x = -\nu \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\epsilon_z = -\nu \epsilon_x = -\nu \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\epsilon_z = -\nu \frac{\sigma_y}{E}$$

$$\epsilon_y = -\nu \frac{\sigma_z}{E}$$

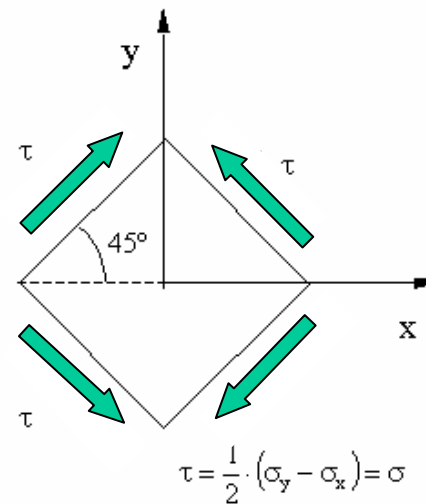
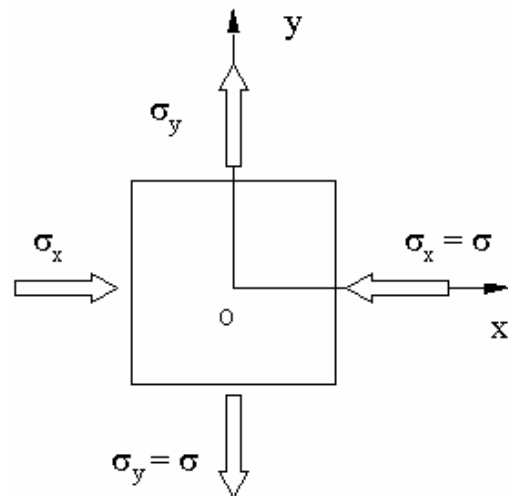
# DEFORMACIONES ANGULARES

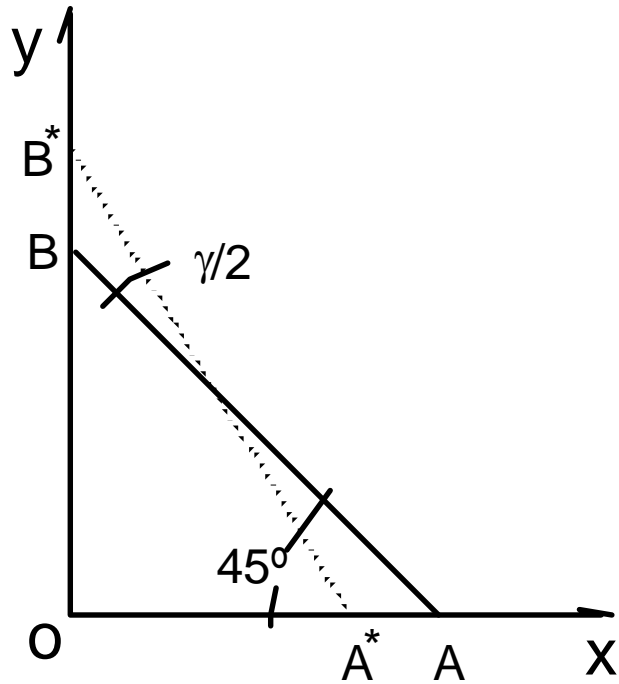


$$|\sigma_x| = |\sigma_y| = \sigma \quad \sigma_z \equiv 0$$

$$\varepsilon_x = -\frac{(1+\nu)}{E} \sigma$$

$$\varepsilon_y = \frac{(1+\nu)}{E} \sigma$$





$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{OB^*}{OA^*} = \frac{1 + \varepsilon_y}{1 + \varepsilon_x}$$

$$\frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}{1 - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}} = \frac{1 + \frac{\gamma}{2}}{1 - \frac{\gamma}{2}} = \frac{1 + \varepsilon_y}{1 + \varepsilon_x}$$

Despejando

⇓

$$\gamma = \frac{2(1 + \nu)}{E} \sigma = \frac{2(1 + \nu)}{E} \tau$$

$$G \gamma = \tau$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$



## LEYES DE HOOKE GENERALIZADAS

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_y + \sigma_z)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_z)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y)$$

$$\gamma_{yx} = \frac{\tau_{yx}}{G}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

$$\gamma_{zy} = \frac{\tau_{zy}}{G}$$

## ECUACIONES DE LAMÉ

Gabriel Lamé  
(1795-1870)

$$\sigma_x = \lambda e_v + 2G \varepsilon_x$$

$$\sigma_y = \lambda e_v + 2G \varepsilon_y$$

$$\sigma_z = \lambda e_v + 2G \varepsilon_z$$

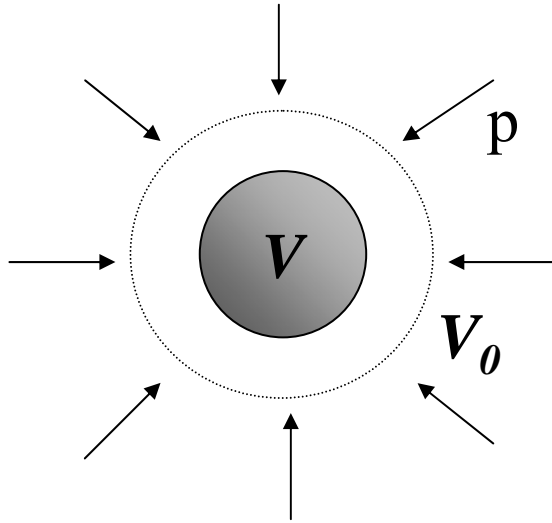
$$\tau_{yx} = G \gamma_{yx}$$

$$\tau_{zx} = G \gamma_{zx}$$

$$\tau_{zy} = G \gamma_{zy}$$

$$e_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad \lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

## DEFORMACIÓN VOLUMÉTRICA



$V_0 = \text{Volumen inicial}$

$V = \text{Volumen final}$

$$\Delta V = V - V_0$$

Módulo de deformación volumétrica,  $K$  :

$$K = \frac{p}{\Delta V / V}$$

Para materiales metálicos:

$$\nu \approx \frac{1}{3} \quad G \approx \frac{3}{8} E \quad K \approx E$$