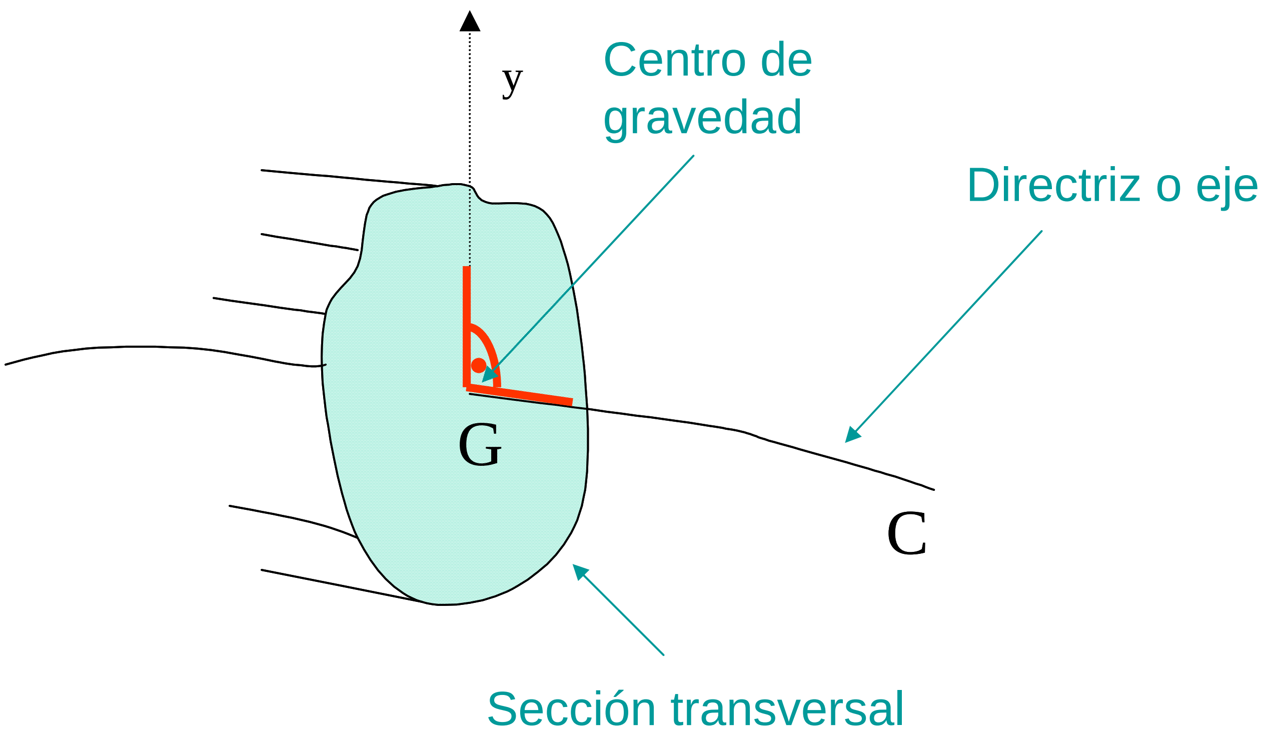
CAPÍTULO 8

INTRODUCCIÓN A LA RESISTENCIA DE MATERIALES

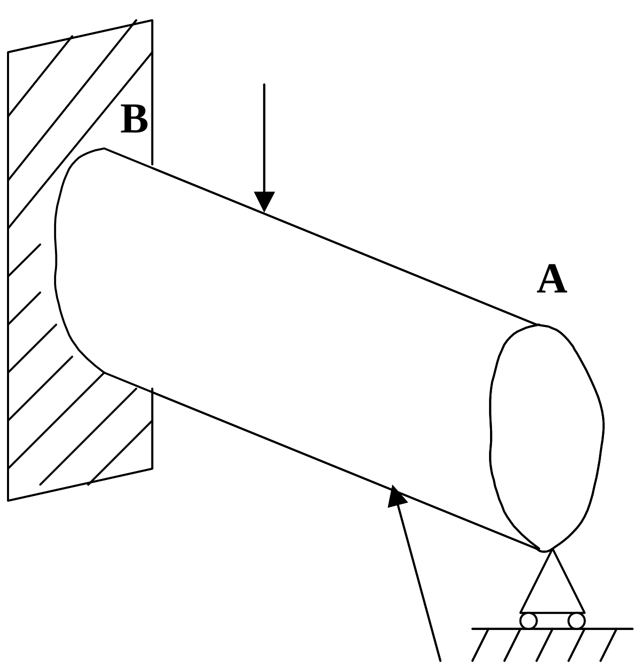
CONCEPTO DE PIEZA PRISMÁTICA

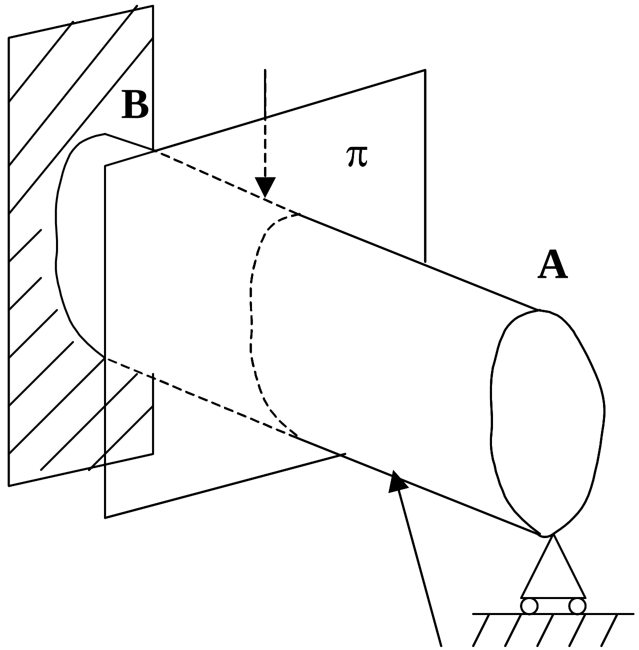


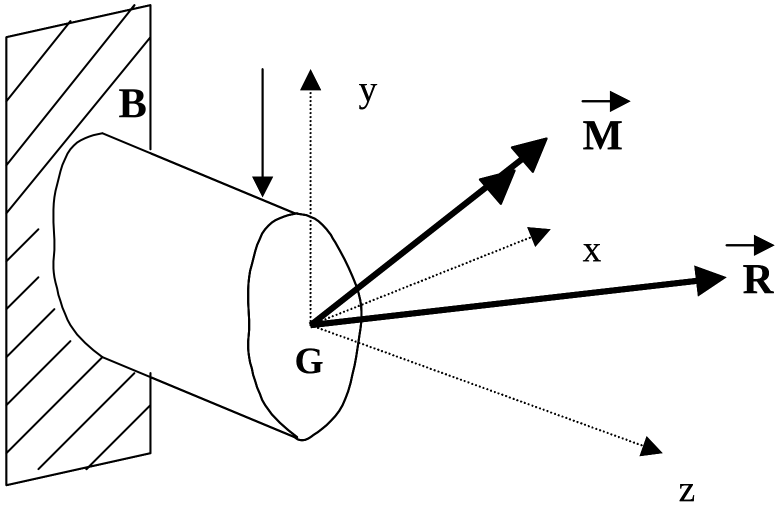
ADVERTENCIA:

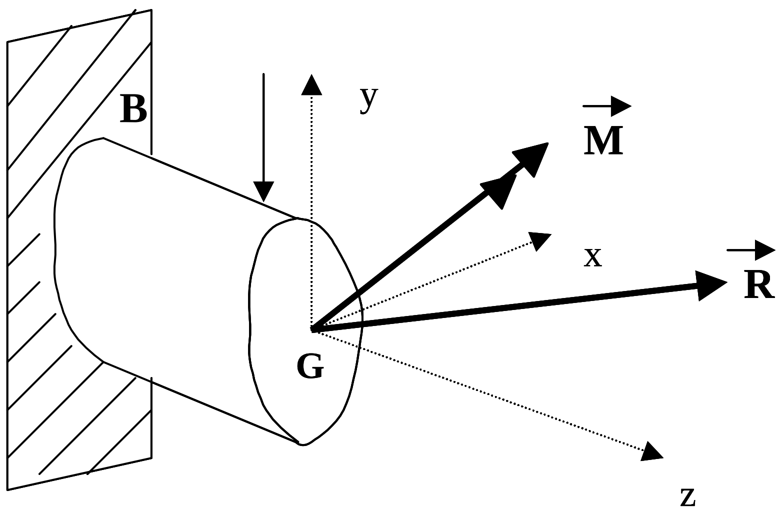
Existen otras ramas de la Mecánica de Medios Continuos en las que la palabra "tensión" se sustituye por la de "esfuerzo" y, así se habla en ellas, de "esfuerzo normal" (en vez de tensión normal) y de "esfuerzo tangencial" (en vez de tensión tangencial). En Ingeniería Industrial, al igual que sucede en Ingeniería Civil y en otras muchas Ingenierías, es mucho más usual la nomenclatura que aquí se emplea, sobre todo porque la palabra "esfuerzo", en Resistencia de Materiales, representa a otro concepto que no es, precisamente, una tensión.

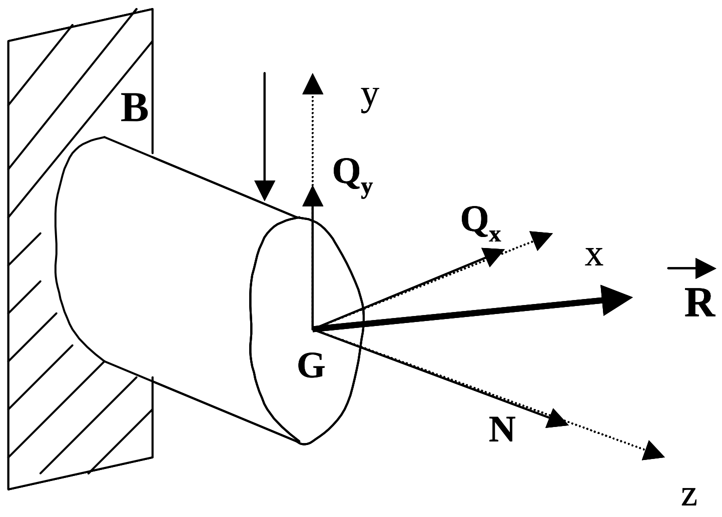
CONCEPTO DE ESFUERZO



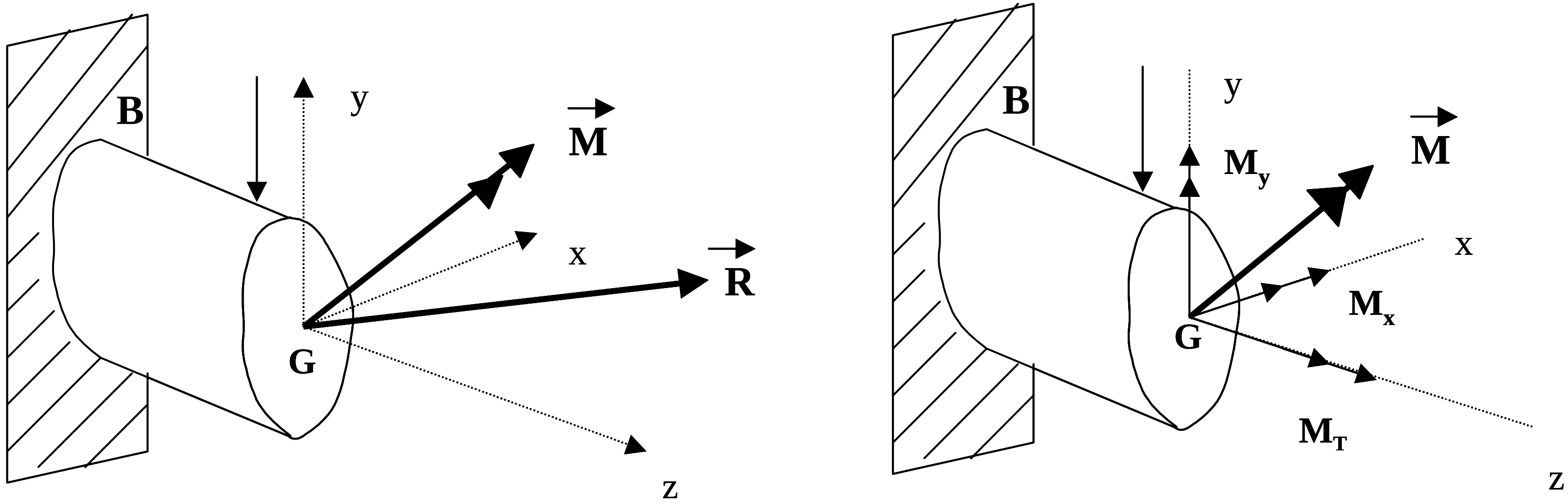








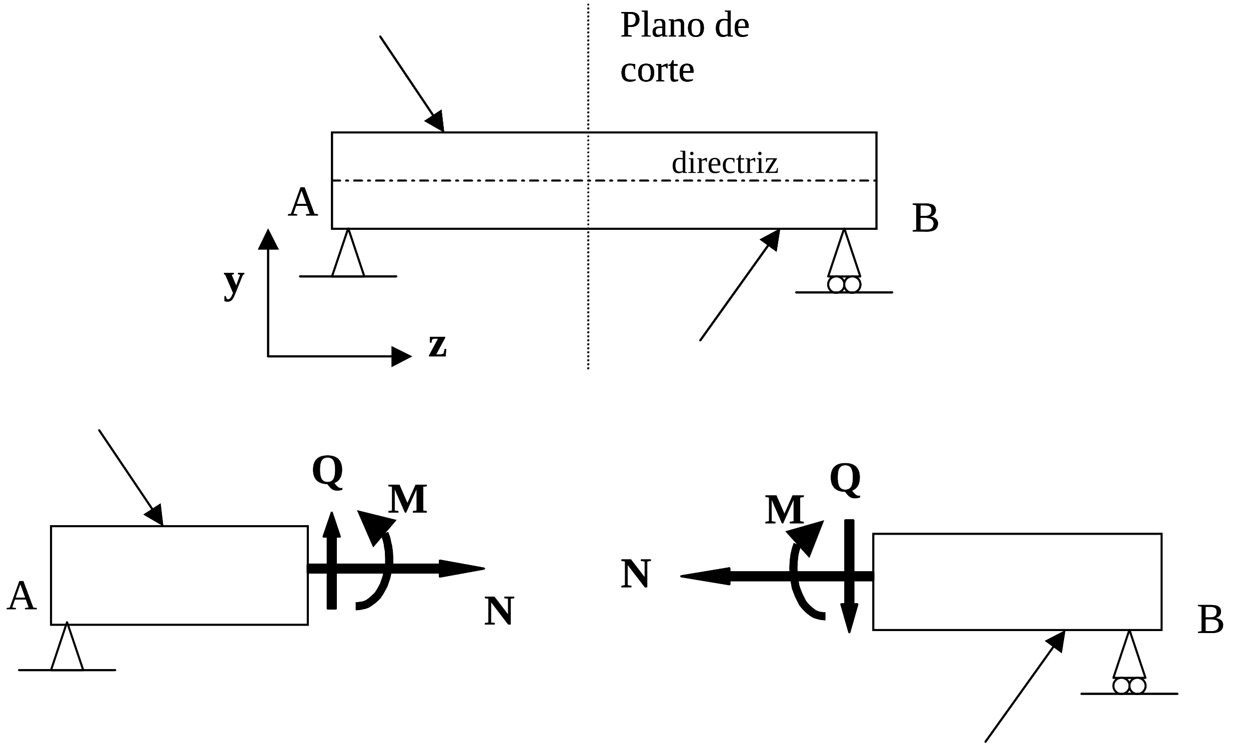
La componente de $\vec{R}$ sobre el eje *z* , N, recibe el nombre es *esfuerzo axil* y las componentes sobre los ejes *x* e *y*, *esfuerzo cortante* a lo largo, respectivamente, del eje *x* (Q_x) y del eje *y* (Q_y). Estas componentes se expresarán en unidades de fuerza que, en el Sistema Internacional de Unidades, serían Newtons (N)



La componente de $\vec{M}$ sobre el eje *z* recibe el nombre de *momento torsor, M_T*, en la sección considerada, y las componentes sobre los ejes *x* e *y* se denominan *momentos flectores* (M_x a la componente sobre el eje *x* y M_y a la correspondiente al eje *y*). Sus unidades serán las correspondientes a fuerza por distancia (N.m o m.N en el Sistema Internacional de Unidades; en general, conviene emplear como unidad, para este tipo de esfuerzos, el N.m ya que m.N podría ser confundido con miliNewtons (mN)].

CASO DE UNA PIEZA DE DIRECTRIZ RECTA CON CARGAS EN SU PLANO

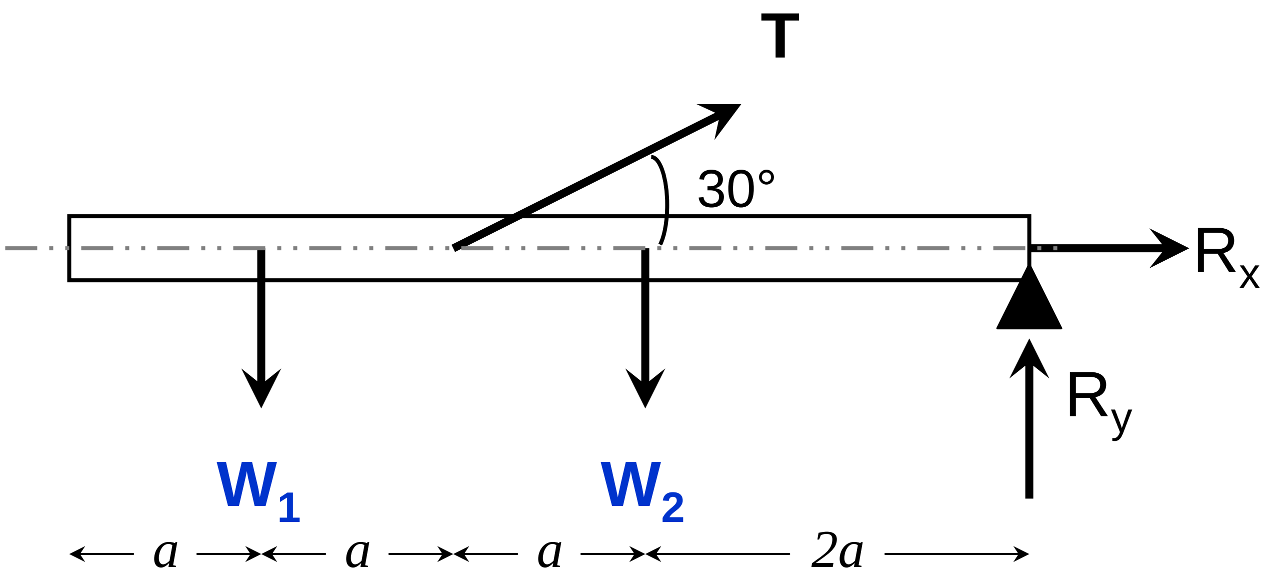
Supongamos, ahora, que todas las cargas aplicadas al sólido (pieza prismática) se encuentran contenidas en el plano *y-z*. En estas condiciones, $Q_x = M_y = MT = 0$ y, denominando simplemente Q a Q_y y M a M_y, las consideraciones anteriores nos llevarían a una situación como la representada en la Figura:

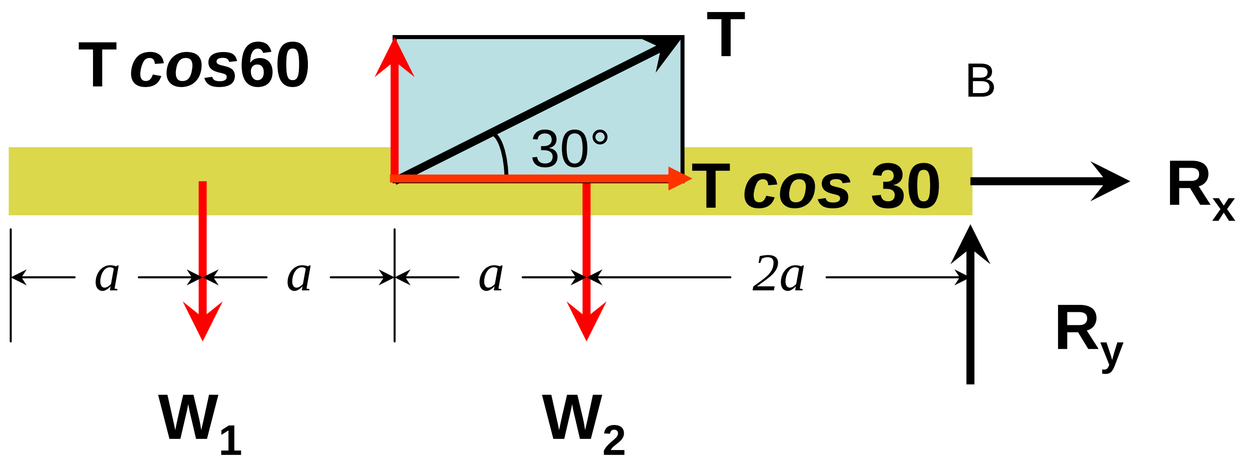


N recibe el nombre de esfuerzo axil, ***Q*** el de esfuerzo cortante y ***M*** el de momento flector

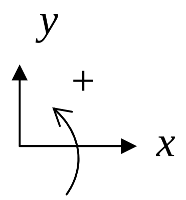
Cómo obtener los esfuerzos:

Encontrar los esfuerzos en la viga de la figura en función de W_1 y W_2.
La viga se encuentra simplemente apoyada en su extremo de la derecha y sometida a la acción de un cable cuya "tensión" es T.





Ecuaciones de la Estática:

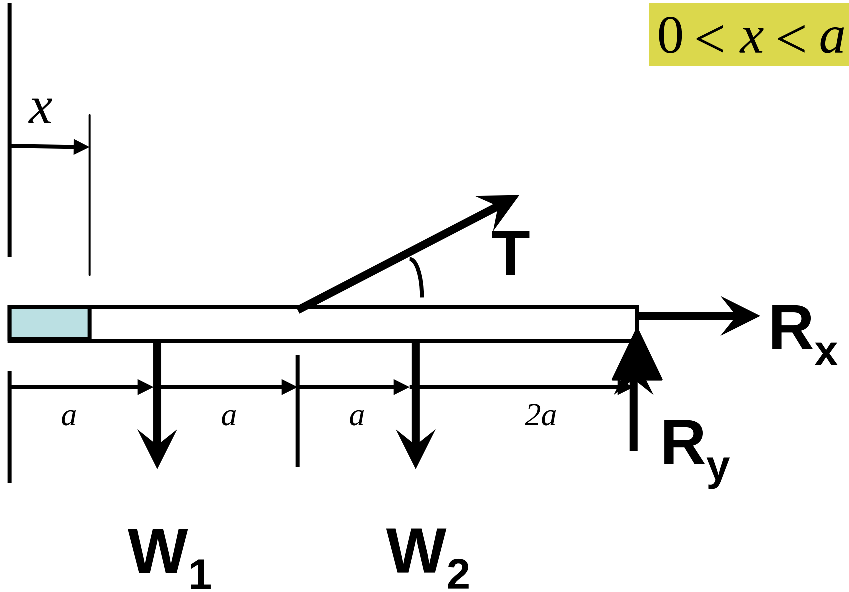


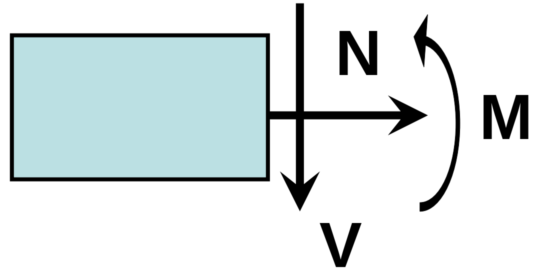
$$\sum \boldsymbol{M}_B = 0 = 4\boldsymbol{a}\mathrm{W}_1 + 2\boldsymbol{a}\mathrm{W}_2 - 3\boldsymbol{a}\mathrm{T}\cos 60 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{T} = \frac{8}{3}\mathrm{W}_1 + \frac{4}{3}\mathrm{W}_2$$

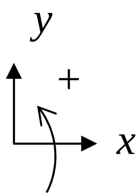
$$\sum \boldsymbol{F}_y = 0 = -\mathrm{W}_1 - \mathrm{W}_2 + \mathrm{T}\cos 60 + \mathrm{R}_y \quad \Rightarrow \quad \mathrm{R}_y = -\frac{1}{3}\mathrm{W}_1 + \frac{1}{3}\mathrm{W}_2$$

$$\sum \boldsymbol{F}_x = 0 = \mathrm{R}_x + \mathrm{T}\cos 30 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{R}_x = -\frac{4\sqrt{3}}{3}\mathrm{W}_1 - \frac{2\sqrt{3}}{3}\mathrm{W}_2$$

$0 < x < a$





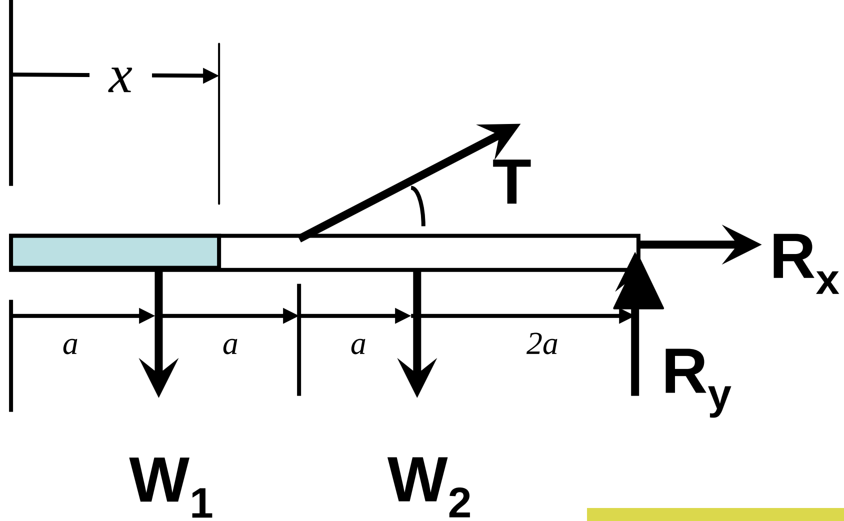


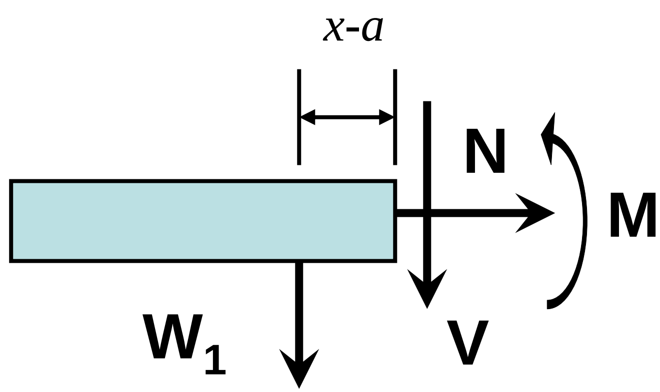
$$\sum F_x = 0 = \mathrm{N}$$

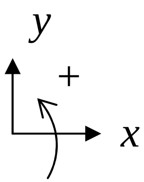
$$\sum F_y = 0 = -\mathrm{V}$$

$$\sum M = 0 = \mathrm{M}$$

$a < x < 2a$







$$\sum F_x = 0 = \mathrm{N}$$

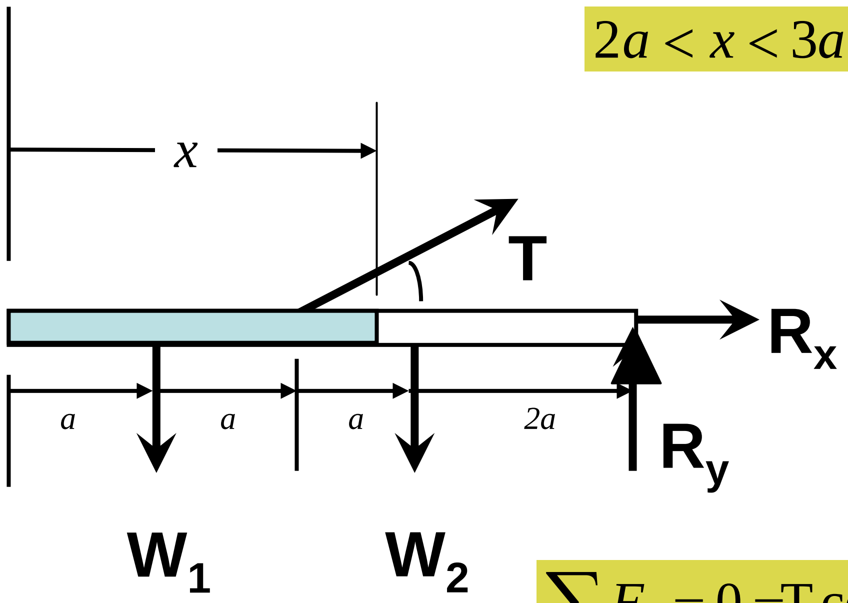
$$\sum F_y = 0 = -\mathrm{W}_1 - \mathrm{V}$$

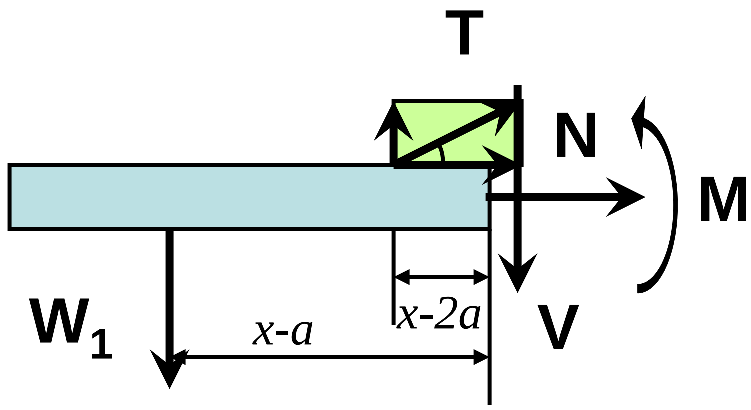
$$\mathrm{V} = -\mathrm{W}_1$$

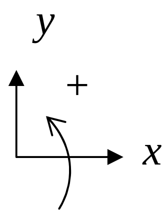
$$\sum M = 0 = (x-a)\mathrm{W}_1 + \mathrm{M}$$

$$\mathrm{M} = -(x-a)\mathrm{W}_1$$

$$2a < x < 3a$$







$$\sum F_x = 0 = \mathrm{T}\cos 30 + \mathrm{N}$$

$$\mathrm{N} = -\tfrac{4\sqrt{3}}{3}\,\mathrm{W}_1 - \tfrac{2\sqrt{3}}{3}\,\mathrm{W}_2$$

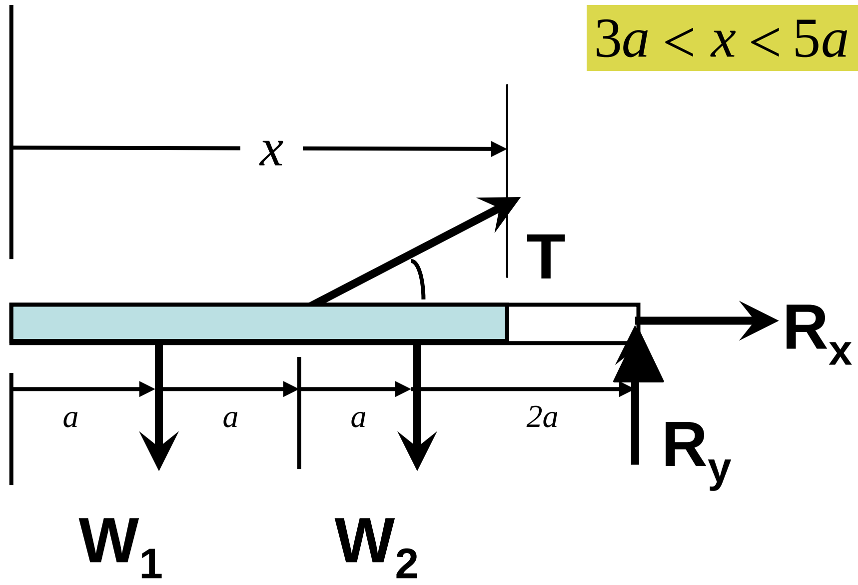
$$\sum F_y = 0 = -\mathrm{W}_1 + \mathrm{T}\cos 60 - \mathrm{V}$$

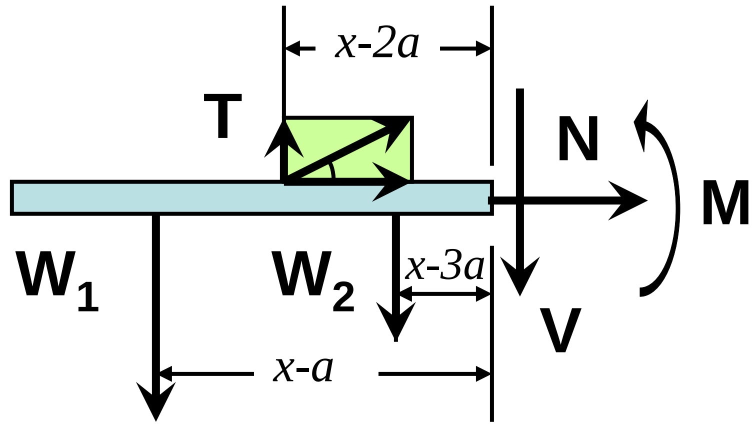
$$\mathrm{V} = \tfrac{1}{3}\mathrm{W}_1 + \tfrac{2}{3}\mathrm{W}_2$$

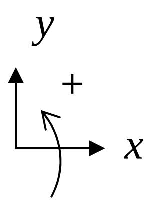
$$\sum M = 0 = (x-a)\mathrm{W}_1 - (x-2a)\mathrm{T}\cos 60 + \mathrm{M}$$

$$\mathrm{M} = -\mathrm{W}_1(x-a) + (\tfrac{4}{3}\mathrm{W}_1 + \tfrac{2}{3}\mathrm{W}_2)(x-2a)$$

$3a < x < 5a$







$$\sum F_x = 0 = \mathrm{T}\cos 30 + \mathrm{N}$$

$$\mathrm{N} = -\mathrm{T}\cos 30$$

$$\sum F_y = 0 = -\mathrm{W}_1 + \mathrm{T}\cos 60 - \mathrm{W}_2 - \mathrm{V}$$

$$\mathrm{V} = \tfrac{1}{3}\mathrm{W}_1 - \tfrac{1}{3}\mathrm{W}_2$$

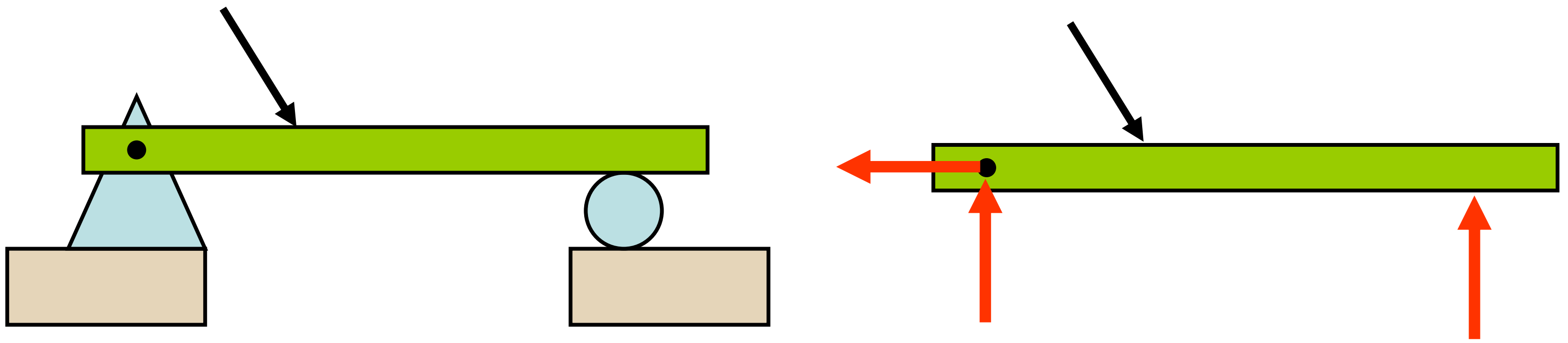
$$\sum M = 0 = \mathrm{W}_1(x-a) - \mathrm{T}\cos 60\cdot(x-2a) + \mathrm{W}_2(x-3a) + \mathrm{M}$$

$$\mathrm{M} = -\mathrm{W}_1\cdot(x-a) - \mathrm{W}_2(x-3a) + (\tfrac{4}{3}\mathrm{W}_1 + \tfrac{2}{3}\mathrm{W}_2)(x-2a)$$

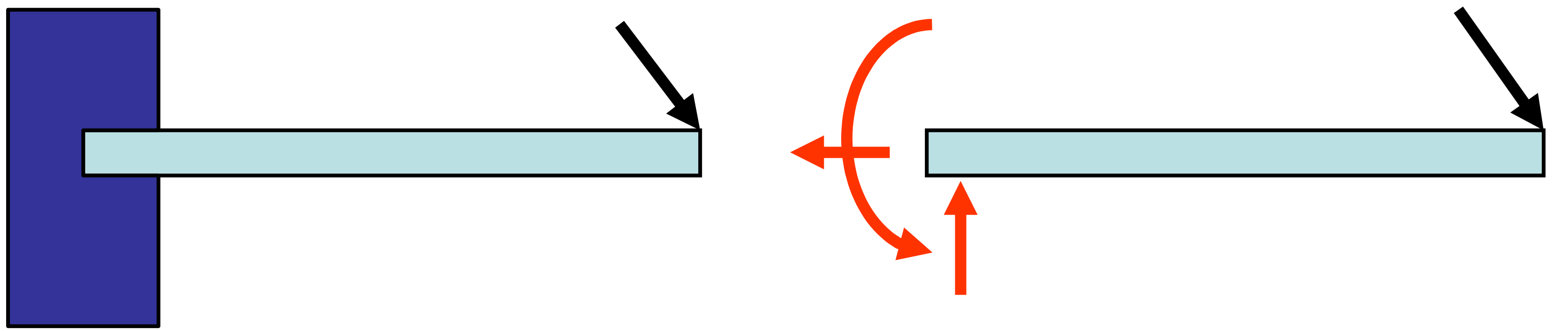
LEYES DE ESFUERZOS

- Para determinar si una estructura es capaz de resistir las cargas a las que está sometida, necesitamos determinar la distribución de tensiones que en ella se producen.
- Estas tensiones se obtienen de los esfuerzos (N, Q, M) que actúan sobre el elemento estructural del que se trate.

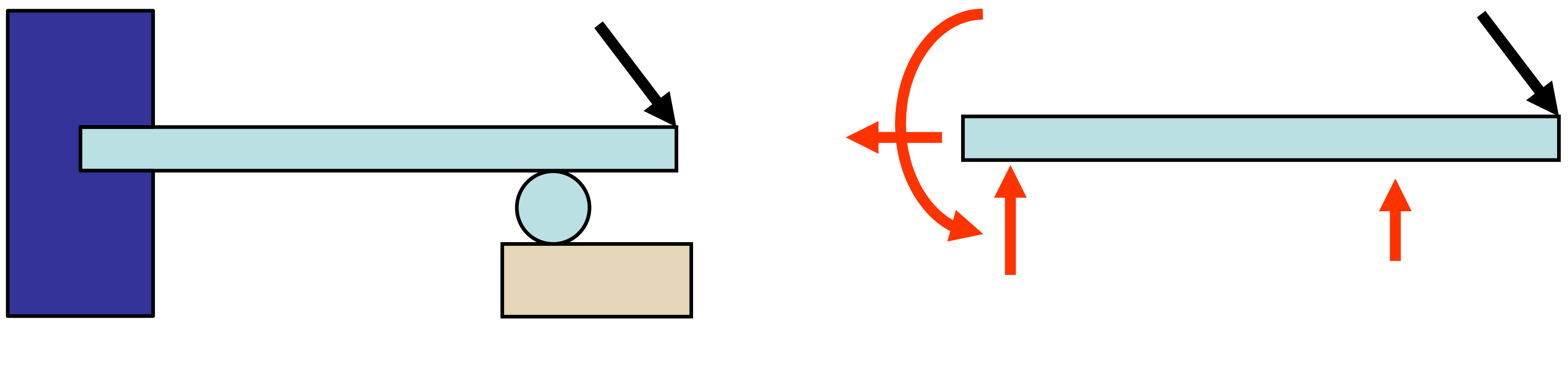
VIGA SIMPLEMENTE APOYADA



VIGA EN VOLADIZO O MÉNSULA

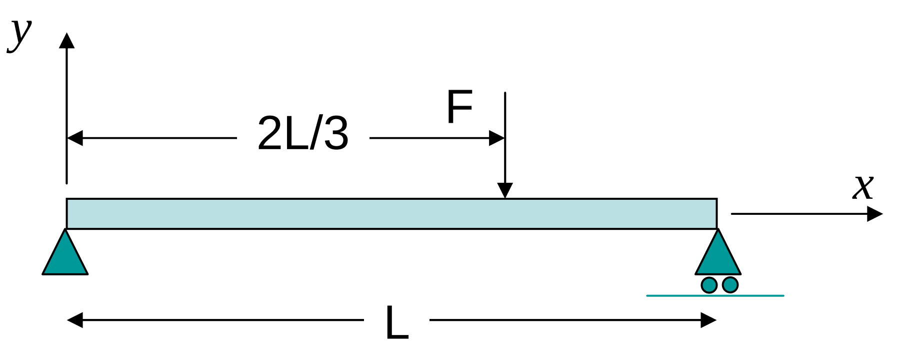


VIGA EMPOTRADA APOYADA

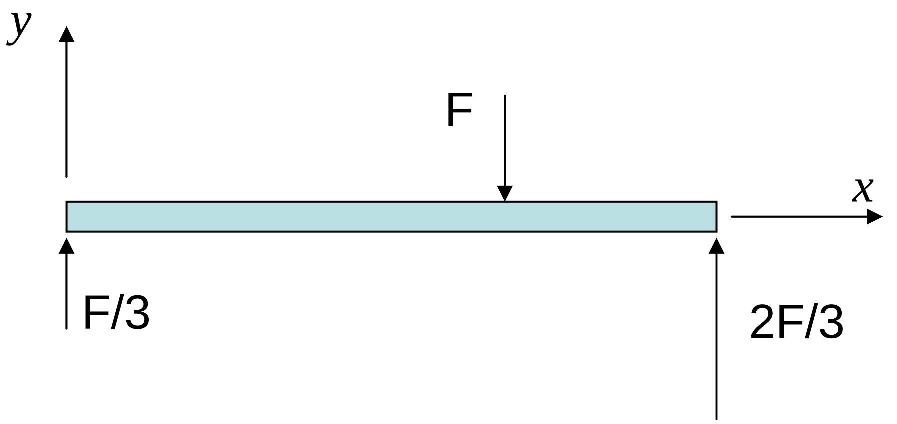


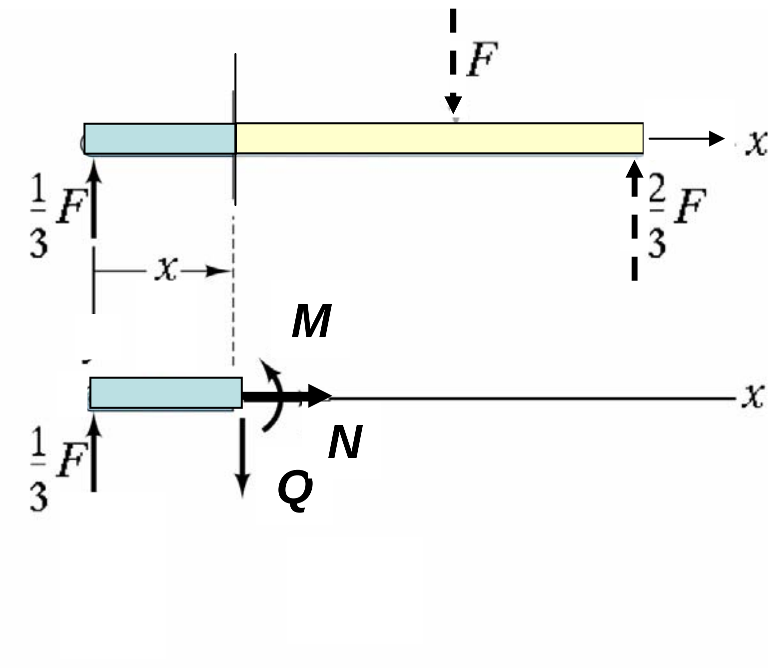
Leyes de cortantes y momentos flectores

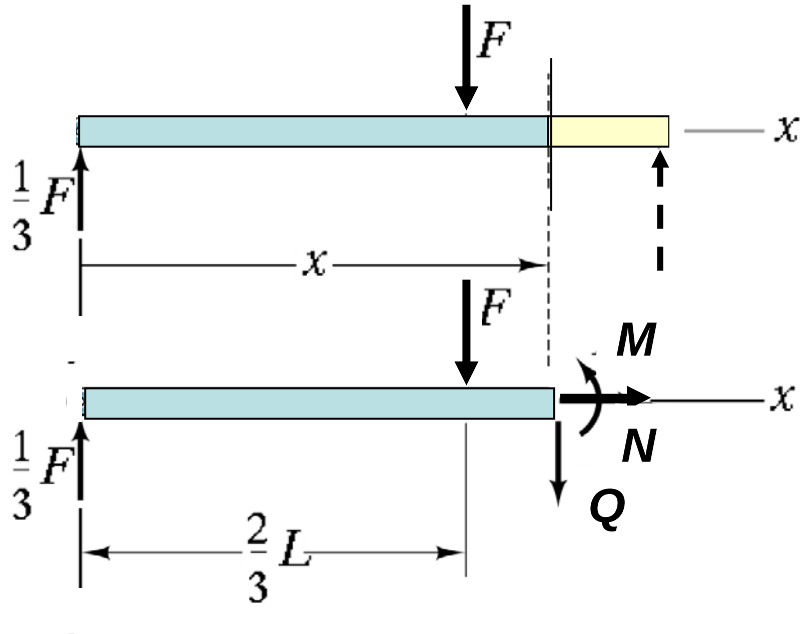
EJEMPLO:



Reacciones:







- **Para 0 < x < 2L/3**

  N = 0

  Q = F/3

  M = Fx/3

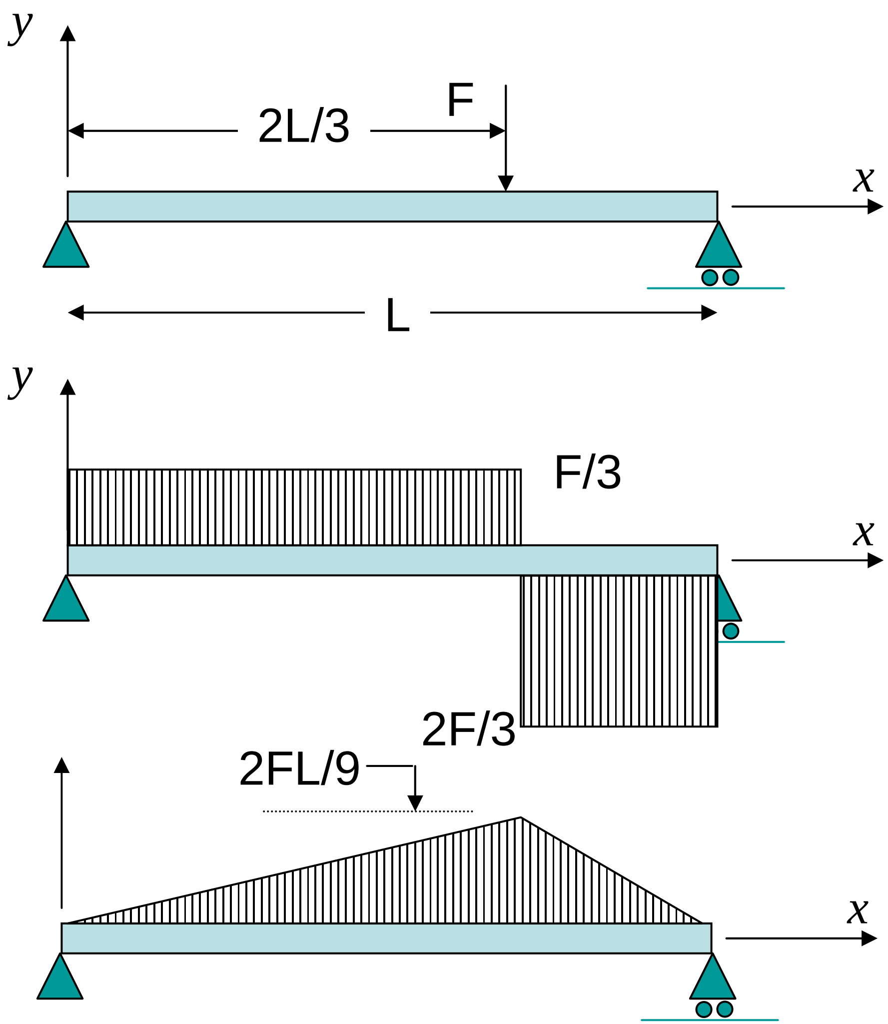
- **Para 2L/3 < x < L**

  N = 0

  Q = - 2F/3

  M = (2F/3)(L - x)

Leyes de esfuerzos

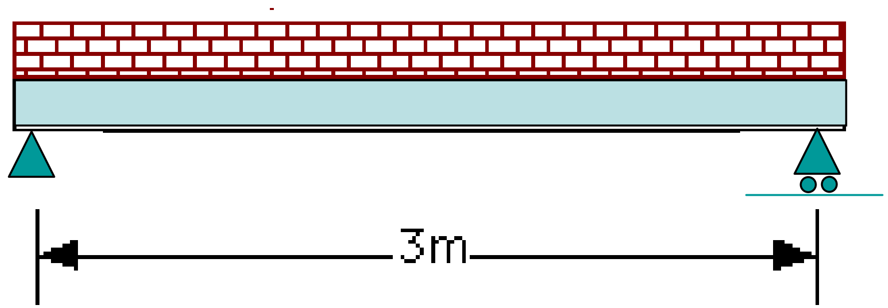


Esfuerzos cortantes

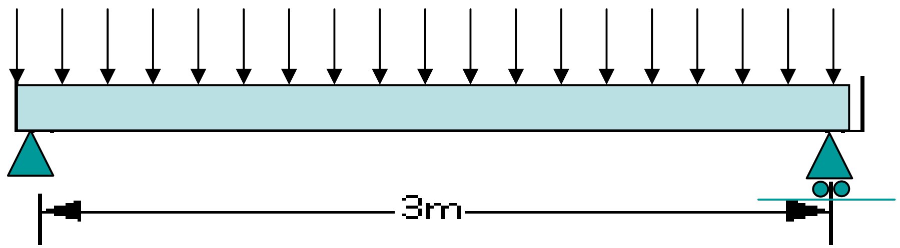
Momentos flectores

FUERZAS UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDAS:

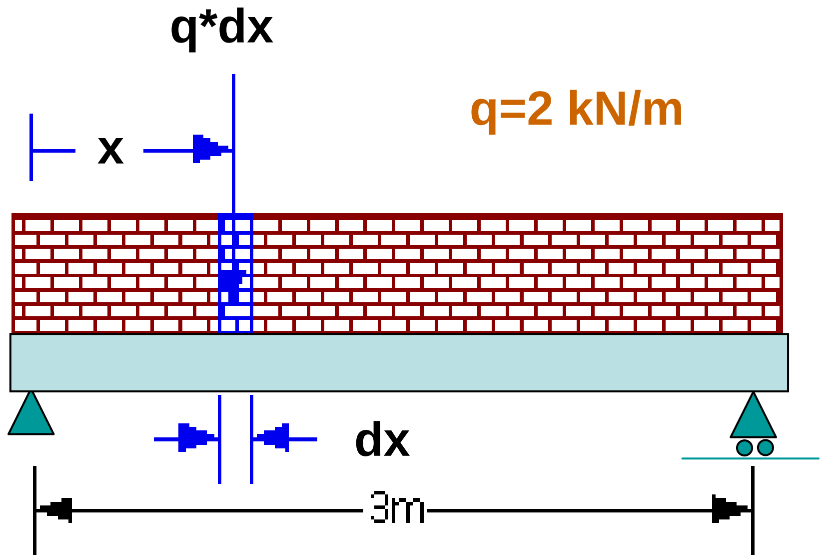
6 kN de ladrillos



q=2 kN/m



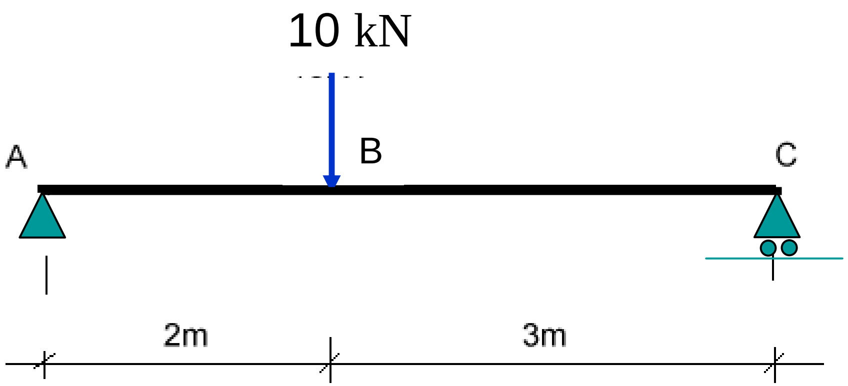
CENTRO DE GRAVEDAD DE LA DISTRIBUCIÓN DE CARGAS:



$$6 \cdot x_G = \int_o^3 x \cdot (2dx)$$

$$x_G = 1{,}5m$$

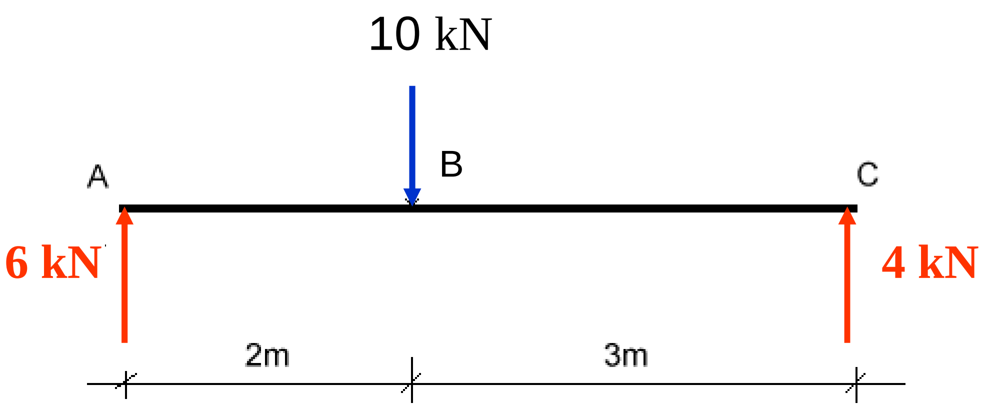
EJEMPLO 1



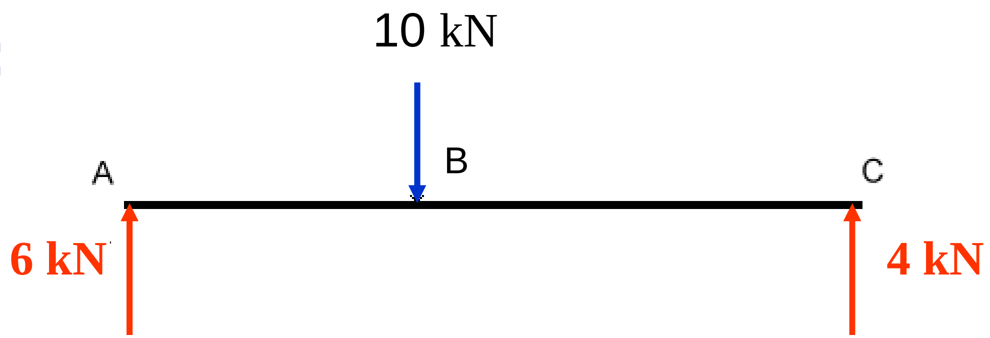
Cálculo de reacciones:
Igualando momentos (sentidos horario y antihorario) en A:

$$10 \text{ x } 2 = 5R_C$$
$$5R_C=20$$
$$R_C=20/5 =4kN$$

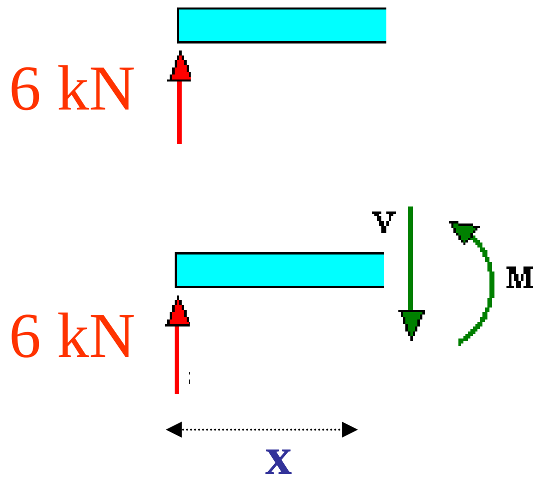
Igualando a cero la suma de fuerzas verticales: $R_A+R_C =10 \text{ kN}, R_A=6 \text{ kN}$



LEYES DE ESFUERZOS CORTANTES Y MOMENTOS FLECTORES:



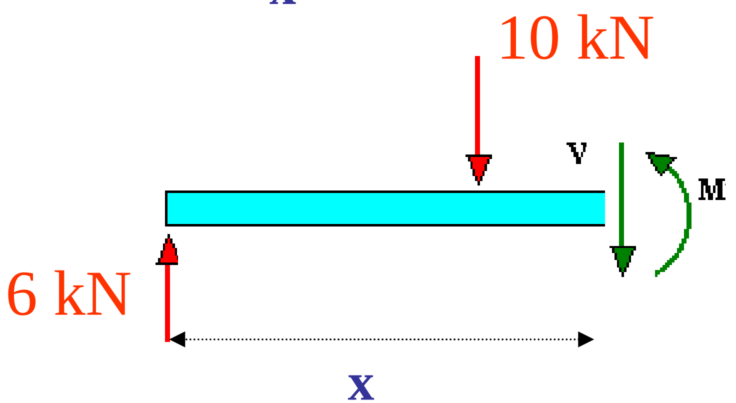
Entre A y B:



V=6 kN

M=6.x kN.m

Entre B y C:

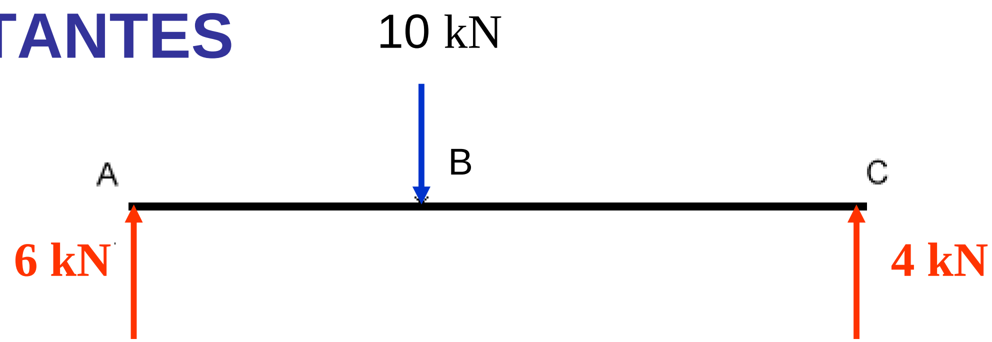


V=6-10=4 kN

M=6.x-10.(x-2) kN.m

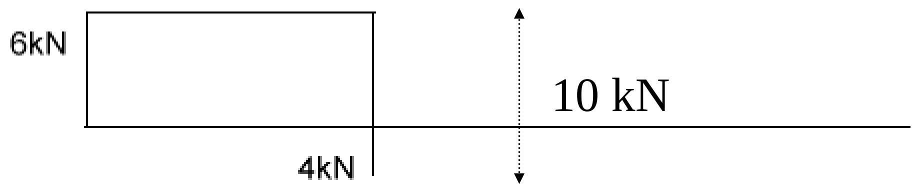
LEY DE ESFUERZOS CORTANTES

Moviéndonos de izquierda a derecha:

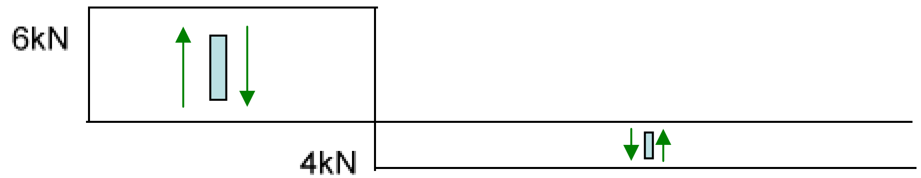


El esfuerzo cortante en la rebanada próxima al apoyo coincide con la reacción en el mismo

Entre A y B no hay ninguna carga actuando



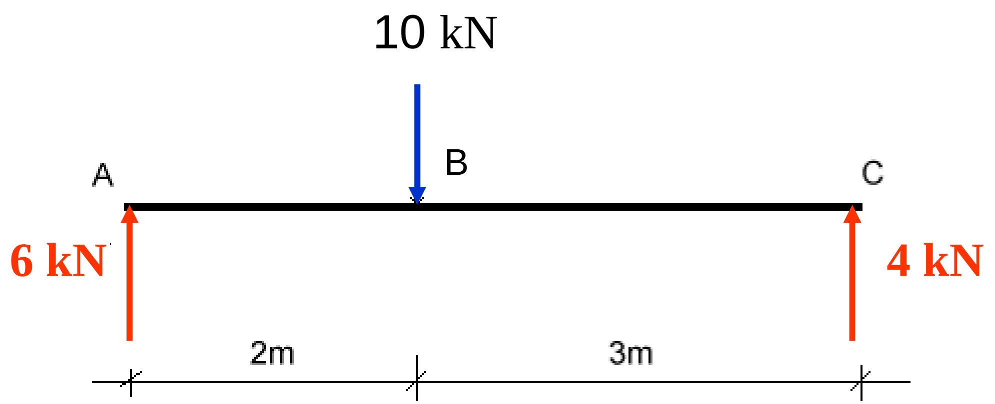
Al llegar a B nos encontramos con una carga aplicada, por lo que la ley presenta un salto brusco de valor igual a la carga aplicada



Entre B y C no hay ninguna carga actuando

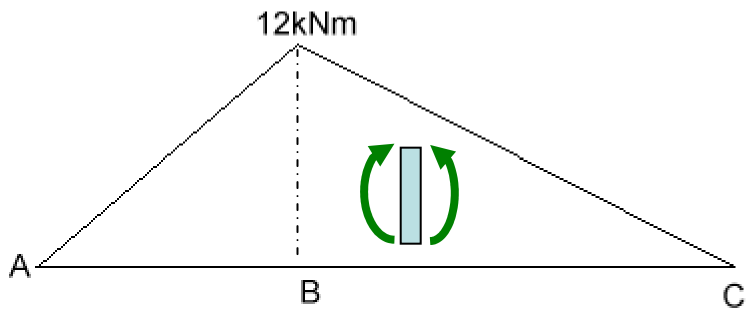
LEY DE ESFUERZOS CORTANTES

LEY DE MOMENTOS FLECTORES



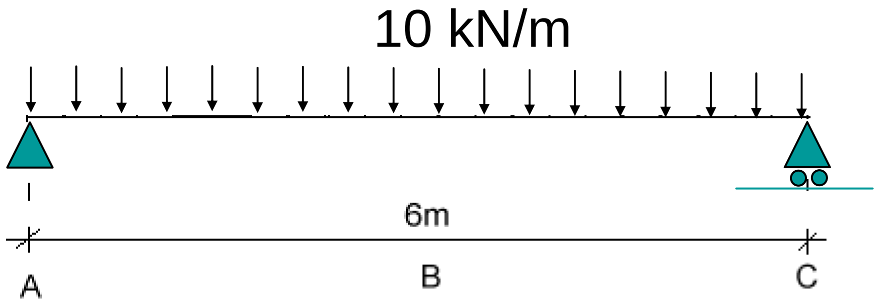
Tramo AB: $$M(z) = 6 \cdot z \,(kN.m)$$

Tramo BC: $$M(z) = 6 \cdot z - 10\left(z-2\right)(kN.m)$$



EJEMPLO 2

(Viga biapoyada con sobrecarga uniforme de 10 kN/m)



Cálculo de reacciones:

Tomando momentos en A (momentos horarios= momentos antihorarios): $(10 \times 6) \times 3 = 6R_C$

$6R_C = 180$, por lo que $R_C = 180/6 = 30kN$

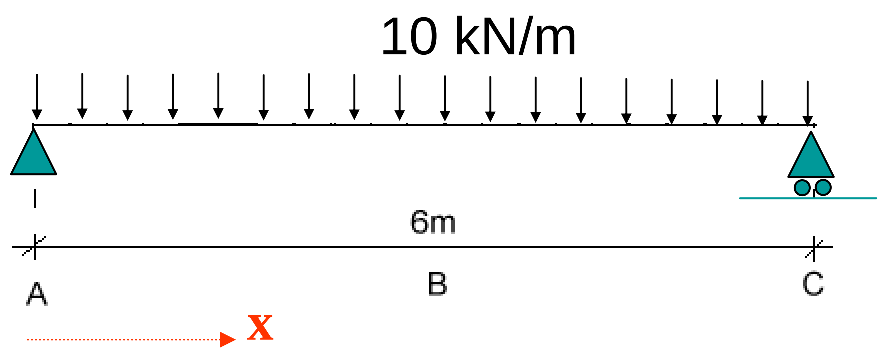
Estableciendo el equilibrio de las fuerzas verticales:

$R_A + R_C = 10 \times 6 = 60kN$

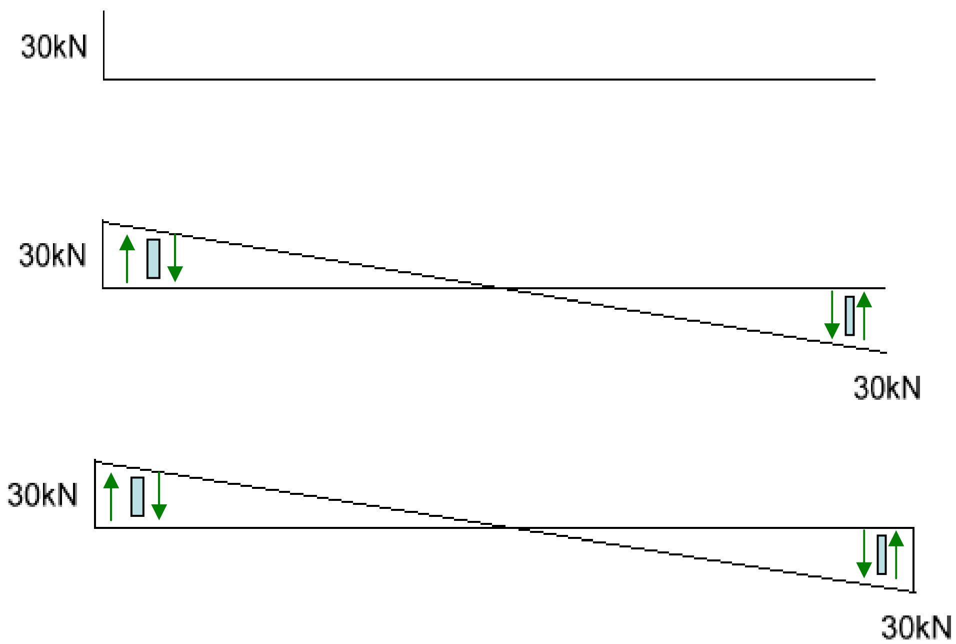
como: $R_C = 30kN$

$R_A + 30 = 60$

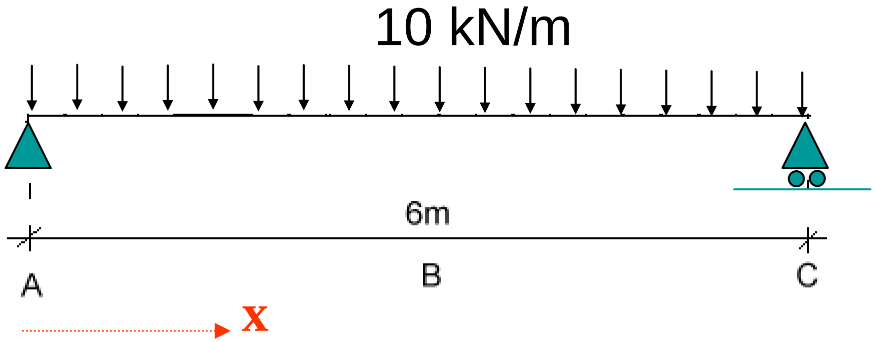
$R_A = 60 - 30 = 30kN$



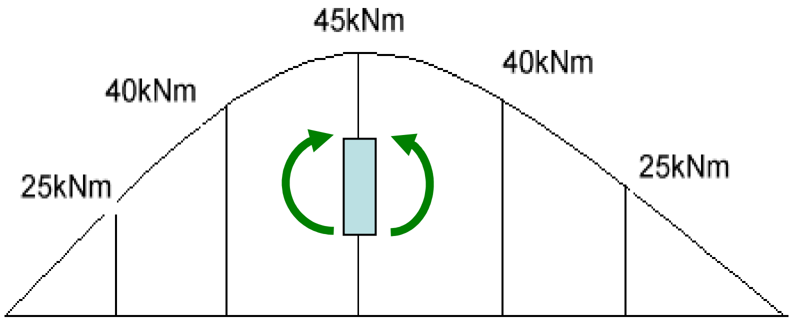
Ley de esfuerzos cortantes:



$$Q=30-10.x$$

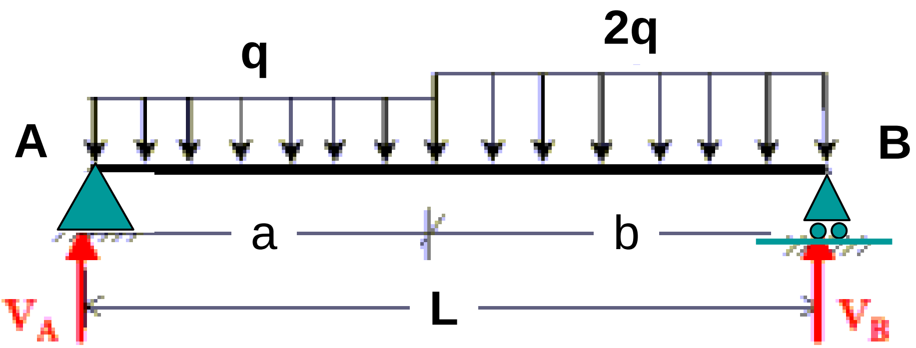


Ley de momentos flectores:



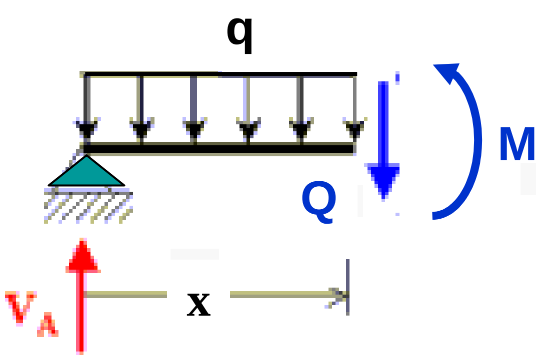
$$M=30.x-10.x^2/2$$

EJEMPLO 3



$$V_A = q\frac{a}{L}\left(b+\frac{a}{2}\right)+2q\frac{b}{L}\frac{b}{2}$$

$$V_B = qa + 2qb - V_A$$



Si x<a:

$$Q = V_A - qx$$

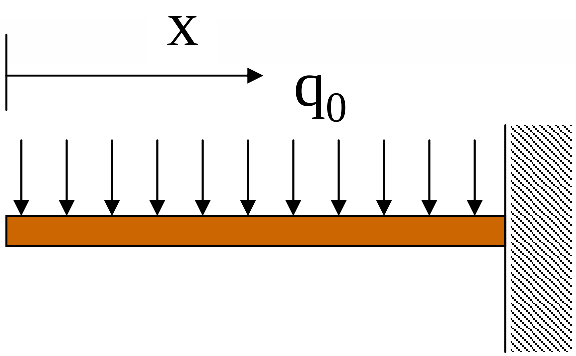
$$M = V_A x - q\frac{x^2}{2}$$

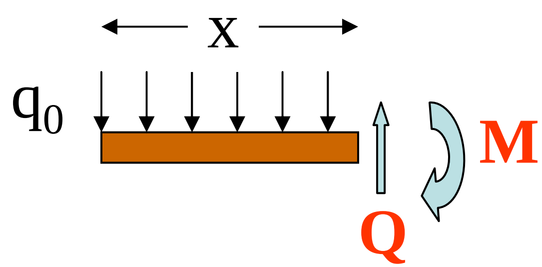
Si x>a:

$$Q = V_A - qx - 2q(x-a)$$

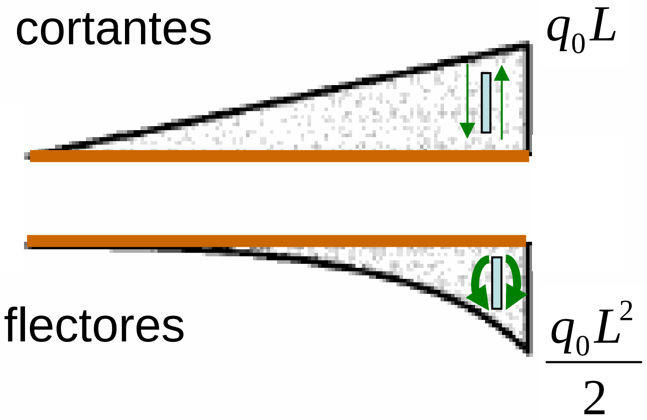
$$M = V_A x - qa\left(x-\frac{a}{2}\right) - 2q\frac{(x-a)^2}{2}$$

EJEMPLO 4





Ley de cortantes

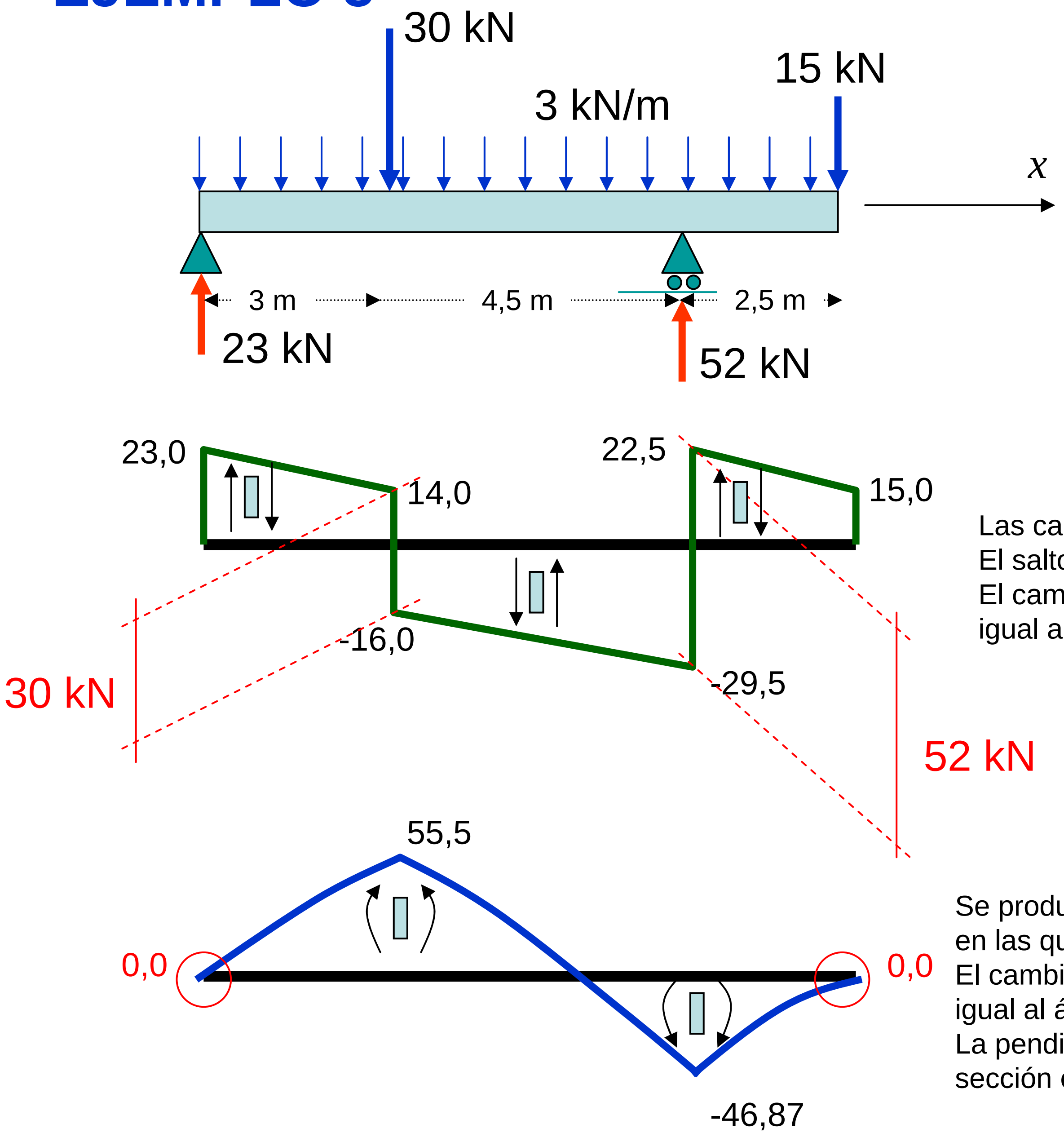


Ley de flectores

$$Q = q_0 \cdot x$$

$$M = q_0 \cdot x \cdot \left(\frac{x}{2} \right) = q_0 \cdot \frac{x^2}{2}$$

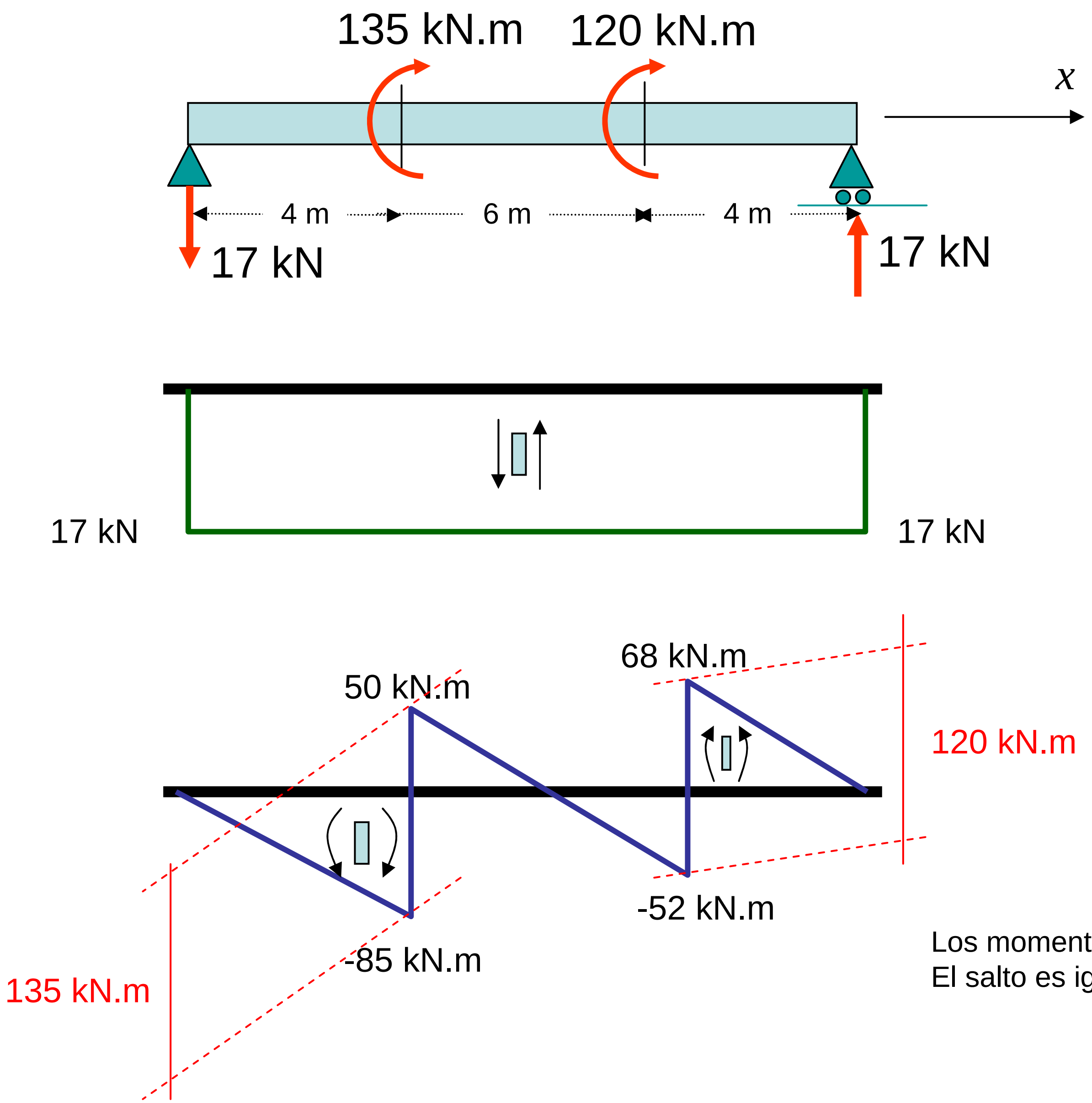
EJEMPLO 5



Las cargas concentradas causan una discontinuidad
El salto es igual al valor de la carga puntual aplicada
El cambio del valor del cortante entre dos secciones es igual a la suma de cargas entre esas dos secciones

Se producen puntos angulosos en aquellas secciones en las que existen cargas puntuales aplicadas
El cambio del valor del momento entre dos secciones es igual al área de cortantes entre esas dos secciones
La pendiente del diagrama de momentos en cualquier sección es igual al valor del cortante en la misma

EJEMPLO 6



Los momentos concentrados causan una discontinuidad
El salto es igual al valor del momento exterior aplicado