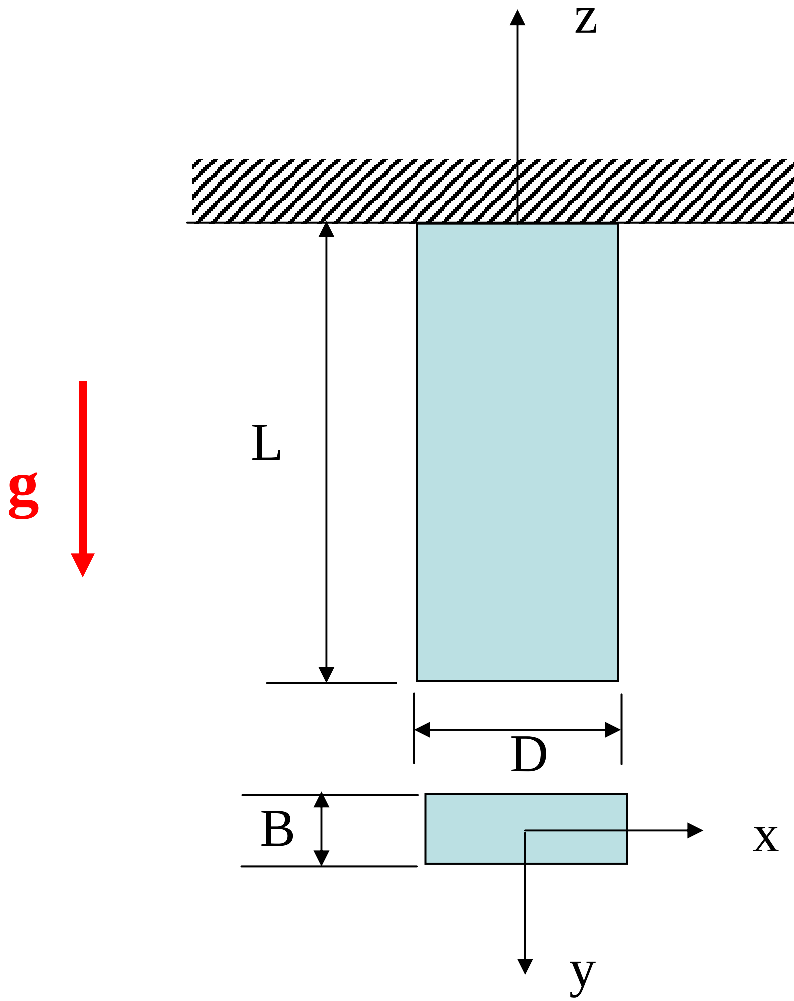
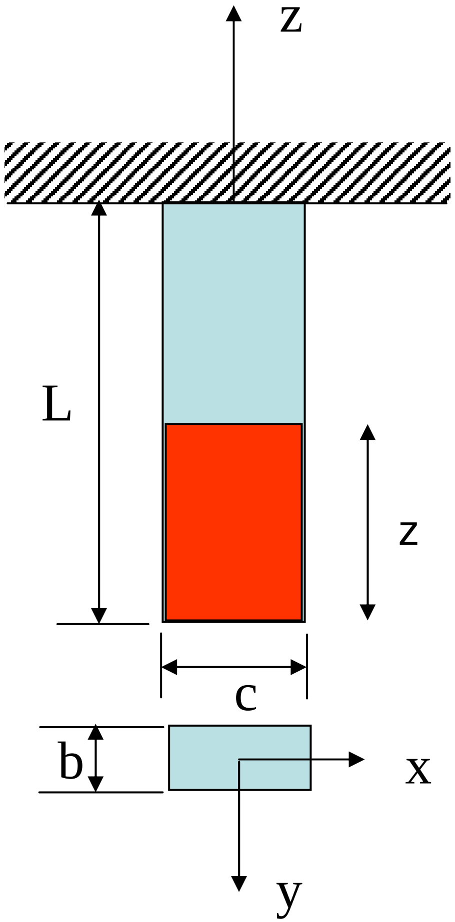
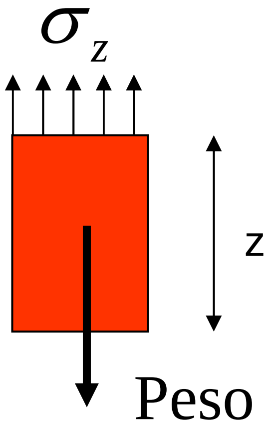
Ejercicio 4.1

Para la barra prismática de la figura, que se encuentra sometida a la acción de su propio peso, determinar el campo de tensiones, de deformaciones, de desplazamientos y la energía elástica acumulada



$$\gamma = \frac{Peso}{Volumen}$$





$$A \cdot \sigma_z = Peso = A \cdot z \cdot \gamma \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sigma_z = z \cdot \gamma$$

Tensiones:

$$\sigma_x = 0$$

$$\sigma_y = 0$$

$$\sigma_z = \gamma z$$

$$\tau_{xy} = 0$$

$$\tau_{yz} = 0$$

$$\tau_{xz} = 0$$

Deformaciones:

$$\varepsilon_x = -\frac{\nu}{E}\gamma z$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\nu}{E}\gamma z$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\gamma z$$

$$\varepsilon_{xy} = 0$$

$$\varepsilon_{yz} = 0$$

$$\varepsilon_{xz} = 0$$

Desplazamientos:

$$u = -\frac{\nu}{E}\gamma\, z\, x$$

$$v = -\frac{\nu}{E}\gamma\, z\, y$$

$$w = \frac{\gamma}{2E}\left[z^2 + \nu\left(x^2 + y^2\right) - L^2\right]$$

Densidad de energía:

$$\omega = \frac{1}{2E}\left(\sigma_z\right)^2 = \frac{\gamma^2}{2E} z^2$$

Energía elástica almacenada en la barra:

$$U = \int_V \omega \cdot dV = \int_0^L \frac{\gamma^2}{2E} z^2 A dz = \frac{\gamma^2}{6}\frac{AL^3}{E}$$