UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

APLICACIÓN DE LA EXTENSOMETRÍA A PROBLEMAS ELÁSTICOS

Carlos Navarro

Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

MÉTODOS EXPERIMENTALES EN ELASTICIDAD

Objetivo: Determinación de tensiones y deformaciones en sólidos elásticos cometidos a cargas exteriores

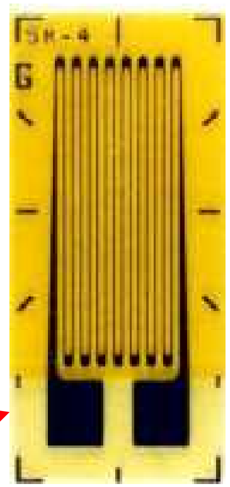
MÉTODOS EXTENSOMÉTRICOS

Objetivo: Medida de deformaciones

$$\varepsilon_a = \frac{L_2 - L_1}{L_1} = \frac{\Delta L}{L_1}$$

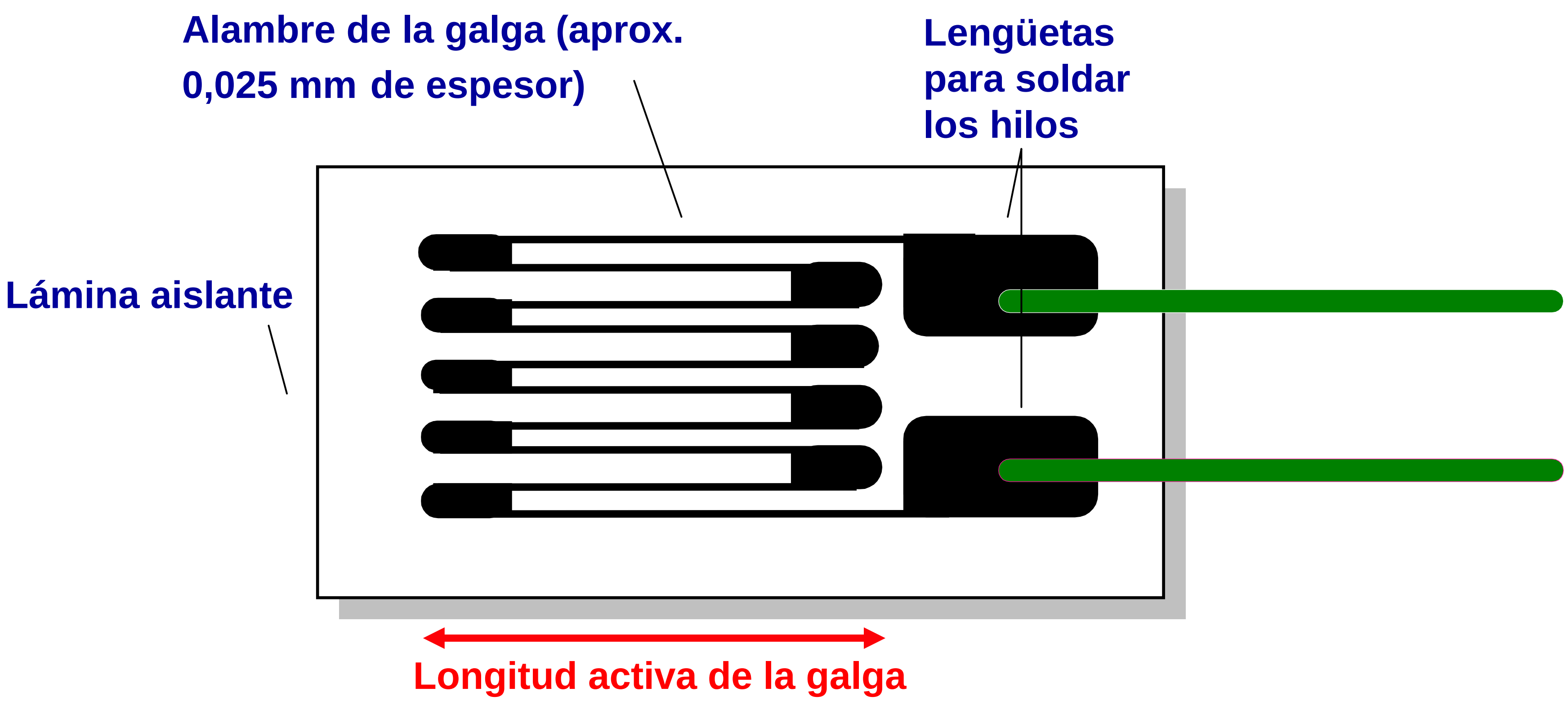
BANDAS O GALGAS EXTENSOMÉTRICAS

Se trata de una resistencia eléctrica formada por un hilo muy fino con la geometría de la figura.

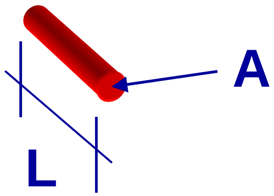


Bases aislantes muy delgadas

ESQUEMA DE UNA BANDA O GALGA EXTENSOMÉTRICA



Resistencia eléctrica de un hilo metálico:



$$R = \rho \frac{L}{A}$$

R= resistencia eléctrica del hilo
r= resistividad eléctrica del material
L= longitud del hilo
A= sección transversal del hilo

Variación de la resistencia de un hilo metálico:

$$\ln R = \ln\left(\rho \frac{L}{A}\right) = \ln \rho + \ln L - \ln A$$

Diferenciando:

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} - \frac{dA}{A}$$

Variación de la sección del hilo cuando éste se alarga:

D_0 = Diámetro inicial del hilo, L_0= Longitud inicial del hilo

ΔD = Variación del diámetro del hilo, ΔL= Variación de longitud del hilo

Efecto Poisson:

$$\frac{\Delta D}{D_0} = -\nu \frac{\Delta L}{L_0}$$

$$D = (D_0 + \Delta D) = D_0\left(1 - -\nu \frac{\Delta L}{L_0}\right)$$

$$dL \langle\langle L_0$$

$$\frac{dA}{A} = \frac{\pi D_0^2 \left(1 - \nu \frac{\Delta L}{L_0}\right)^2 - \pi D_0^2}{D_0^2} \approx -2\nu \frac{dL}{L_0}$$

Variación del volumen del hilo cuando éste se alarga:

$$V = A \cdot L = \pi \frac{D^2}{4} L$$

$$\ln V = \ln A + \ln L$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{dA}{A} + \frac{dL}{L} = -2\nu \frac{dL}{L} + \frac{dL}{L} = \frac{dL}{L}(1 - 2\nu)$$

Variación de la resistividad del hilo cuando éste se alarga (Ley de Bridgman):

$$\frac{d\rho}{\rho} = C \frac{dV}{V} = C(1 - 2\nu)\frac{dL}{L}$$

MÉTODOS EXTENSOMÉTRICOS

$$\frac{dR}{R} = \boxed{\frac{d\rho}{\rho}} + \frac{dL}{L} - \boxed{\frac{dA}{A}}$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = C\frac{dV}{V} = C(1-2\nu)\frac{dL}{L}$$

$$\frac{dA}{A} \approx -2\nu\frac{dL}{L_0}$$

$$\frac{dR}{R} = \left[C(1-2\nu)+(1+2\nu)\right]\frac{dL}{L}$$

Factor de sensibilidad de galga (K)

$$\frac{dR}{R} = K\frac{dL}{L} = K\cdot\varepsilon$$

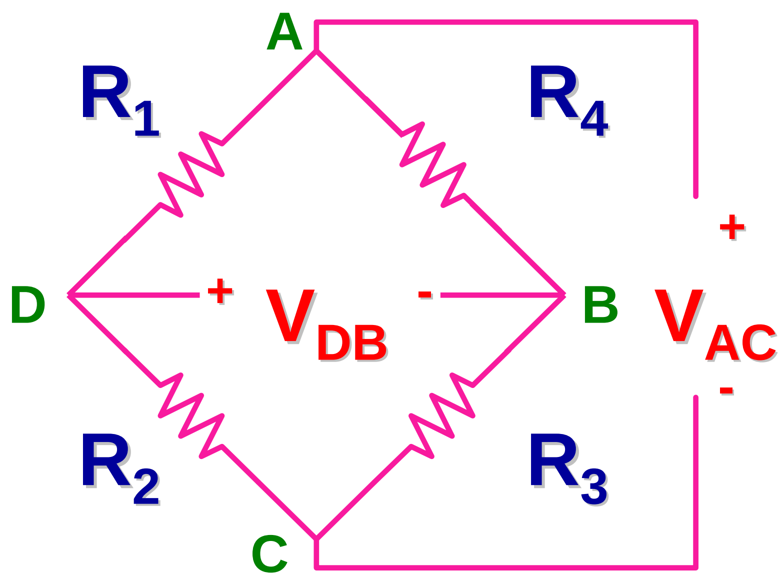
Características de las galgas extensométricas metálicas:

- Factor de galga: $K = 2{,}0 \sim 2{,}2$
- $R_0 = 120\ \Omega \pm 1\ \Omega$.
- $\Delta R = -2{,}4\ \Omega \sim 4{,}8\ \Omega$.
- Intensidad de corriente máxima en la galga: 15 mA ~ 100 mA
- Baja sensibilidad a las variaciones de temperatura

PUENTE DE WHEATSTONE

Sir Charles Wheatstone

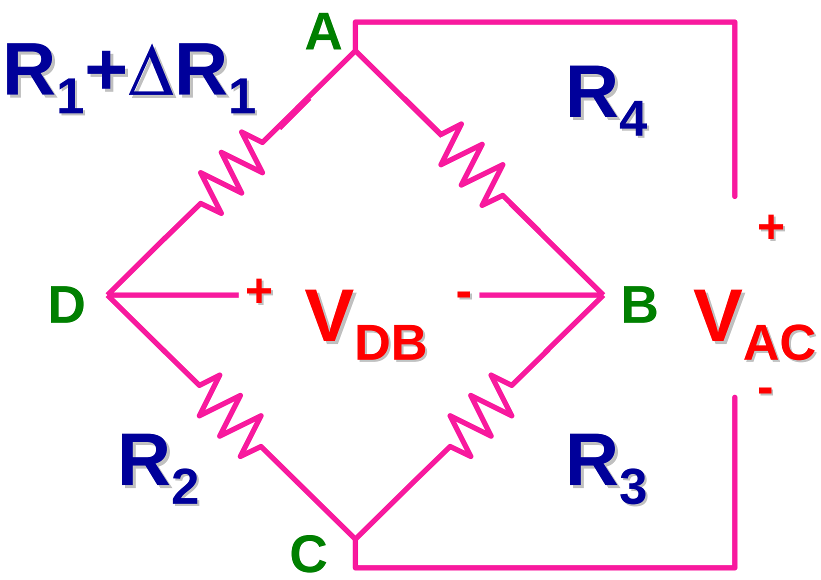
(1802-1875)



$$\frac{V_{DB}}{V_{AC}} = \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

$$\text{Cuando}: \; R_1 R_3 = R_2 R_4 \Rightarrow V_{DB} = 0 \; \text{(Puente equilibrado)}$$

¿Qué sucede si, en un puente equilibrado, varía una de las resistencias?



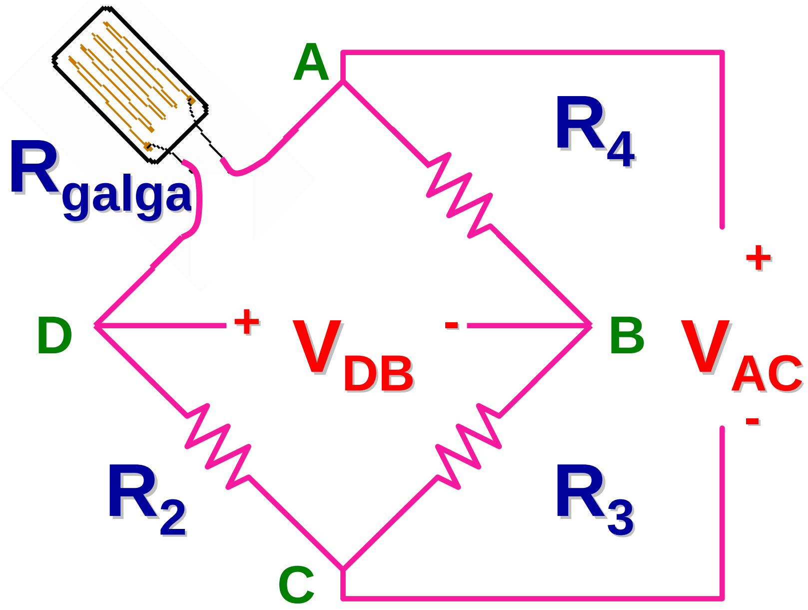
Supongamos que varía R_1

$$\frac{V_{DB}}{V_{AC}} = \frac{(R_1+\Delta R_1)R_3 - R_2R_4}{(R_1+\Delta R_1+R_2)(R_3+R_4)}$$

$$\frac{V_{DB}}{V_{AC}} \approx \frac{1}{4}\frac{\Delta R_1}{R_1}$$

MÉTODOS EXTENSOMÉTRICOS

Si sustituimos una de las resistencias por una galga extensométrica podemos proceder del siguiente modo:



Con el sólido descargado, y aplicando una diferencia de potencial V_{AC}, equilibramos el puente:

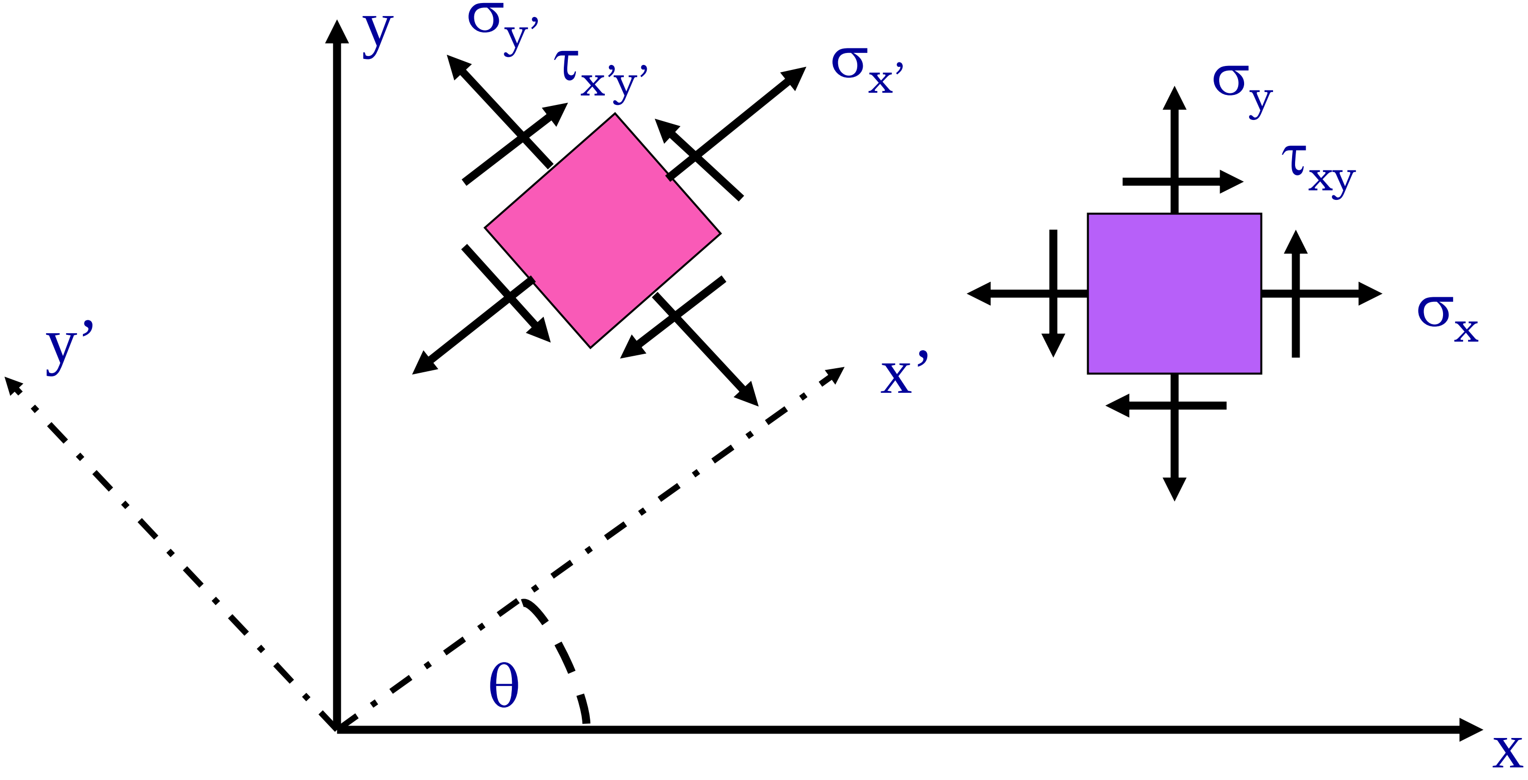
$$R_{\text{galga}} R_3 = R_2 R_4$$

Aplicamos las cargas al sólido. La resistencia de la galga se incrementara en ΔR_{galga}, desequilibrando el puente. Si medimos V_{DB} en ese momento:

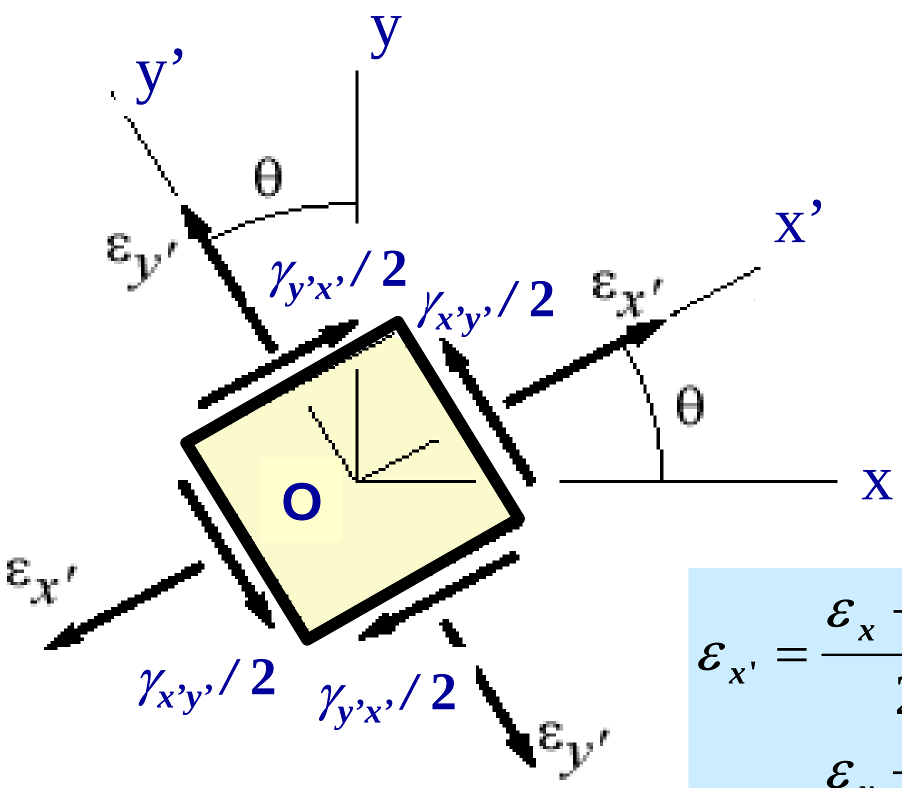
$$\frac{V_{DB}}{V_{AC}} \approx \frac{1}{4}\frac{\Delta R_{\text{galga}}}{R_{\text{galga}}} = \frac{1}{4} K \cdot \varepsilon \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \frac{4 \cdot V_{DB}}{K \cdot V_{AC}}$$

CAMBIO DEL SISTEMA DE REFERENCIA (2D)

Conocidas las componentes del tensor de deformaciones $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}/2)$ en un punto referidas *x,y*, las componentes de dicho tensor respecto de otro sistema cartesiano *x',y'* (eje *x'* formando un ángulo θ). Llamemos $(\varepsilon_{x'}, \varepsilon_{y'}, \gamma_{x'y'}/2)$ a las componentes respecto del nuevo sistema de referencia.



MÉTODOS EXTENSOMÉTRICOS



$$\varepsilon_{x'} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2}\operatorname{sen} 2\theta$$

$$\varepsilon_{y'} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\cos 2\theta - \frac{\gamma_{xy}}{2}\operatorname{sen} 2\theta$$

$$\gamma_{x'y'} = 2\varepsilon_{x'y'} = -\left(\varepsilon_x - \varepsilon_y\right)\operatorname{sen} 2\theta + \gamma_{xy}\cos 2\theta$$

DETERMINACIÓN DEL ESTADO TENSIONAL EN UN PUNTO

$$\sigma_x = \lambda e_v + 2G\,\varepsilon_x$$

$$\sigma_y = \lambda e_v + 2G\,\varepsilon_y$$

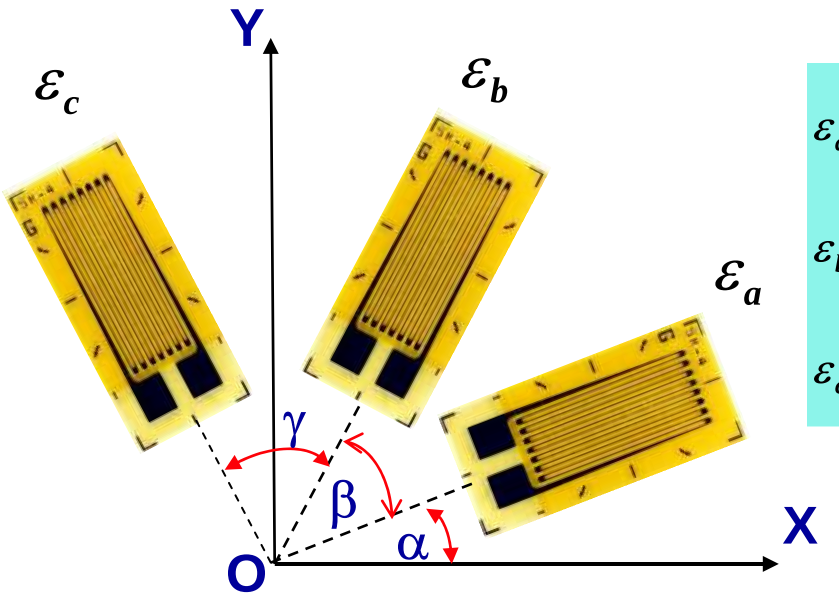
$$\sigma_z = \lambda e_v + 2G\,\varepsilon_z$$

$$\tau_{yx} = G\,\gamma_{yx}$$

$$\tau_{zx} = G\,\gamma_{zx}$$

$$\tau_{zy} = G\,\gamma_{zy}$$

MÉTODOS EXTENSOMÉTRICOS



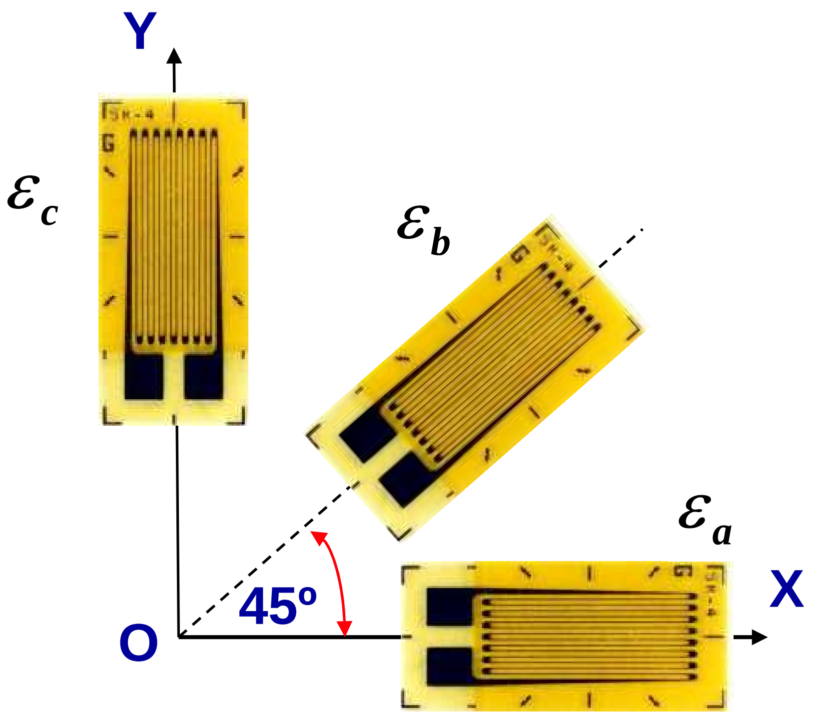
$$\varepsilon_a = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\cos 2\alpha + \varepsilon_{xy}\,sen\,2\alpha$$

$$\varepsilon_b = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\cos 2(\alpha+\beta) + \varepsilon_{xy}\,sen\,2(\alpha+\beta)$$

$$\varepsilon_c = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\cos 2(\alpha+\beta+\gamma) + \varepsilon_{xy}\,sen\,2(\alpha+\beta+\gamma)$$

Sistema de 3 ecuaciones con tres incógnitas *($\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy} = \gamma_{xy}/2$)*

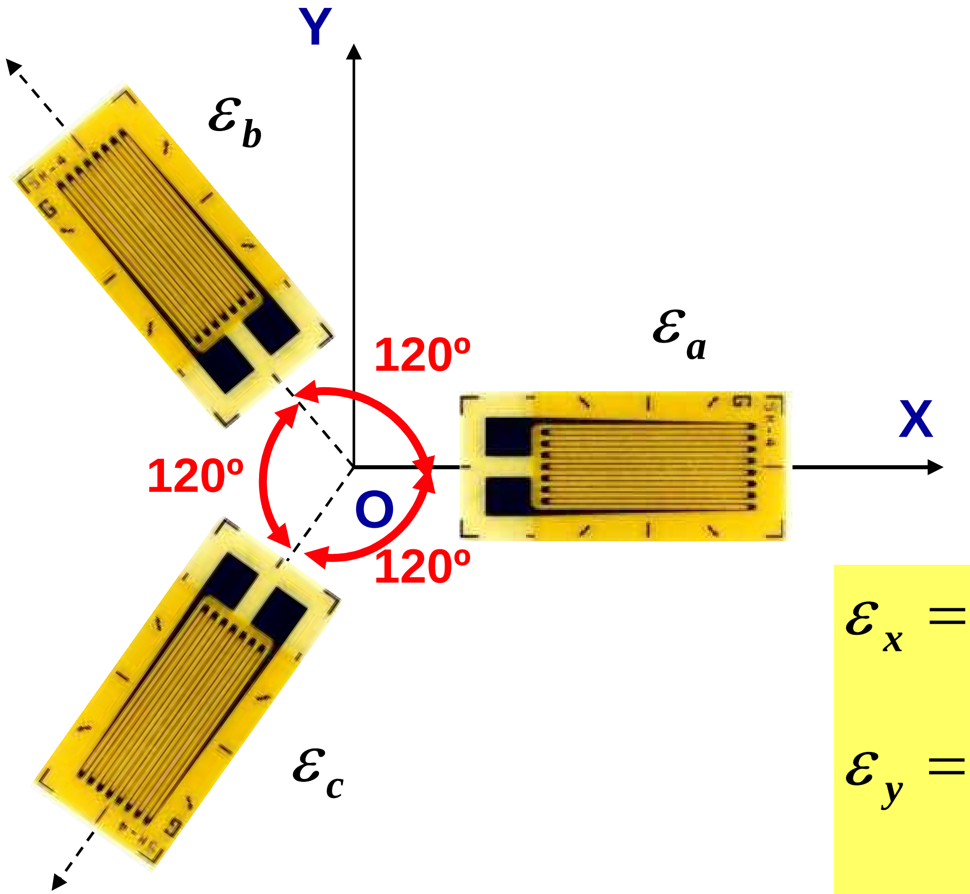
MÉTODOS EXTENSOMÉTRICOS



$$\varepsilon_x = \varepsilon_a$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_c$$

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_b - \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2}$$



$$\varepsilon_a = \varepsilon_x$$

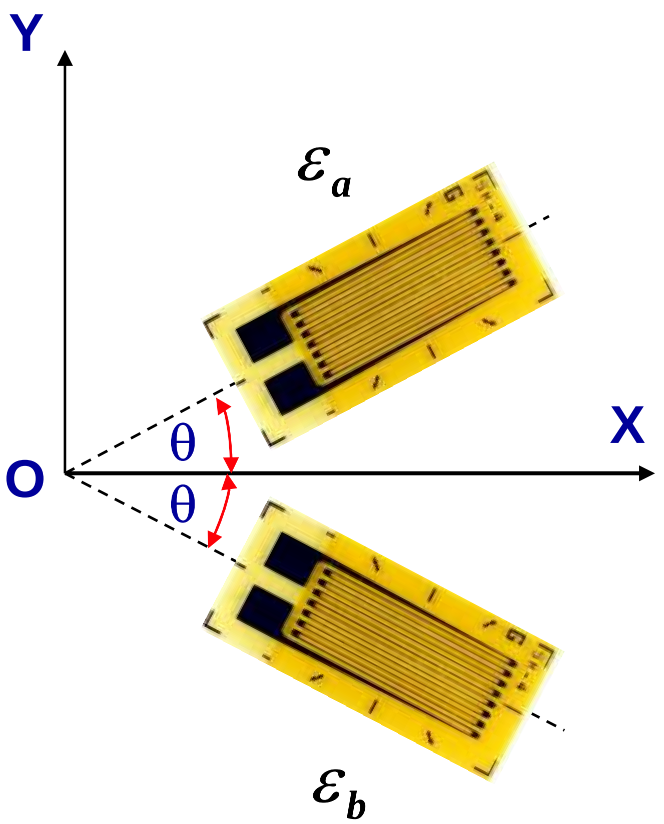
$$\varepsilon_b = \varepsilon_x \frac{1}{4} + \varepsilon_y \frac{1}{4} - \varepsilon_{xy} \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_x \frac{1}{4} + \varepsilon_y \frac{1}{4} + \varepsilon_{xy} \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\varepsilon_x = \varepsilon_a$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{3}\left(2\left(\varepsilon_b + \varepsilon_c\right) - \varepsilon_a\right)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\sqrt{3}}{3}\left(\varepsilon_c - \varepsilon_b\right)$$



$$\varepsilon_a = \varepsilon_x \cos^2\theta + \varepsilon_y sen^2\theta + \varepsilon_{xy} sen\, 2\theta$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_x \cos^2\theta + \varepsilon_y sen^2\theta - \varepsilon_{xy} sen\, 2\theta$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\varepsilon_a - \varepsilon_b}{sen\, 2\theta}$$

Cuando θ = 45º

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_a - \varepsilon_b$$