UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

ESTRUCTURAS ESFÉRICAS

Y CILÍNDRICAS

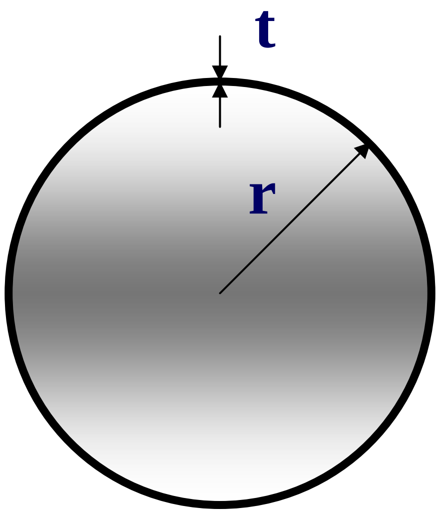
Carlos Navarro

Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

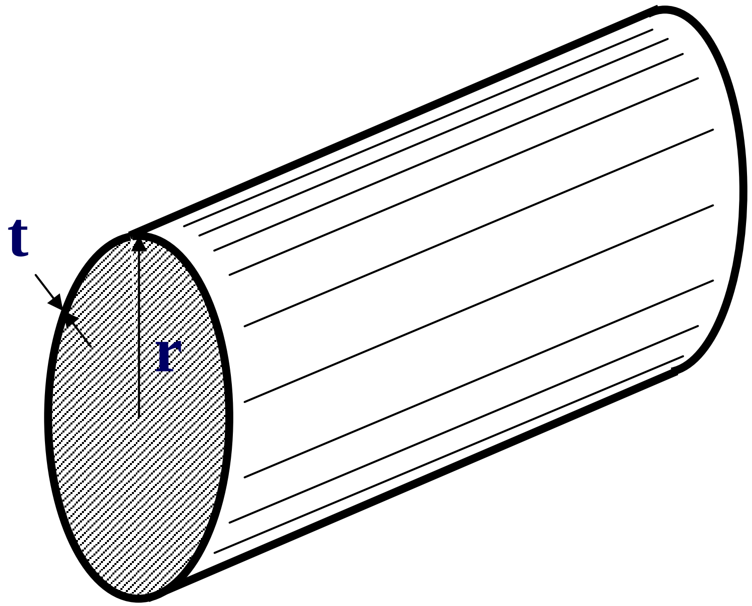
ESTRUCTURAS SOMEIDAS A ESFUERZOS EN SU PLANO:

-Tuberías sometidas a presión interna
-Depósitos sometidos a presión interna
-Silos

Vasija o depósito de pared delgada (t/r<10) sometida a presión interna



Vasija esférica



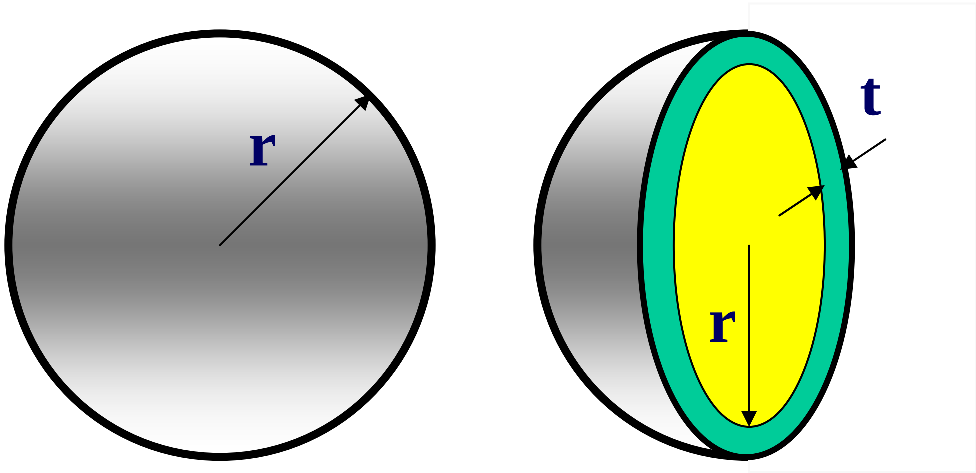
Vasija cilíndrica

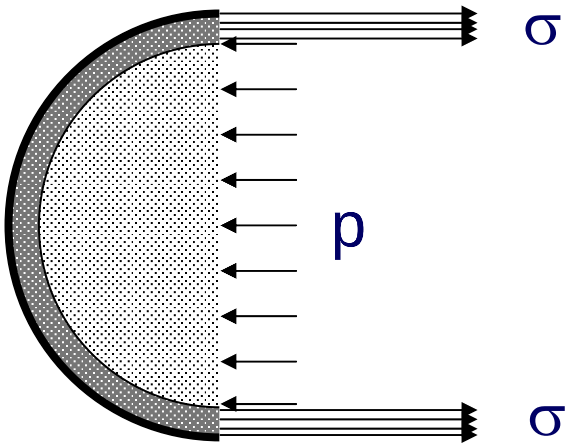
¿Qué conceptos necesitamos manejar?

Básicamente dos: el de tensión y el de resistencia a tracción


REPSOLGAS

VASIJAS ESFÉRICAS A PRESIÓN





Fuerza ejercida por la presión interna:

$$\pi r^2 p$$

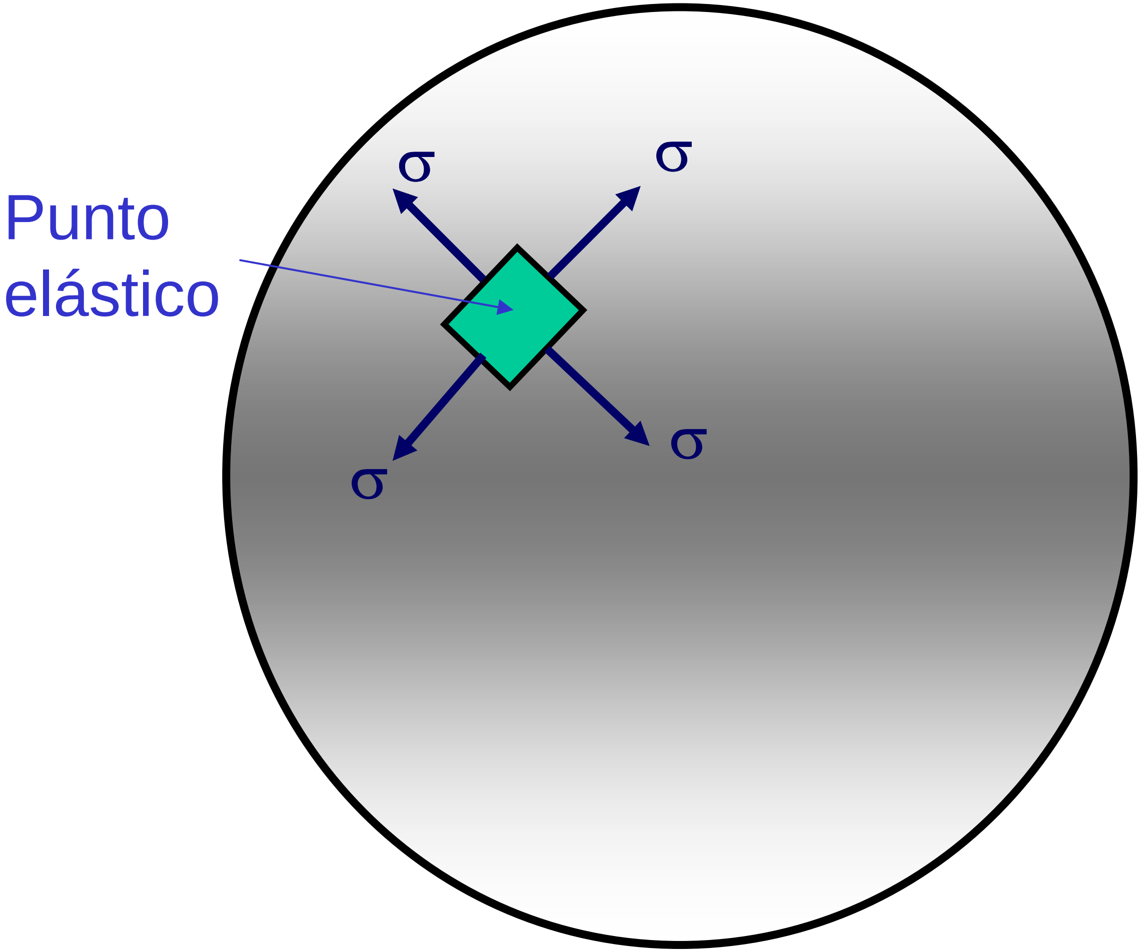
Fuerza ejercida por la tensión actuante:

$$2\pi r t \sigma$$

De la igualdad entre ambas, resulta:

$$\sigma = \frac{pr}{2t}$$

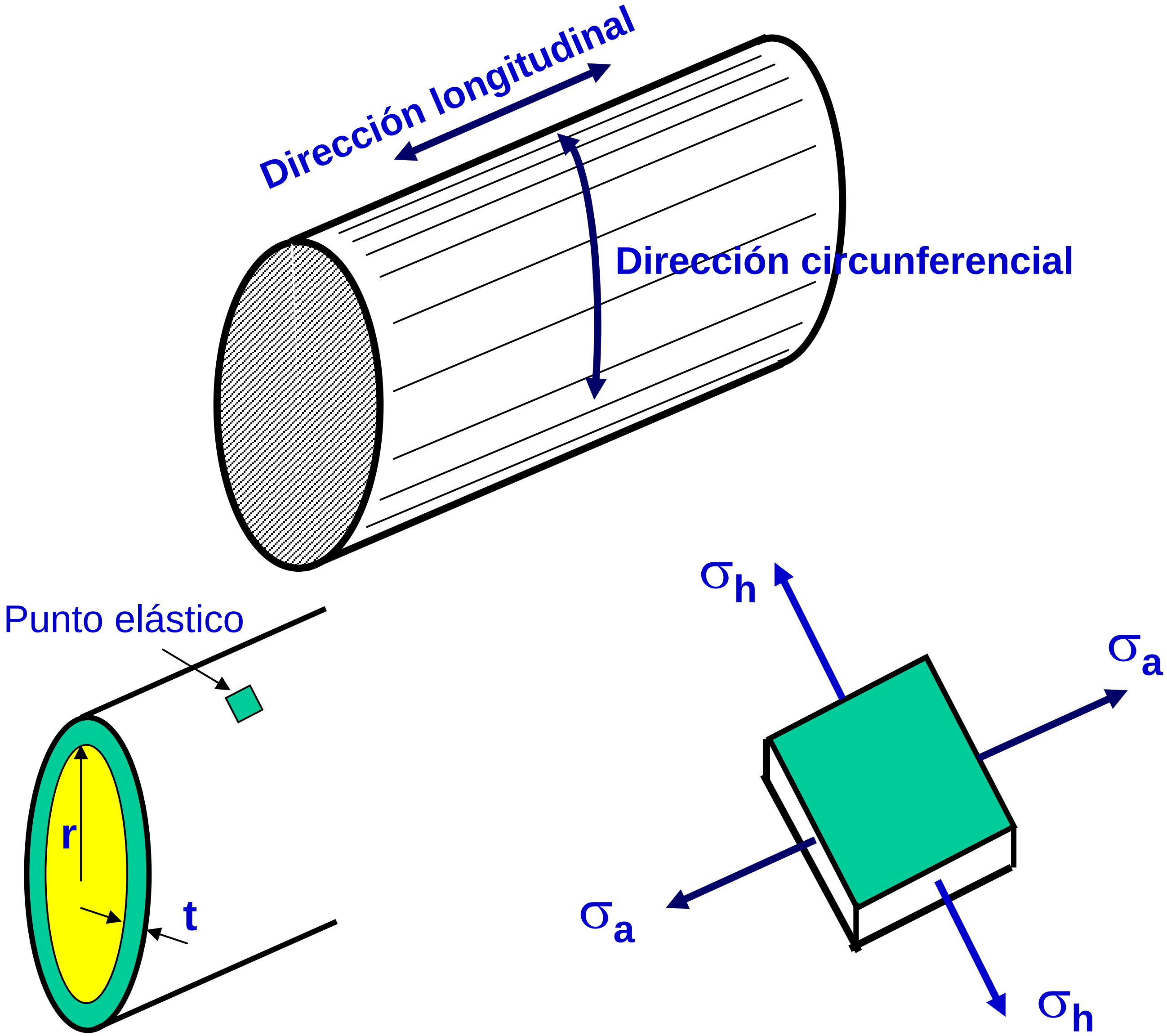
Estado tensional en un punto de la vasija



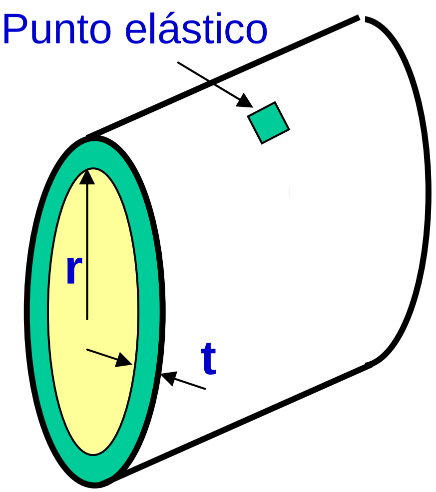
$$\sigma = \frac{pr}{2t}$$

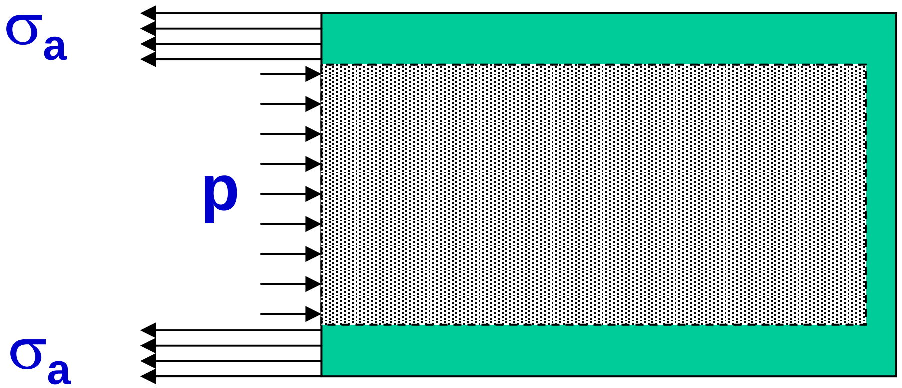
¡ σ es mucho mayor que p !

VASIJAS CILINDRICAS A PRESIÓN



Cálculo de la tensión longitudinal:





Fuerza ejercida por la presión interna:

$$\pi r^2 p$$

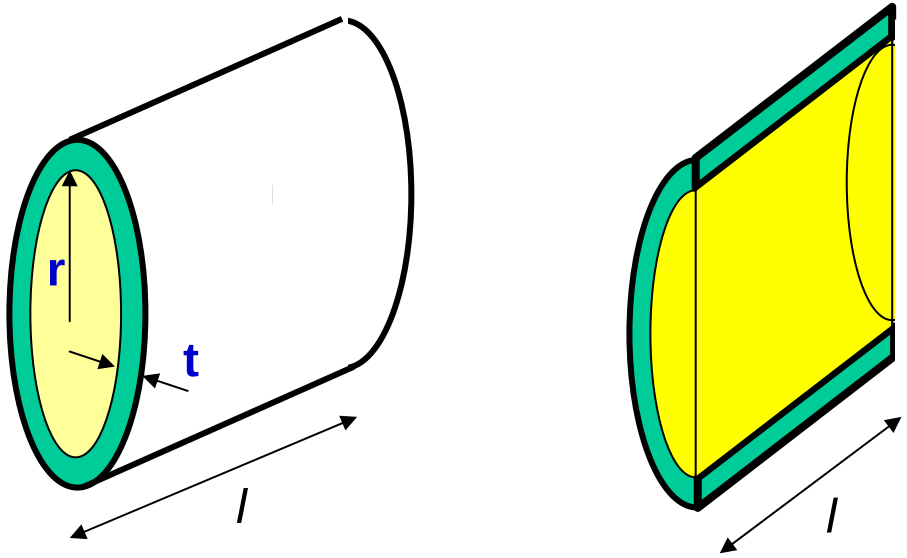
Fuerza ejercida por la tensión actuante:

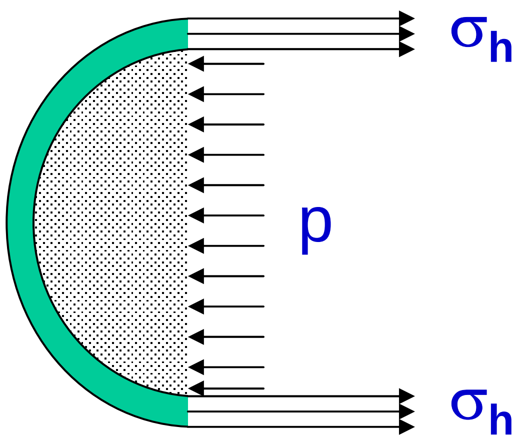
$$2\pi r t \sigma_a$$

De la igualdad entre ambas, resulta:

$$\boxed{\sigma_a = \frac{pr}{2t}}$$

Cálculo de la tensión circunferencial:





Fuerza ejercida por la presión interna:

$$2rlp$$

Fuerza ejercida por la tensión actuante:

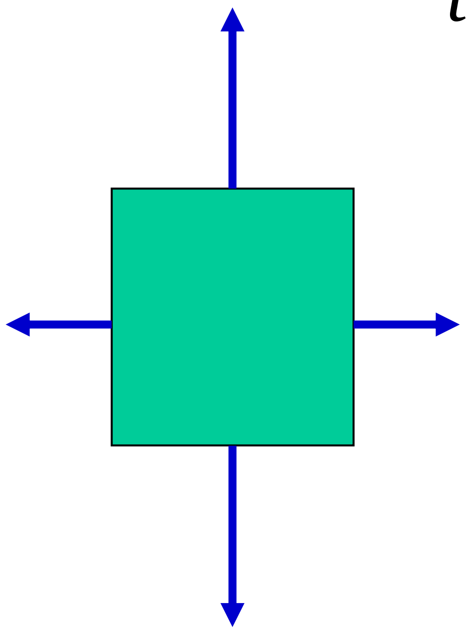
$$2lt\sigma_h$$

De la igualdad entre ambas, resulta:

$$\sigma_h = \frac{pr}{t}$$

Estado tensional en los puntos de la vasija cilíndrica:

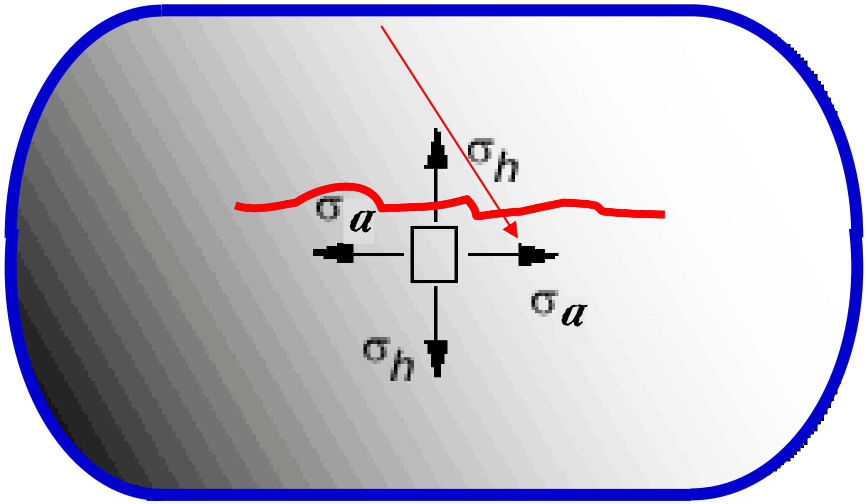
$$\sigma_h = \frac{pr}{t}$$



$$\sigma_a = \frac{pr}{2t}$$

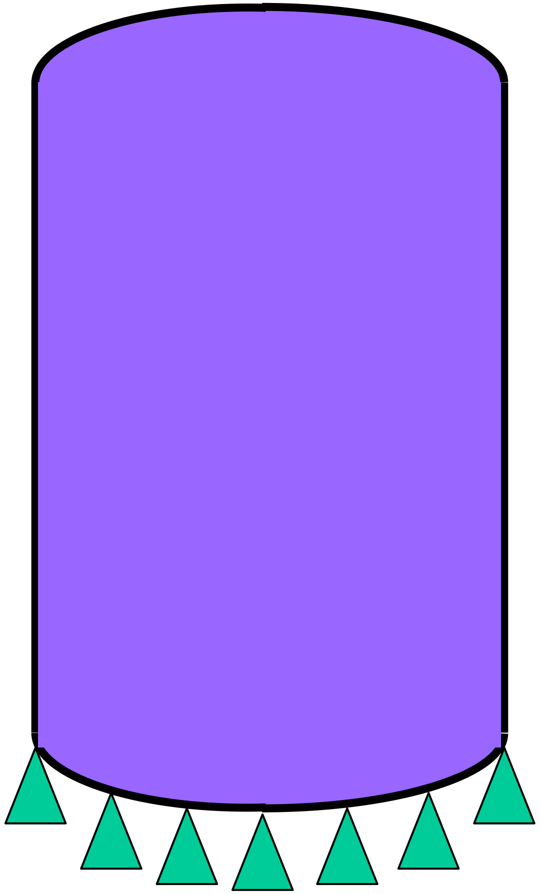
¡ σ_h es mayor que σ_a, y ambas son mucho mayores que p !

Forma de rotura más probable



$$\sigma_h = 2\sigma_a$$

Ejemplo: Determinar el espesor ***t*** de la vasija de la figura, realizada con acero inoxidable austenítico, sabiendo que su radio es ***r*** y que contiene un gas a una presión ***p***. Considérese un coeficiente de seguridad γ.



Tensión máxima:

$$\sigma_{máx} = \frac{pr}{t}$$

TUBERÍAS Y VIROLAS DE DEPÓSITOS SOMETIDOS A PRESIÓN INTERNA

Caso 1. extremos abiertos

$$\{N\} = [A]\{\varepsilon^0\}$$

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ p \cdot R \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_a^0 \\ \varepsilon_h^0 \\ \gamma_{ah}^0 \end{Bmatrix}$$

$$\varepsilon_a^0 = \text{deformación axial}$$

$$\varepsilon_h^0 = \text{deformación circunferencial}$$

Para un laminado equilibrado: $A_{13} = A_{23} = 0$

$$0 = A_{11} \cdot \varepsilon_a^0 + A_{12} \cdot \varepsilon_h^0$$

$$p \cdot R = A_{21} \cdot \varepsilon_a^0 + A_{22} \cdot \varepsilon_h^0$$

$$\varepsilon_a^0 = p \cdot R \frac{A_{12}}{A_{12}^2 - A_{11} \cdot A_{22}}$$

$$\varepsilon_h^0 = -p \cdot R \frac{A_{11}}{A_{12}^2 - A_{11} \cdot A_{22}}$$

Caso 2. extremos cerrados

$$\{N\} = [A]\{\varepsilon^0\}$$

$$\begin{Bmatrix} \dfrac{p \cdot R}{2} \\ p \cdot R \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_a^0 \\ \varepsilon_h^0 \\ \gamma_{ah}^0 \end{Bmatrix}$$

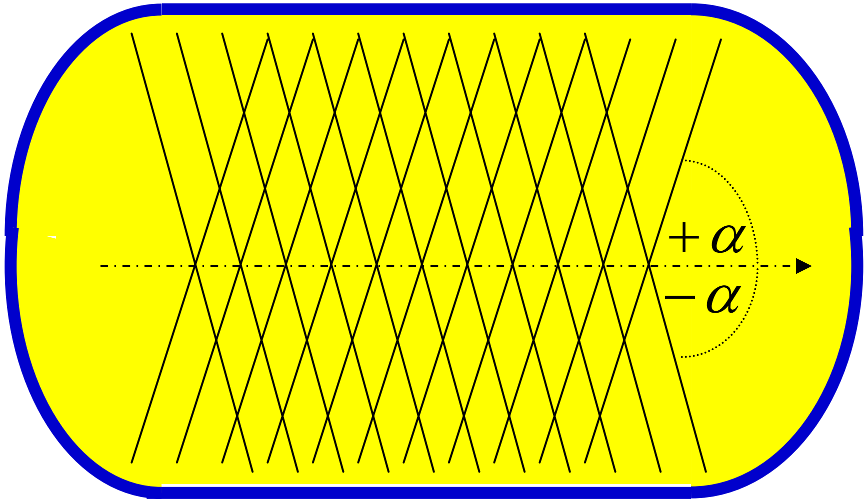
$$\frac{p \cdot R}{2} = A_{11} \cdot \varepsilon_a^0 + A_{12} \cdot \varepsilon_h^0$$

$$p \cdot R = A_{21} \cdot \varepsilon_a^0 + A_{22} \cdot \varepsilon_h^0$$

$$\varepsilon_a^0 = p \cdot R \frac{A_{22}/2 - A_{12}}{A_{11} \cdot A_{22} - A_{12}^2}$$

$$\varepsilon_h^0 = p \cdot R \frac{A_{11}/2 - A_{12}}{A_{11} \cdot A_{22} - A_{12}^2}$$

Laminados con orientaciones $\pm\alpha$



Existe una orientación α para la que sólo aparecen tensiones normales en dirección de las fibras

Tensiones en ejes globales en las láminas a +α:

$$\sigma_a^{+\alpha} = \frac{\sigma}{2}\left(1 + \cos 2\alpha\right)$$

$$\sigma_h^{+\alpha} = \frac{\sigma}{2}\left(1 - \cos 2\alpha\right)$$

$$\tau_{ah}^{+\alpha} = \frac{\sigma}{2}\sin 2\alpha$$

Tensiones en ejes globales en las láminas a -α:

$$\sigma_a^{-\alpha} = \frac{\sigma}{2}\left(1 + \cos 2\alpha\right)$$

$$\sigma_h^{-\alpha} = \frac{\sigma}{2}\left(1 - \cos 2\alpha\right)$$

$$\tau_{ah}^{-\alpha} = -\frac{\sigma}{2}\sin 2\alpha$$

Esfuerzos:

$$\{N\} = \sum_i \{\sigma\}_i \cdot h_i$$

$$N_a = \frac{\sigma}{2}\left(1+\cos 2\alpha\right)\cdot 2nh_0$$

$$N_h = \frac{\sigma}{2}\left(1-\cos 2\alpha\right)\cdot 2nh_0$$

$$N_{ah} = 0$$

siendo:

$n = \text{número de láminas con orientación} + \alpha \text{ ó } -\alpha$

$\mathrm{h}_0 = \text{espesor de una lámina}$

$$\left.\begin{aligned} N_a &= \frac{\sigma}{2}\left(1+\cos 2\alpha\right)\cdot 2nh_0 = \frac{p\cdot R}{2} \\ N_h &= \frac{\sigma}{2}\left(1-\cos 2\alpha\right)\cdot 2nh_0 = p\cdot R \end{aligned}\right\} \quad \frac{1+\cos 2\alpha}{1-\cos 2\alpha} = \frac{1}{2}$$

α=54,74º