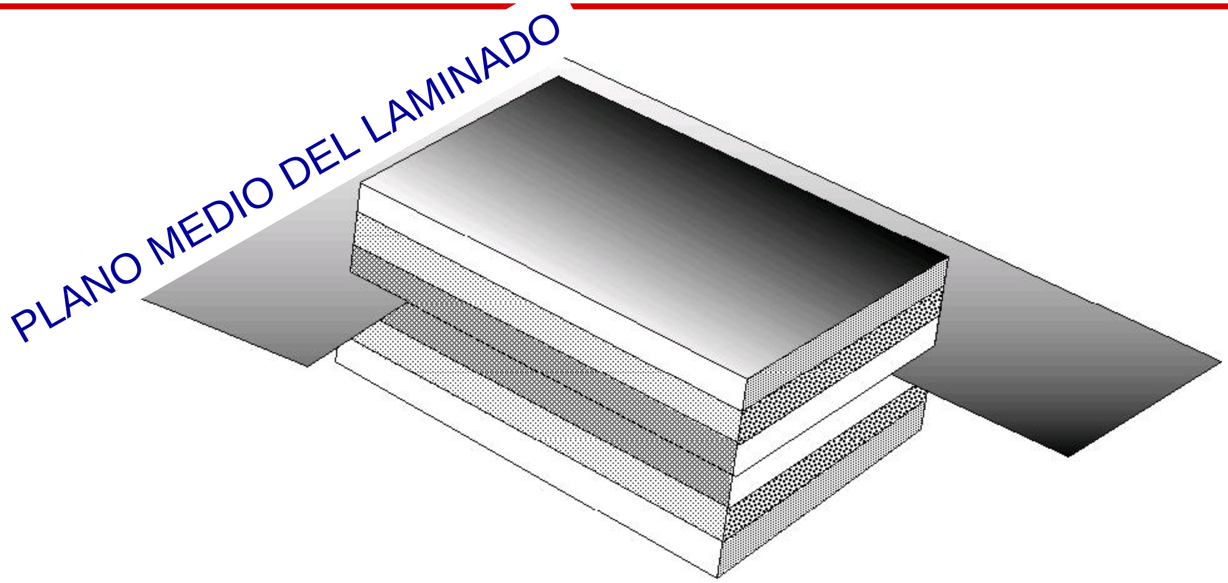
TEORÍA CLÁSICA DE LAMINADOS

Carlos Navarro

Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

LAMINADOS



Para definir el laminado se emplearán los siguientes criterios:

- Se definirán las láminas desde el exterior hacia el interior del laminado.

- Se indicará con un número el ángulo que forman las fibras con la dirección de referencia y, mediante un subíndice, el número de láminas seguidas que poseen esta orientación.

- Cuando se defina la secuencia de apilamiento de todas las láminas del laminado se empleará el subíndice *T* para indicar que, el laminado, ha sido definido en su totalidad.

- Cuando se trate de un laminado simétrico, sólo se expresará la secuencia de apilado de uno de los lados y utilizaremos el subíndice *S* para indicar que el laminado es simétrico.

Ejemplos de nomenclatura:

Un laminado simétrico compuesto por 3 láminas a 90º, 2 a 0º, 1 a -45º y otra a +45º puede nombrarse de las siguientes maneras alternativas:

- $[90_3, 0_2,-45,+45,+45,-45,0_2,90_3]_T$
- $[90_3, 0_2,-45,+45]_S$
- $[90_3, 0_2,-45,+45_2,-45,0_2,90_3]_T$

Si laminado anterior tuviera una lámina justo en el plano de simetría que, por ejemplo,

presentara una orientación de sus fibras de 90º, su nomenclatura sería:

• $[90_3, 0_2,-45,+45,90,+45,-45,0_2,90_3]_T$

• $[90_3, 0_2,-45,+45,\overline{90}]_S$

Un laminado puede, también, estar constituido por una secuencia de "sublaminados" que se repiten.

Así, por ejemplo, un laminado realizado a base de sublaminados, podría ser:

- $[0_2,60,+45_3]_{2S}$
- $[0_2,60,+45_2\}_S$
- $[0_2,60,+45,0_2,60,+45,0_2,60,+45,0_2,60,+45]_T$

LAMINADOS

Laminados simétricos:

ANTES DEL PROCESO DE CURADO

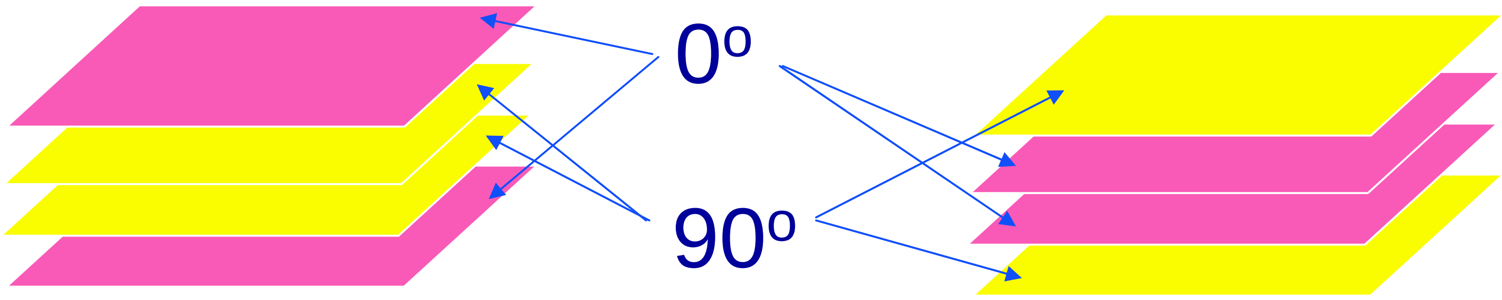
DESPUES DEL PROCESO DE CURADO

Laminado no simétrico

Laminado simétrico

LAMINADOS

Posibles secuencias de apilamiento simétricas para evitar la pérdida de planitud del laminado una vez que la resina ha curado:



0/90/90/0

$[0,90]_s$

90/0/0/90

$[90,0]_s$

PLACAS LAMINADAS

¡Cada lámina se supone trabajando en tensión plana!

RIGIDEZ EN EL PLANO DE LAMINADOS SIMETRICOS

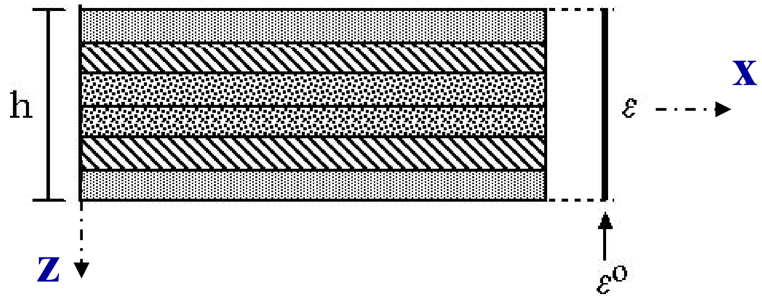
Hipótesis:

El material compuesto presenta un comportamiento elástico-lineal hasta rotura

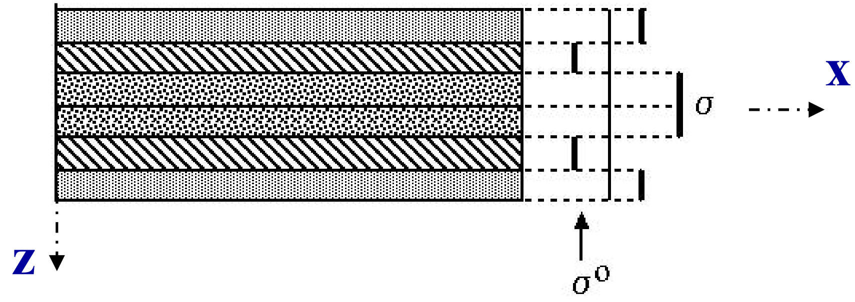
El laminado tiene un espesor pequeño (laminado delgado)

La deformación de cualquier lámina es igual a la del laminado

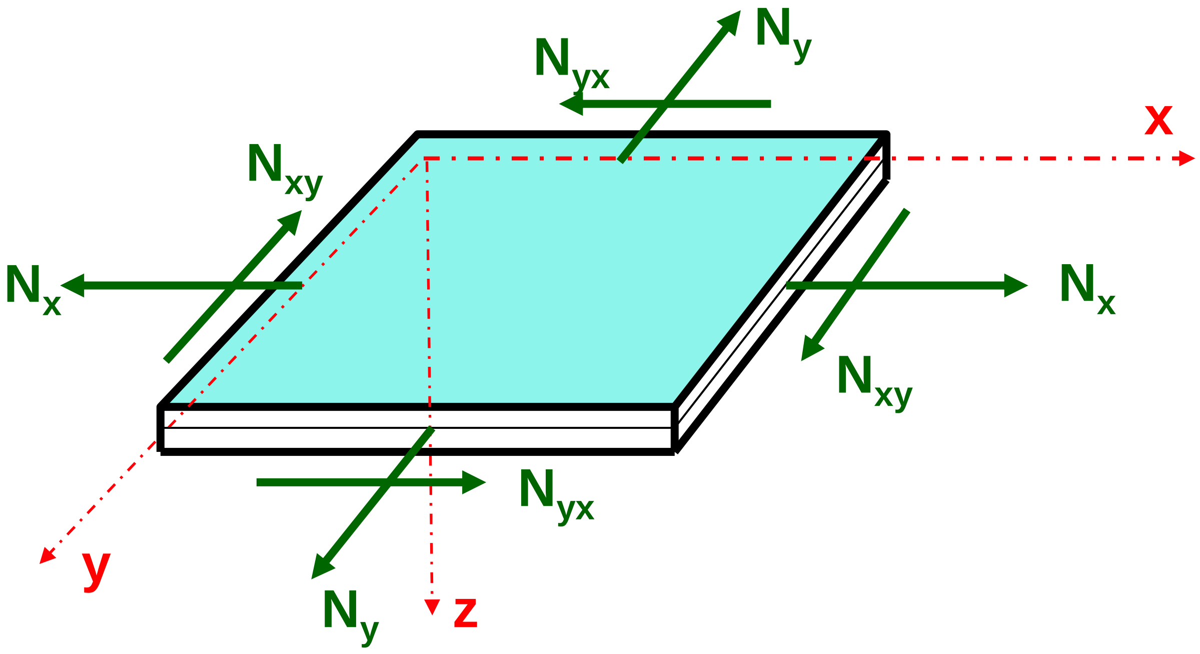
(comportamiento solidario de todas las láminas)



DEFORMACIONES



TENSIONES



Vector de cargas (N/m): $$\{N\} = \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix}$$

Vector de tensiones:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}$$

Vector de deformaciones:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \{\varepsilon^0\}$$

$$\{N\} = \int_{-h/2}^{h/2} \{\sigma\} dz = \int_{-h/2}^{h/2} [\overline{Q}]\{\varepsilon\} dz$$

$$\{N\} = \underbrace{\left[\int_{-h/2}^{h/2} [\overline{Q}] dz \right]}_{[A]} \cdot \{\varepsilon^0\}$$

$$\{N\} = [A] \cdot \{\varepsilon^0\} \qquad \textbf{\textit{en}} \ \text{N/m}$$

RIGIDEZ A FLEXIÓN DE LAMINADOS SIMETRICOS

Hipótesis:

- Hipótesis de Kirchhoff:

1.- La rectas perpendiculares al plano medio, antes de que el laminado se deforme, siguen permaneciendo rectas una vez que el laminado se haya deformado.

2.- Las rectas perpendiculares al plano medio no experimentan ningún tipo de deformación longitudinal (el laminado no cambia de espesor)

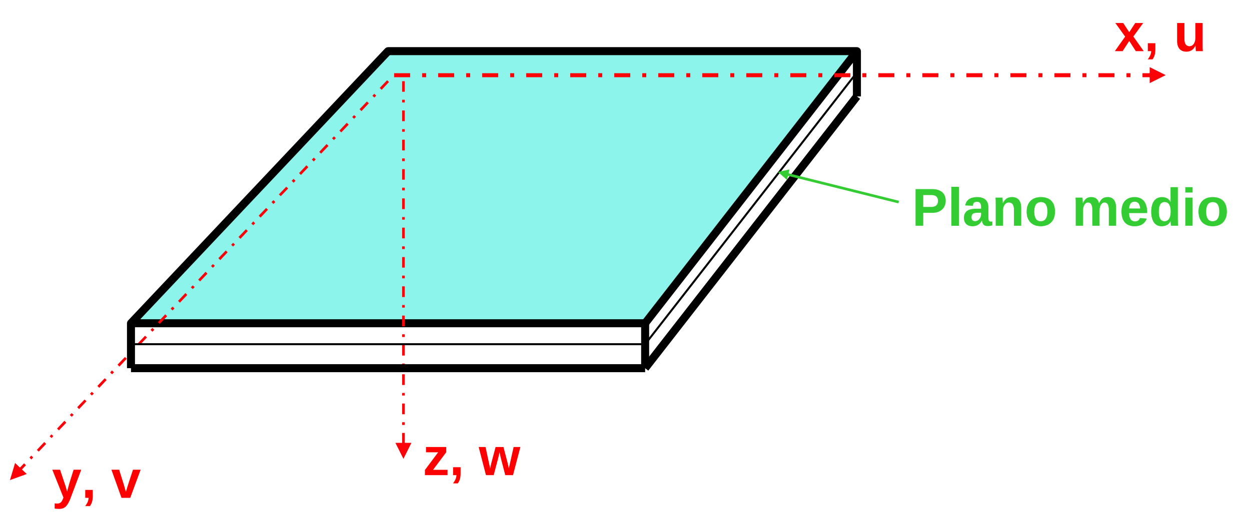
3.- Las rectas perpendiculares al plano medio permanecen perpendiculares a la superficie que adquiere dicho plano una vez que que el laminado flecte.

Por tanto, las secciones planas ortogonales al plano medio del laminado siguen siendo planas y ortogonales a la superficie que adquiera dicho plano una vez que el laminado haya flectado.

Hipótesis (Cont.):

- El comportamiento del material se supone elástico lineal.
- Las láminas se encuentran trabajando solidariamente unas a otras
- No existen tensiones fuera del plano de cada lámina ($\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$): las láminas trabajan en condiciones de tensión plana

TEORIA CLASICA DE LAMINADOS

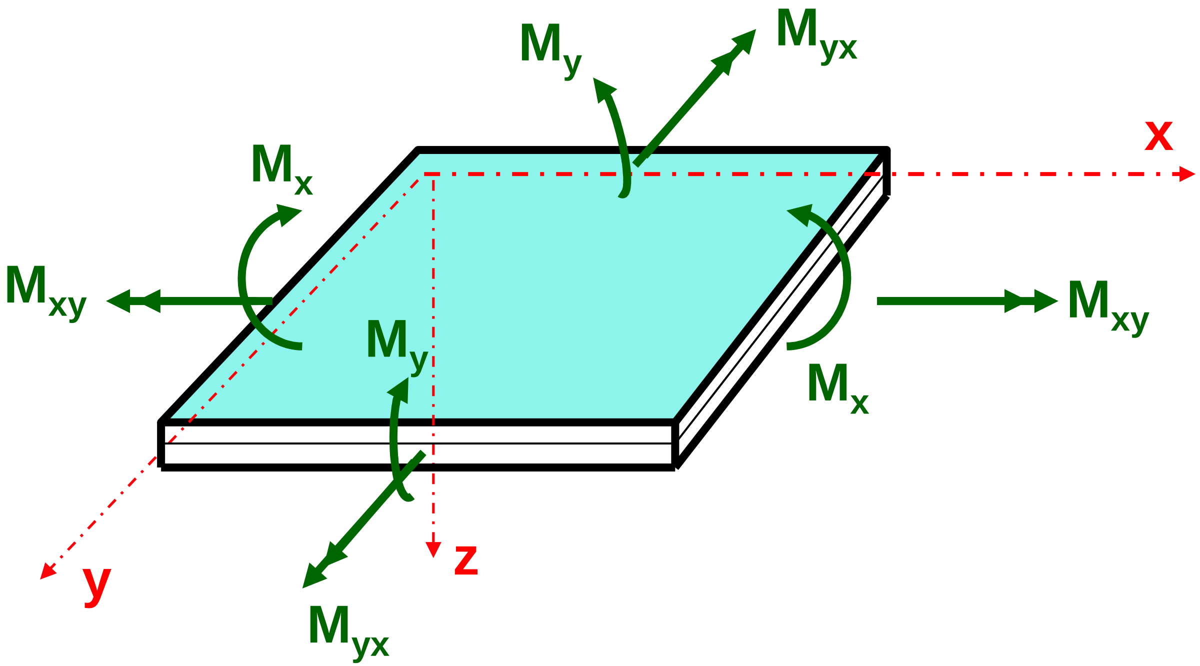


Campo de desplazamientos:

$u = u\,(x,y,z)$

$v = v\,(x,y,z)$

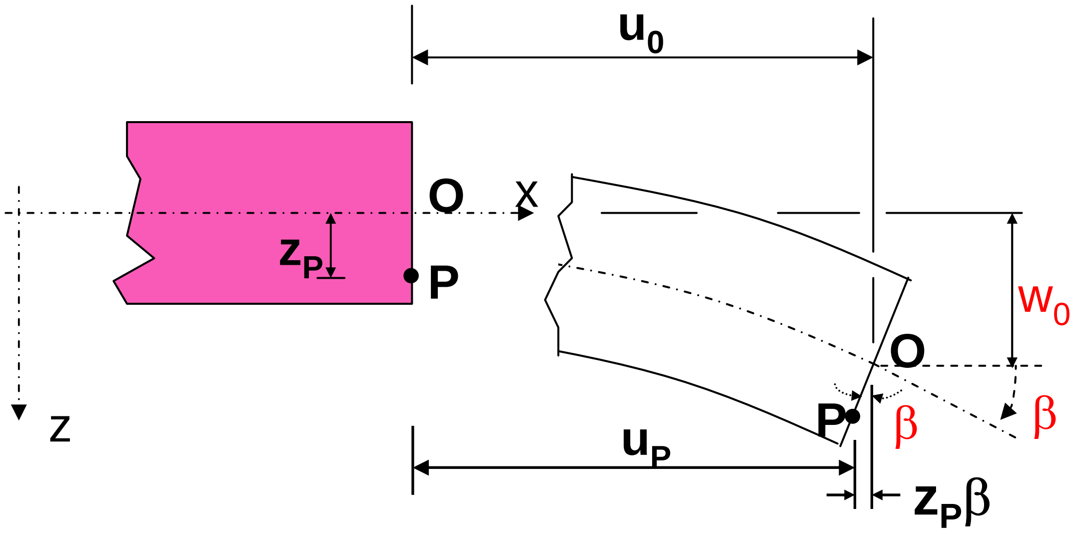
$w = w\,(x,y,z)$



Vector de cargas (Momentos, N.m/m): $\{M\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix}$

CAMPO DE DESPLAZAMIENTOS EN EL LAMINADO

Utilizando las hipótesis de Kirchhoff y llamando u_0, v_0 y w_0 a los desplazamientos del plano medio:



$$u_P = u_O - z_P \beta \qquad \beta = \frac{\partial w_O}{\partial x}$$

$$u_P = u_O - z \frac{\partial w_O}{\partial x}$$

De la misma manera podríamos llegar a que:

$$v_P = v_O - z \frac{\partial w_O}{\partial y}$$

Dado que la deformación ε_z es nula:

$$w_P = w_O$$

CAMPO DE DEFORMACIONES EN EL LAMINADO:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_P}{\partial x} = \frac{\partial u_O}{\partial x} - z\frac{\partial^2 w_O}{\partial x^2}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v_P}{\partial y} = \frac{\partial v_O}{\partial y} - z\frac{\partial^2 w_O}{\partial y^2}$$

$$\varepsilon_z = 0$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_P}{\partial y} + \frac{\partial v_P}{\partial x} = \frac{\partial u_O}{\partial y} + \frac{\partial v_O}{\partial x} - 2z\frac{\partial^2 w_O}{\partial x \partial y}$$

$$\gamma_{xz} = 0$$

$$\gamma_{yz} = 0$$

TEORIA CLASICA DE LAMINADOS

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u_o}{\partial x} \\ \dfrac{\partial v_o}{\partial y} \\ \dfrac{\partial u_o}{\partial y} + \dfrac{\partial v_o}{\partial x} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} \dfrac{\partial^2 w_o}{\partial x^2} \\ \dfrac{\partial^2 w_o}{\partial y^2} \\ 2\dfrac{\partial^2 w_o}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}$$

Vector de deformaciones en el plano medio

Vector de curvaturas

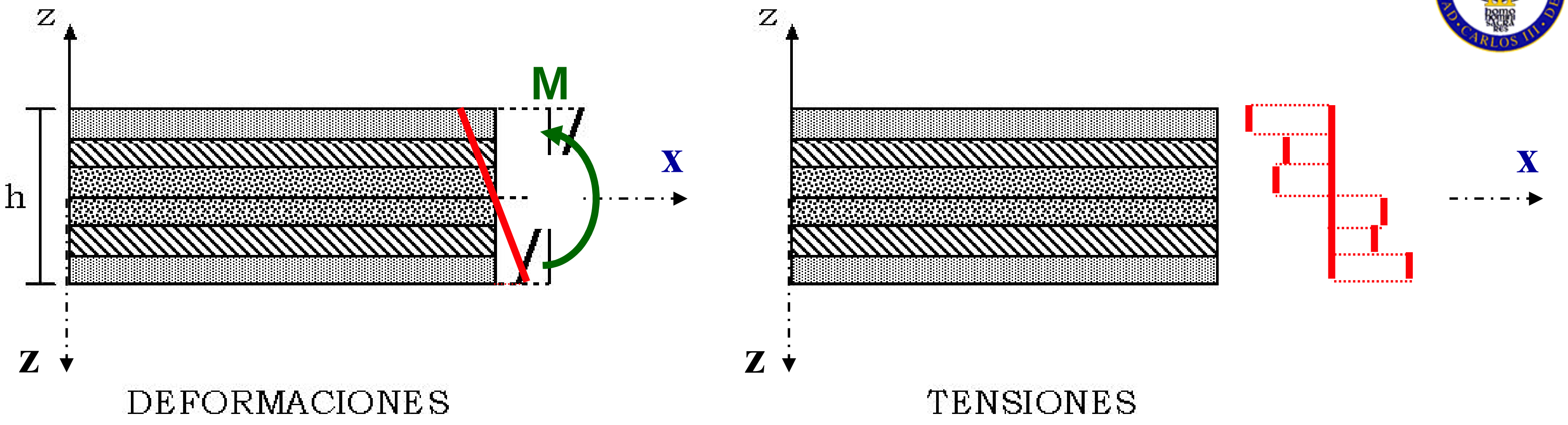
Laminado simétrico sometido a flexión pura:

$$\varepsilon_x^o = \varepsilon_y^o = \gamma_{xy}^o = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = z \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix}$$

TEORIA CLASICA DE LAMINADOS



$$\{\boldsymbol{M}\} = \int_{-h/2}^{h/2} \{\sigma\}\, z\, dz = \int_{-h/2}^{h/2} \left[\overline{Q}\right]\{\varepsilon\}\, z\, dz = \int_{-h/2}^{h/2} \left[\overline{Q}\right]\{\kappa\}\, z^2\, dz = \underbrace{\left[\int_{-h/2}^{h/2} \left[\overline{Q}\right] z^2\, dz\right]}_{[\boldsymbol{D}]}\{\kappa\}$$

$$\{\boldsymbol{M}\} = [\boldsymbol{D}]\{\kappa\}$$

RIGIDECES DE LAMINADOS SIMÉTRICOS

Rigidez en el plano:

$$\{\boldsymbol{N}\} = [\boldsymbol{A}] \cdot \{\varepsilon^0\}$$

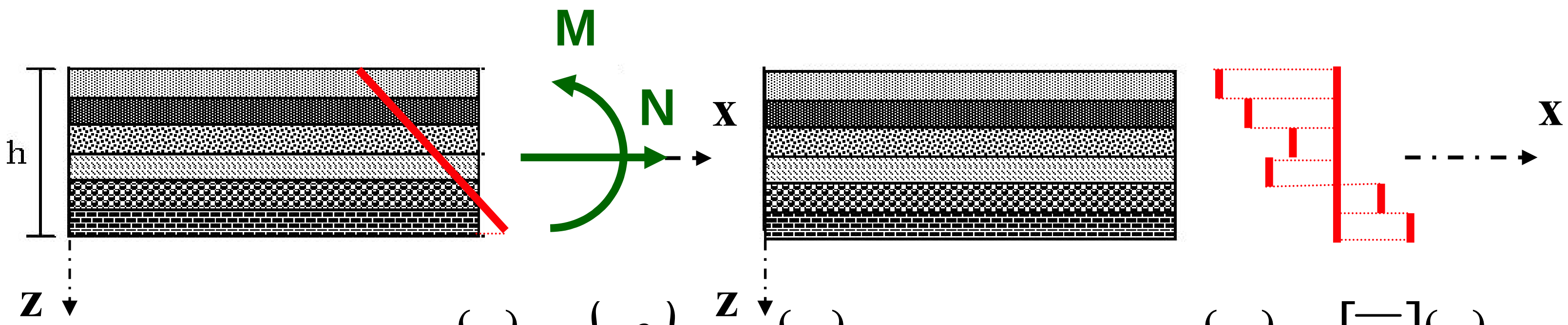
$$[\boldsymbol{A}] = \int_{-\boldsymbol{h}/2}^{\boldsymbol{h}/2} [\overline{\boldsymbol{Q}}] \boldsymbol{dz} \qquad \text{(en N/m)}$$

Rigidez a flexión:

$$\{\boldsymbol{M}\} = [\boldsymbol{D}]\{\kappa\}$$

$$[\mathrm{D}] = \int_{-h/2}^{h/2} [\overline{\mathrm{Q}}]\, z^2\, dz \qquad \text{(en N.m)}$$

RIGIDEZ A FLEXION DE LAMINADOS NO SIMETRICOS

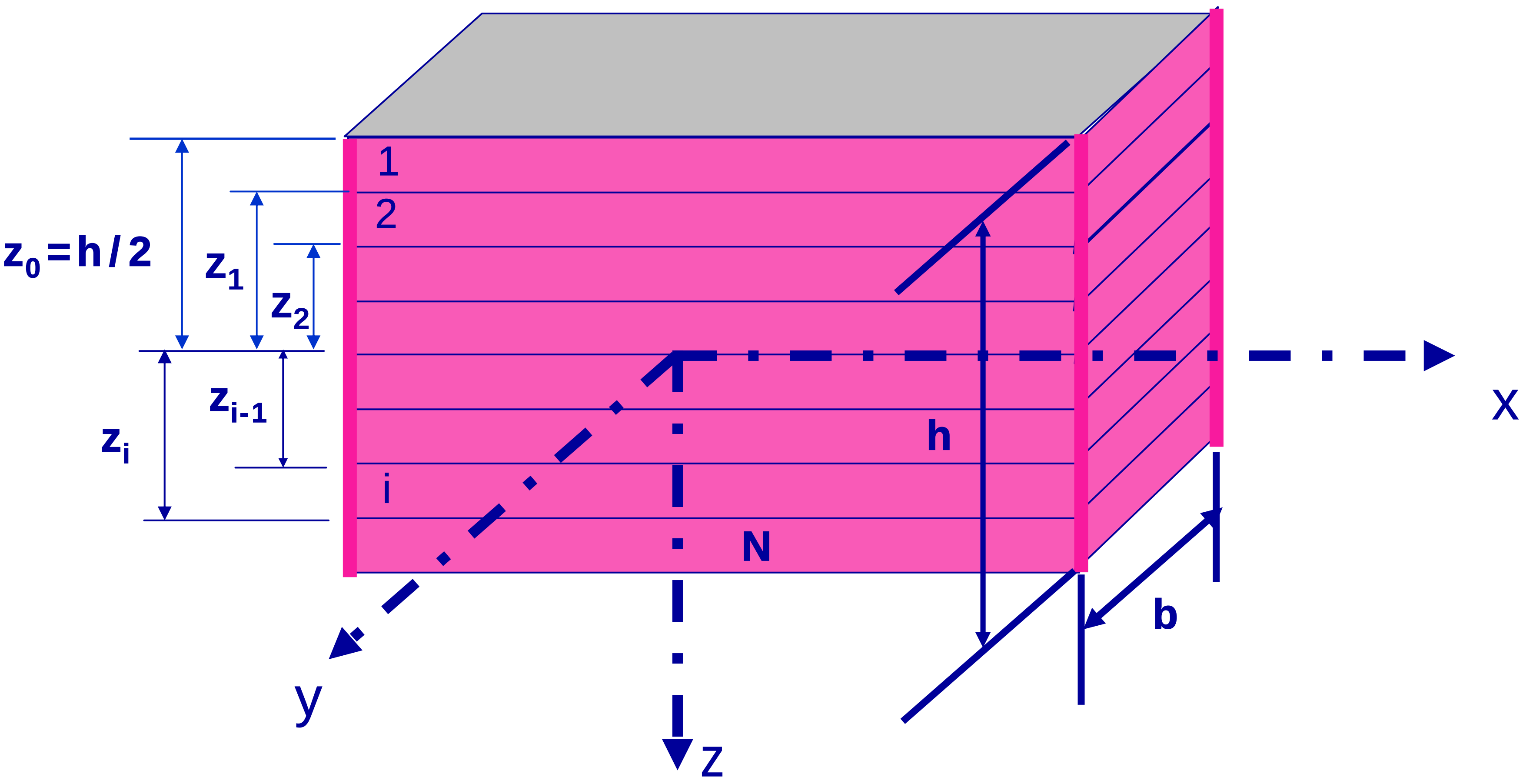


DEFORMACIONES $\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^o\} + z\{\kappa\}$ TENSIONES $\{\sigma\} = [\overline{Q}]\{\varepsilon\}$

$$\{N\} = \int_{-h/2}^{h/2} \{\sigma\}\,dz = \int_{-h/2}^{h/2} [\overline{Q}]\{\varepsilon\}\,dz = \underbrace{\int_{-h/2}^{h/2} [\overline{Q}]\{\varepsilon^o\}\,dz}_{[A]\{\varepsilon^o\}} + \underbrace{\int_{-h/2}^{h/2} [\overline{Q}]\{k\}\,z\,dz}_{[B]\{k\}}$$

$$\{M\} = \int_{-h/2}^{h/2} \{\sigma\}\,z\,dz = \int_{-h/2}^{h/2} [\overline{Q}]\{\varepsilon\}\,z\,dz = \underbrace{\int_{-h/2}^{h/2} [\overline{Q}]\{\varepsilon^o\}\,z\,dz}_{[B]\{\varepsilon^o\}} + \underbrace{\int_{-h/2}^{h/2} [\overline{Q}]\{k\}\,z^2\,dz}_{[D]\{k\}}$$

TEORIA CLASICA DE LAMINADOS



$$\{\mathrm{N}\} = [A]\{\varepsilon^{\mathrm{o}}\} + [B]\{\mathrm{k}\} \qquad \text{(en N/m)}$$

$$\{\mathrm{M}\} = [B]\{\varepsilon^{\mathrm{o}}\} + [D]\{\mathrm{k}\} \qquad \text{(en N)}$$

$$[\boldsymbol{A}] = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{m}} \left[\overline{\mathrm{Q}}\right]^{(\mathrm{i})} \left[\mathrm{z}^{(\mathrm{i})} - \mathrm{z}^{(\boldsymbol{i}-1)}\right] \qquad \text{(en N/m)}$$

$$[\boldsymbol{B}] = \frac{1}{2} \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{m}} \left[\overline{\mathrm{Q}}\right]^{(\mathrm{i})} \left[\left(\mathrm{z}^{(\mathrm{i})}\right)^{2} - \left(\mathrm{z}^{(\boldsymbol{i}-1)}\right)^{2}\right] \qquad \text{(en N)}$$

$$[\boldsymbol{D}] = \frac{1}{3} \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{m}} \left[\overline{\mathrm{Q}}\right]^{(\mathrm{i})} \left[\left(\mathrm{z}^{(\mathrm{i})}\right)^{3} - \left(\mathrm{z}^{(\boldsymbol{i}-1)}\right)^{3}\right] \qquad \text{(en N.m)}$$

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^0{}_x \\ \varepsilon^0{}_y \\ \gamma^0{}_{xy} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix}$$

En resumen:

$$\left\{\begin{array}{c}\mathbf{N}\\ --\\ \mathbf{M}\end{array}\right\}=\left[\begin{array}{c|c}\mathbf{A} & \mathbf{B}\\ \hline \mathbf{B} & \mathbf{D}\end{array}\right]\left\{\begin{array}{c}\varepsilon^{0}\\ --\\ \kappa\end{array}\right\}$$

Si el laminado fuese simétrico:

$$[\mathbf{B}]=0$$

$$\left\{\begin{array}{c}\mathbf{N}\\ --\\ \mathbf{M}\end{array}\right\}=\left[\begin{array}{cc}\mathbf{A} & 0\\ 0 & \mathbf{D}\end{array}\right]=\left\{\begin{array}{c}\varepsilon^{0}\\ --\\ \kappa\end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l}\{\mathbf{N}\}=[\mathbf{A}]\{\varepsilon^{0}\}\\ \{\mathbf{M}\}=[\mathbf{D}]\{\kappa\}\end{array}\right\}$$

Quedan desacoplados los comportamientos en el plano y a flexión

TIPOS DE LAMINADOS

- Simétrico
- Antimétrico
- Balanceado
- Cuasi-Isótropo
- Láminas cruzadas (Cross-Ply laminate)
- Láminas a $\pm\alpha$ (Angle-Ply laminate)
- Ortotrópico

LAMINADOS SIMETRICOS:

•Láminas del mismo material, espesor, y orientación, dispuestas simétricamente respecto al plano medio

•Ejemplo: $[+\theta/-\theta/-\theta/+\theta]$

•Característica principal:

$B_{ij}=0$

•Característica mecánica:

No existe acoplamiento entre cargas en el plano y flexión

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^0{}_x \\ \varepsilon^0{}_y \\ \gamma^0{}_{xy} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix}$$

TEORIA CLASICA DE LAMINADOS

LAMINADOS ANTIMETRICOS:

•Las láminas que ocupan posiciones simétricas tienen orientaciones del mismo ángulo pero con signo distinto, son del mismo material y espesor.

•Ejemplo: $[+\theta/-\theta/+\theta/-\theta]$

•Característica importante:

$$A_{16}=A_{26}=0$$

$$D_{16}=D_{26}=0$$

•Característica mecánica: Difíciles de analizar porque B_{16} y B_{26} no son nulos.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & \boxed{B_{11}} & \boxed{B_{12}} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & \boxed{B_{12}} & \boxed{B_{22}} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & \boxed{B_{66}} \\ \boxed{B_{11}} & \boxed{B_{12}} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ \boxed{B_{12}} & \boxed{B_{22}} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & \boxed{B_{66}} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^0{}_x \\ \varepsilon^0{}_y \\ \gamma^0{}_{xy} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix}$$

LAMINADO BALANCEADO

•Descripción: Por cada lámina $+\theta$, hay otra a $-\theta$, y por cada una a 0° hay otra a 90°

•Ejemplo: [0/45/90/-45]

•Características:

$$Q_{16}(\theta)=-Q_{16}(-\theta)$$

$$Q_{26}(\theta)=-Q_{26}(-\theta)$$

•Característica importante:

$$A_{16}=A_{26}=0$$

$$D_{16}=D_{26}=0$$

$$B_{11}=B_{22}=B_{12}=0$$

•Característica mecánica:

$$N_x=B_{16}\kappa_{xy}$$

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \boxed{A_{16}} & \boxed{B_{11}} & \boxed{B_{12}} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & \boxed{A_{26}} & \boxed{B_{12}} & \boxed{B_{22}} & B_{26} \\ \boxed{A_{16}} & \boxed{A_{26}} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ \boxed{B_{11}} & \boxed{B_{12}} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & \boxed{D_{16}} \\ \boxed{B_{12}} & \boxed{B_{22}} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & \boxed{D_{26}} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & \boxed{D_{16}} & \boxed{D_{26}} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^0{}_x \\ \varepsilon^0{}_y \\ \gamma^0{}_{xy} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix}$$

LAMINADO CUASI-ISOTROPO

- El laminado se comporta como una placa isótropa
- Su comportamiento en el plano es similar al de los materiales isótropos
- La rigidez a flexión es diferente a la de las placas con materiales isótropos
- Se define como:

$$\theta_k = \frac{k\pi}{N} + \theta_0$$

donde k es el número de lámina, N=el número total de láminas (>=3) y θ_0 es un ángulo arbitrario

- Igual número de láminas a
  - 0, 45, -45, 90 o
  - 0, 60, -60
- La matriz A es independiente de la orientación de aplicación de las cargas
- Sin embargo, B y D sí que dependen de dicha orientación

LAMINADO DE LAMINAS CRUZADAS Y LAMINADO $\pm\theta°$

- Láminas cruzadas: láminas a 0° y 90°, solamente: $[D] = 0$

    Fácil de analizar si es simétrico ([B]=0)

- Laminado a $\pm\theta°$: láminas con esas dos orientaciones

    Si es simétrico: $A_{16}=A_{26}=0$; $B_{ij}=0$; $D_{16}\neq 0$; $D_{26}\neq 0$

    Si es antimétrico: $A_{16}=A_{26}=0$; $D_{16}=D_{26}=0$; $B_{16}\neq 0$; $B_{26}\neq 0$

LAMINADO ESPECIALMENTE ORTÓTROPO

- Laminado de láminas cruzadas o giradas θ

  Tejidos bidireccionales

  $A_{16}=A_{26}=0$

  $D_{16}=D_{26}=0$

  $B_{16}= B_{26} =0$

MODULOS EQUIVALENTES DEL LAMINADO:

- Módulos equivalentes: E_x, E_y, G_{xy}, ν_{xy}

  Definido para laminados simétricos y balanceados

  Propiedades de una placa ficticia equivalente que se comporta de manera análoga al laminado bajo cargas en el plano

  No utilizables para casos de flexión

  puesto que: $D_{16} \neq 0$; $D_{26} \neq 0$

$$E_x = \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{tA_{22}}$$

$$E_y = \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{tA_{11}}$$

$$G_{xy} = \frac{A_{66}}{t}$$

$$\nu_{xy} = \frac{A_{12}}{A_{22}}$$

CALCULO DE LAMINADOS

•Pasos:

1) Calcular las deformaciones que sufre el laminado a partir de las cargas en el plano y momentos a él aplicados

2) Referir las deformaciones obtenidas a los ejes materiales en cada lámina

3) Calcular las tensiones dentro de cada lámina en el sistema de ejes materiales

4) Aplicación del criterio de rotura a cada lámina

Paso 1: Cálculo de deformaciones globales en el laminado

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon^{o} \\ \kappa \end{Bmatrix} = [F] \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix}$$

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^{o}\} + z\{\kappa\}$$

Paso 2: Cálculo de las deformaciones en cada lámina en ejes materiales:

$$\{\varepsilon\}_{12} = [R][T][R]^{-1}\{\varepsilon\}_{xy}$$

Paso 3: Cálculo de las tensiones en cada lámina en ejes materiales:

$$\{\sigma\}_{12} = [Q]\{\varepsilon\}_{12}$$

Paso 4: Aplicación del criterio de rotura a cada lámina

Rotura de la primera lámina:

- En ella se alcanza un estado tenso-deformacional que verifica el criterio de rotura empleado.

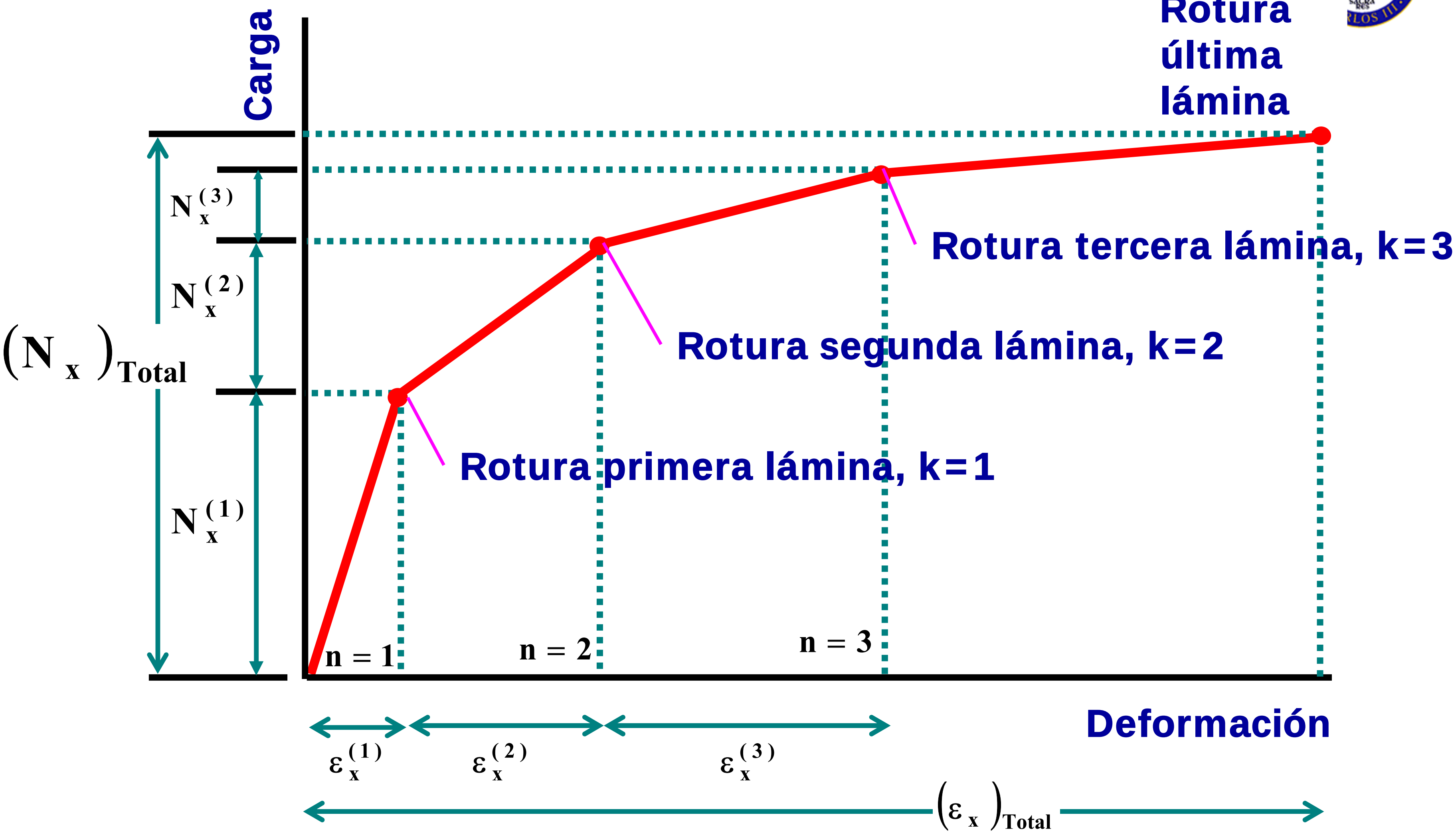
- **El laminado seguiría trabajando pero se debe eliminar (o ir degradando sus propiedades) la lámina rota, suponiendo que cada una de las otras láminas conserva sus propiedades y su posición original.**

- **Hay que determinar las nuevas matrices A,B y D sin considerar la lámina rota (o considerándola con unas propiedades "degradadas") y repetir el proceso de cálculo para obtener las nuevas tensiones y deformaciones en cada una de las láminas restantes.**

Repitiendo este proceso, podríamos ir eliminando láminas a medida que se van rompiendo hasta llegar a la rotura de la última lámina.

1. Suponer elásticamente cargado el laminado.
2. Calcular las tensiones y deformaciones en cada lámina.
3. Aplicar el criterio de rotura a cada lámina.
4. Incrementar la carga hasta que se produzca la rotura de la primera lámina.
5. Modelizar el comportamiento postrotura de la lámina.
6. Recalcular las matrices de rigidez del laminado y redistribuir las cargas entre las láminas que siguen trabajando.
7. Continuar el proceso hasta que rompa la siguiente lámina.
8. Volver al paso 5 y continuar así hasta que rompan todas las láminas del laminado.

TEORIA CLASICA DE LAMINADOS



HIPÓTESIS MÁS SIMPLE:

- Si una lámina rompe, su matriz de rigidez de hace nula
- La lámina rota NO SOPORTA ninguna carga. Por tanto, la carga total aplicada es absorbida por el resto de láminas y las tensiones se redistribuyen. Esta redistribución puede llevar a la rotura inmediata de otras láminas. Cuando la redistribución de cargas cause la rotura de todas las láminas, diremos que el laminado ha roto.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{Bmatrix}_{\mathbf{Total}} = \sum_{k=1}^{n} \begin{Bmatrix} \mathbf{N}^{(n)} \\ \mathbf{M}^{(n)} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{0} \\ \boldsymbol{\kappa}^{0} \end{Bmatrix}_{\mathbf{Total}} = \sum_{k=1}^{n} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{0(n)} \\ \boldsymbol{\kappa}^{0(n)} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{N}^{(n)} \\ \hline \mathbf{M}^{(n)} \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}^{(n)} & \mathbf{B}^{(n)} \\ \hline \mathbf{B}^{(n)} & \mathbf{D}^{(n)} \end{array} \right] \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{0(n)} \\ \hline \boldsymbol{\kappa}^{0(n)} \end{Bmatrix}$$

$\boldsymbol{A}^{(n)}, \boldsymbol{B}^{(n)}, \boldsymbol{D}^{(n)}$ son las matrices modificadas de rigidez después de la rotura de la $(n-1)^{\text{ésima}}$.
Dependen de las matrices de rigidez $\left[Q^{(n)} \right]$ de las láminas que siguen trabajando.