UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

EFECTOS HIGROTÉRMICOS

Carlos Navarro

Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Estudio de los efectos de la concentración de humedad y la temperatura en las propiedades de los materiales compuestos y en el comportamiento tensión-deformación.

E. Térmicos

efectos causados por los cambios de temperatura

E. Higroscópicos

efectos causados por la humedad

E. Higrotérmicos

efectos causados por los cambios de temperatura o humedad (o ambos a la vez)

Aspectos a considerar:

1. Degradación de las propiedades de la matriz
2. Comportamiento tensión deformación
3. Modelos micromecánicos

Degradación higrotérmica de propiedades

1. Se alteran las propiedades de la matriz, tales como su rigidez y resistencia bajo cargas transversales, fuera del eje de las fibras y cortante.
2. El incremento de temperatura causa ablandamiento en la matriz.
3. Aparecen los fenómenos de transición vítrea.

Deformaciones por dilatación térmica:

$$\varepsilon_i^T = \begin{cases} \alpha \Delta T & si \quad i = 1,2,3 \\ 0 & si \quad i = 4,5,6 \end{cases}$$

$\Delta T =$ cambio de temperatura $(T - T_0)$

$T =$ temperatura final

$T_0 =$ temperatura inicial cuando $\varepsilon_i^T = 0$ para todo i

$\alpha =$ coeficiente de dilatación térmica

Deformaciones por humedad:

$$\varepsilon_i^M = \begin{cases} \beta c & si \quad i = 1,2,3 \\ 0 & si \quad i = 4,5,6 \end{cases}$$

$$c = \text{concentración de humedad} =$$

$$= \frac{\text{masa de humedad por unidad de volumen}}{\text{masa de material seco por unidad de volumen}}$$

$$\beta = \text{coeficiente de expansión higroscópica}$$

Condition de referencia :

$$\varepsilon_i^M = 0 \quad \text{cuando} \quad c = 0$$

EFECTOS HIGROTÉRMICOS

Material	Coeficiente de dilatación térmica ($x10^{-6}$ ºC^{-1})		Coeficiente de expansión higroscópica	
	α_1	α_2	β_1	β_2
AS/epoxi	0,88	31,0	0,09	0,30
Vidrio E/epoxi	6,3	20,0	0,014	0,29
Acero 1020	12	12	-	-

Efectos higrotérmicos en laminados

HIPÓTESIS:

1) **Linealidad: Cada comportamiento (mecánica o higrotérmica) puede ser analizadas independientemente y ,posteriormente, aplicarse el Principio de Superposición. Se ignoran los posibles efectos de acoplamiento entre los comportamientos anteriores (conducirían a ecuaciones no lineales).**

2) **Las distribuciones de temperatura y humedad dentro del laminado son uniformes. ΔT y c toman los mismos valores en todas las láminas del laminado.**

EFECTOS HIGROTÉRMICOS

DEFORMACIONES, EN EJES MATERIALES, DE UNA LÁMINA

$$
\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{11} & \boldsymbol{S}_{12} & 0 \\ \boldsymbol{S}_{21} & \boldsymbol{S}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}}_{\text{Debido a las tensiones}} + \underbrace{\begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ 0 \end{Bmatrix} \Delta \boldsymbol{T}}_{\text{Debido a la variación de temperatura}} + \underbrace{\begin{Bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ 0 \end{Bmatrix} \boldsymbol{c}}_{\text{Debido al contenido de humedad}}
$$

En notación matricial:

$$\{\varepsilon\} = [\boldsymbol{S}]\{\sigma\} + \{\alpha\}\Delta \boldsymbol{T} + \{\beta\}\boldsymbol{c}$$

$$\{\sigma\} = [\boldsymbol{Q}]\left(\{\varepsilon\} - \{\alpha\}\Delta \boldsymbol{T} - \{\beta\}\boldsymbol{c}\right)$$

Si las deformaciones de la lámina estuviesen impedidas:

$$\{\varepsilon\} = 0$$

$$\{\sigma\} = [\boldsymbol{Q}]\left(-\{\alpha\}\Delta \boldsymbol{T} - \{\beta\}\boldsymbol{c}\right)$$

¿Cómo expresar las relaciones anteriores en ejes globales?

Los vectores de coeficientes de dilatación térmica y de expansión higroscópica se transforman de la misma manera de el tensor de deformaciones

Transformación de las componentes de deformación:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy}/2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & -2cs \\ s^2 & c^2 & 2cs \\ cs & -cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy}/2 \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{Bmatrix}$$

Transformación del vector de coeficientes de dilatación térmica:

$$\left\{ \begin{array}{c} \alpha_{x} \\ \alpha_{y} \\ \alpha_{xy}/2 \end{array} \right\} = [T]^{-1} \left\{ \begin{array}{c} \alpha_{1} \\ \alpha_{2} \\ 0 \end{array} \right\}$$

$$\alpha_x = \alpha_1 \cos^2\theta + \alpha_2 \operatorname{sen}^2\theta$$

$$\alpha_y = \alpha_1 \operatorname{sen}^2\theta + \alpha_2 \cos^2\theta$$

$$\alpha_{xy} = 2(\alpha_1 - \alpha_2)\cos\theta \operatorname{sen}\theta$$

DEFORMACIONES, EN EJES GLOBALES, DE UNA LÁMINA

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{16} \\ \bar{S}_{21} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{26} \\ \bar{S}_{61} & \bar{S}_{26} & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{Bmatrix} \Delta T + \begin{Bmatrix} \beta_x \\ \beta_y \\ \beta_{xy} \end{Bmatrix} c$$

Debido a las tensiones

Debido a la variación de temperatura

Debido al contenido de humedad

En un laminado, las ecuaciones de la lámina k-ésima son:

$$\{\varepsilon\}_k = [\overline{S}]\{\sigma\}_k + \{\alpha\}_k \Delta T + \{\beta\}_k c$$

$$\{\sigma\}_k = [\overline{Q}]\left(\{\varepsilon\}_k - \{\alpha\}_k \Delta T - \{\beta\}_k c\right)$$

Si las deformaciones en el laminado estuviesen restringidas:

$$\{\varepsilon\}_k = \mathbf{0}$$

$$\{\sigma\}_k = \left[\overline{\mathbf{Q}}\right]\left(-\{\alpha\}_k\,\Delta\mathbf{T} - \{\beta\}_k\,\mathbf{c}\right)$$

En condiciones generales:

$$\{\varepsilon\}_k \neq 0$$

$$\{\varepsilon\}_k = \{\varepsilon^0\}_k + z\{\kappa\}$$

$$\{\sigma\}_k = \left[\overline{\mathbf{Q}}\right]_k \left(\{\varepsilon^0\} + \mathbf{z}\{\kappa\} - \{\alpha\}_k\,\Delta\mathbf{T} - \{\beta\}_k\,\mathbf{c}\right)$$

$$\{\alpha\}_k = \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{Bmatrix} \qquad \{\beta\}_k = \begin{Bmatrix} \beta_x \\ \beta_y \\ \beta_{xy} \end{Bmatrix}$$

CASO DE CARGAS EN EL PLANO:

$$\{N\} = \int \{\sigma\}_k \, dz$$

$$\{N\} = \int \left[\overline{Q}\right]_k \left(\{\varepsilon^0\} + z\{\kappa\} - \{\alpha\}_k \, \Delta T - \{\beta\}_k \, c \right) dz$$

$$\{N\} = [A]\{\varepsilon^0\} + [B]\{\kappa\} - \{N^T\} - \{N^M\}$$

FUERZAS DE ORIGEN TÉRMICO:

$$\{\mathbf{N}\} = [\mathbf{A}]\{\varepsilon^{0}\} + [\mathbf{B}]\{\kappa\} - \{\mathbf{N}^{T}\} - \{\mathbf{N}^{M}\}$$

$$\{\mathbf{N}^{T}\} = \int [\overline{\mathbf{Q}}]_{k} \{\alpha\}_{k} \Delta \mathbf{T} \mathbf{dz} = \Delta \mathbf{T} \sum_{k=1}^{N} [\overline{\mathbf{Q}}]_{k} \{\alpha\}_{k} (\mathbf{z}_{k} - \mathbf{z}_{k-1})$$

FUERZAS DE ORIGEN HIGROSCÓPICO:

$$\{\mathbf{N}\} = [\mathbf{A}]\{\varepsilon^{0}\} + [\mathbf{B}]\{\kappa\} - \{\mathbf{N}^{\mathbf{T}}\} - \{\mathbf{N}^{\mathbf{M}}\}$$

$$\{\mathbf{N}^{\mathbf{M}}\} = \int [\overline{\mathbf{Q}}]_{\mathbf{k}} \{\beta\}_{\mathbf{k}} \, \mathbf{c}\,\mathbf{dz} = \mathbf{c}\sum_{\mathbf{k}=1}^{\mathbf{N}} [\overline{\mathbf{Q}}]_{\mathbf{k}} \{\beta\}_{\mathbf{k}} \left(\mathbf{z}_{\mathbf{k}} - \mathbf{z}_{\mathbf{k}-1}\right)$$

CASO DE FLEXIÓN:

$$\{\mathbf{M}\} = \int \{\sigma\}_{\mathbf{k}} \mathbf{zdz}$$

$$\{\mathbf{M}\} = \int \left[\overline{\mathbf{Q}}\right]_{\mathbf{k}} \left(\{\varepsilon^0\} + \mathbf{z}\{\kappa\} - \{\alpha\}_{\mathbf{k}} \Delta\mathbf{T} - \{\beta\}_{\mathbf{k}} \mathbf{c}\right)\mathbf{zdz}$$

$$\{\mathbf{M}\} = [\mathbf{B}]\{\varepsilon^0\} + [\mathbf{D}]\{\kappa\} - \{\mathbf{M}^{\mathbf{T}}\} - \{\mathbf{M}^{\mathbf{M}}\}$$

MOMENTOS DE ORIGEN TÉRMICO:

$$\left\{\mathbf{M}\right\} = \left[\mathbf{B}\right]\left\{\varepsilon^{0}\right\} + \left[\mathbf{D}\right]\left\{\kappa\right\} - \left\{\mathbf{M}^{T}\right\} - \left\{\mathbf{M}^{M}\right\}$$

$$\left\{\mathbf{M}^{T}\right\} = \int \left[\overline{\mathbf{Q}}\right]_{k} \left\{\alpha\right\}_{k} \Delta\mathbf{T}\mathbf{z}\,\mathbf{dz} = \frac{\Delta\mathbf{T}}{2}\sum_{k=1}^{N}\left[\overline{\mathbf{Q}}\right]_{k} \left\{\alpha\right\}_{k}\left(\mathbf{z}_{k}^{2} - \mathbf{z}_{k-1}^{2}\right)$$

MOMENTOS DE ORIGEN HIGROSCÓPICO:

$$\{M\} = [B]\{\varepsilon^0\} + [D]\{\kappa\} - \{M^T\} - \{M^M\}$$

$$\{M^M\} = \int [\overline{Q}]_k \{\beta\}_k \, czdz = \frac{c}{2} \sum_{k=1}^{N} [\overline{Q}]_k \{\beta\}_k \left(z_k^2 - z_{k-1}^2\right)$$

Teniendo en cuenta todo lo anterior:

$$\{\boldsymbol{N}\}+\{\boldsymbol{N}^{T}\}+\{\boldsymbol{N}^{M}\}=[\boldsymbol{A}]\{\varepsilon^{0}\}+[\boldsymbol{B}]\{\kappa\}$$

$$\{\boldsymbol{M}\}+\{\boldsymbol{M}^{T}\}+\{\boldsymbol{M}^{M}\}=[\boldsymbol{B}]\{\varepsilon^{0}\}+[\boldsymbol{D}]\{\kappa\}$$

En forma más contractada:

$$\left\{\begin{array}{c} \mathbf{N}^{\mathbf{E}} \\ \hline \mathbf{M}^{\mathbf{E}} \end{array}\right\} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \hline \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{array}\right] \left\{\begin{array}{c} \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{0}} \\ \hline \boldsymbol{\kappa} \end{array}\right\}$$

FUERZAS Y MOMENTOS EQUIVALENTES:

$$\left\{\mathbf{N}^{\mathbf{E}}\right\} = \left\{\mathbf{N}\right\} + \left\{\mathbf{N}^{\mathbf{T}}\right\} + \left\{\mathbf{N}^{\mathbf{M}}\right\}$$

$$\left\{\mathbf{M}^{\mathbf{E}}\right\} = \left\{\mathbf{M}\right\} + \left\{\mathbf{M}^{\mathbf{T}}\right\} + \left\{\mathbf{M}^{\mathbf{M}}\right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} \varepsilon^{0} \\ \hdashline \kappa \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{c:c} \mathbf{A}' & \mathbf{B}' \\ \hdashline \mathbf{B}' & \mathbf{D}' \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{N}^{E} \\ \hdashline \mathbf{M}^{E} \end{array} \right\}$$