



LABORATORIO DE TECNOLOGÍAS IV

**INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL
MECÁNICA**

PRÁCTICA 4

***“INTRODUCCIÓN
A LA METROLOGÍA”***

*DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA
Febrero de 2005*



PROGRAMA

0	OBJETIVOS	2
1	CONOCIMIENTOS PREVIOS	2
2	INTRODUCCIÓN	2
2.1	Importancia de la realización de medidas en los procesos de ingeniería mecánica.	2
2.2	Relación entre las tolerancias de fabricación y la incertidumbre de medida.	3
3	TOMA DE MEDIDAS. INDICADORES PRINCIPALES.	4
3.1	EJEMPLO PRÁCTICO	5
4	LA CALIBRACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS DE MEDIDA.	6
5	DESARROLLO DE LA PRÁCTICA	9
6	MEMORIA A CUMPLIMENTAR	10

L. ISASI, JA CALVO, B. PÉREZ.



0 OBJETIVOS

Los objetivos principales de la práctica son los siguientes:

- ◆ Proporcionar los conocimientos básicos necesarios para la realización de medidas en ingeniería y de los aspectos fundamentales que influyen en la obtención de buenos resultados.
- ◆ Realizar el proceso de calibración de un instrumento de medida sencillo (pie de rey o calibre).
- ◆ Aprender los aspectos importantes para adecuar el tipo de instrumento de medida tanto al mesurando (lo que se desea medir), como al nivel de exactitud requerida en la medida.

1 CONOCIMIENTOS PREVIOS

Dado el carácter introductorio de la presente práctica, no es necesario disponer de excesivos conocimientos previos. Únicamente se requiere cierta destreza con el manejo de las funciones estadísticas de las calculadoras científicas.

2 INTRODUCCIÓN

2.1 Importancia de la realización de medidas en los procesos de ingeniería mecánica.

En cualquier proceso de ingeniería mecánica (ya sea diseño, fabricación, mantenimiento, etc.) es habitual la necesidad de realización de medidas.

Algunos ejemplos son:

- ◆ Fabricación de piezas y utillajes.
- ◆ Montaje de conjuntos
- ◆ Inspección de elementos

Cualquier proceso de medida resulta imperfecto, es decir, siempre que se realice la medida de alguna magnitud, se estará cometiendo cierto error debido a, como se comentará posteriormente, varios factores. Por tanto, la medida realizada debe ser corregida, con mayor o menor minuciosidad según la calidad que se pretenda conferir a la misma y que va a depender del nivel de exigencia de la especificación a comprobar con dicha medida.

Cuando se mide el valor de una magnitud M con el instrumento de medida correspondiente, el resultado de la misma se expresa de la forma:

$$M = X \pm U$$



Donde:

- **X es el valor más probable de la medida**
- **U es la incertidumbre con la que conocemos la medida.**

El valor de la incertidumbre es el primer índice de la “bondad” de una medida, que es tanto mayor cuanto menor es aquella.

2.2 Relación entre las tolerancias de fabricación y la incertidumbre de medida.

Las magnitudes significativas de los productos industriales se especifican habitualmente en los planos (documentos necesarios para la fabricación de los distintos elementos mecánicos) mediante **tolerancias** que son los *intervalos de valores admisibles para la magnitud en cuestión*. Es importante no confundir el concepto de INCERTIDUMBRE con el de TOLERANCIA. Mientras que la tolerancia nos indica el intervalo que el diseñador ha definido como válido para el funcionamiento correcto de ese elemento dentro del conjunto mecánico, la incertidumbre está relacionada con el “error” que se comete al medir, es decir, nos indica el intervalo en el que con mayor o menor probabilidad, se encontrará la medida “real” de lo que se esté midiendo. En otras palabras, la incertidumbre es un indicador del error de la medida.

Las tolerancias surgen en el proceso de diseño de cualquier elemento de cierta responsabilidad y determinan el rechazo de los producidos con valores fuera del intervalo de tolerancia.

La tolerancia T es la semiapertura de un intervalo dentro del cual debe encontrarse el verdadero valor de la magnitud para que sea aceptada como válida.

Por ejemplo, en la medida de piezas fabricadas (para su aceptación o rechazo) se pueden dar los siguientes casos, según la relación existente entre tolerancia e incertidumbre:

- Cuando el intervalo de incertidumbre está contenido dentro del intervalo de tolerancia, se puede afirmar casi con seguridad que el valor verdadero del mesurando (el elemento que se mide) es admisible.
- Cuando los intervalos de incertidumbre y de tolerancia son disjuntos, hay seguridad casi total de que se debe rechazar el mesurando.
- Cuando los intervalos de incertidumbre y de tolerancia se solapan en parte, la determinación de aceptación o rechazo es dudosa.

En la práctica suele optarse por un *criterio de seguridad*: rechazar cualquier mesurando en situación dudosa.

Para que la elección del instrumento de medida sea la correcta, se ha de cumplir que **el intervalo de incertidumbre sea varias veces inferior al de tolerancia..**



En otras palabras, no se puede decidir si algo mide o no lo que tiene que medir cuando la incertidumbre de medida (el “error” de la cadena operativo-instrumento de medida, etc.) es superior a la tolerancia (intervalo que define si el elemento es correcto o no).

En medidas dimensionales se suele considerar como admisible la relación:

$$3 \leq \frac{T}{2U} \leq 10$$

(‘T’ es la tolerancia y ‘U’ es la incertidumbre)

En otro orden de cosas, es importante no confundir la “precisión” del instrumento (o mínima división de escala del mismo) con la “calidad” del mismo o que el mismo tenga un valor de incertidumbre u otro. Por ejemplo, se obtendrán mejores medidas con un micrómetro centesimal (es decir cuya mínima división de escala es una centésima de milímetro) y una incertidumbre de 0,01 mm., que con un micrómetro milesimal (es decir, cuya mínima división de escala es una milésima de milímetro) y una incertidumbre de 0,020 mm.

3 TOMA DE MEDIDAS. INDICADORES PRINCIPALES.

Intuitivamente se percibe que el verdadero valor buscado en la medida debe encontrarse hacia el centro de esas fluctuaciones, por lo que se aceptará como mejor valor **X** del mesurando *un índice de la tendencia central* del conjunto de las indicaciones.

Ese parámetro será la **MEDIA**, que se calcula con la expresión siguiente:

$$\mu = m = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Es necesario establecer también algún indicador de la *dispersión de los resultados*. Cuanto menor sea la dispersión, más cercanos estarán los valores medido y real de la magnitud. El valor elegido como indicador de la dispersión es la **DESVIACIÓN TÍPICA** (o su cuadrado que es la varianza). Este valor viene dado por la expresión siguiente:

$$V = s^2 = \sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

donde **n** es el número total de medidas realizadas y **x_i** es cada una de las medidas realizadas, con **i** variando entre 1 y **n**.

El valor de la desviación típica no se emplea directamente como incertidumbre, sino que se utiliza la **desviación típica de la media** relacionada con la anterior mediante la expresión:

$$s_x^2 = \frac{s^2}{n}$$



Se debe determinar s a partir de un número de medidas lo más grande posible (normalmente >10). Cuando esto no es posible se admite la corrección del valor estimado de s mediante un factor que se indica en la tabla siguiente:

Número de medidas	Factor multiplicador (w)
2	7.0
3	2.3
4	1.7
5	1.4
6	1.3
7	1.3
8	1.2
9	1.2
10 ó más	1.0

En este caso el valor estimado para la desviación típica es el siguiente:

$$u = s_{\bar{x}} = w \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

El valor de la incertidumbre viene dado por el producto de la desviación típica obtenida y un **FACTOR DE INCERTIDUMBRE K**, que se toma habitualmente igual a **2**.

El valor de la incertidumbre obtenida es:

$$U = k \cdot s_{\bar{x}} = k \cdot u$$

3.1 EJEMPLO PRÁCTICO

Si al medir, por ejemplo, el diámetro de un cilindro con un micrómetro se obtiene una medida de **35,32 mm.**; ¿Se puede afirmar que esa es la medida real del mismo?. Rotundamente NO. Lo único que se puede afirmar es que la medida real del cilindro estará en el intervalo **35,32 +/-U**, siendo U la incertidumbre para un determinado nivel de probabilidad o de “confianza”. Ese valor de incertidumbre “U”, tampoco puede ser determinado exactamente, sino que ha de ser **ESTIMADO** mediante procesos estadísticos.



Dentro de la incertidumbre total, se engloban tres factores:

- ◆ Incertidumbre del patrón de medida
- ◆ Incertidumbre de calibración
- ◆ Incertidumbre de la cadena de medida

Esto es, dentro de ese “error total”, se han de contemplar:

- ◆ Los “errores” correspondientes al “patrón” (elemento para la calibración del instrumento de medida cuya verdadera magnitud es conocida con una incertidumbre muy baja pero NUNCA NULA).
- ◆ Los “errores” correspondientes al propio instrumento de medida (deformaciones, holguras entre piezas móviles, etc.).
- ◆ Los “errores” cometidos por la persona que realiza la medida, la falta de control de la temperatura de la estancia y, en general, todo lo no contemplado hasta ahora.

4 LA CALIBRACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS DE MEDIDA.

El proceso de calibración de un instrumento de medida consiste en:

“la determinación del valor del intervalo de incertidumbre de un instrumento o equipo de medida”.

Calibrar es básicamente comparar el resultado que proporciona un instrumento de medida con un patrón, que materializa la magnitud que se pretende calibrar con muy alta calidad.

Para obtener el valor numérico de la incertidumbre se ha de realizar, como se ha descrito anteriormente, un balance de todas las fuentes parciales de incertidumbre.

La **calibración** se realiza realizando varias medidas sobre un **patrón** conocido, en la forma en que el instrumento trabaja habitualmente.

El valor del patrón es x_0 y su incertidumbre, para factor de incertidumbre k , es U_0 .

La desviación típica del patrón viene dada por la expresión:

$$u_0 = \frac{U_0}{k}$$

donde el valor $k=2$.



El proceso de calibración de un instrumento de medida se realiza en varios puntos de su “rango de utilización”. Por ejemplo, si con un pie de rey se pueden medir longitudes desde 50 a 150 mm., el rango de utilización del mismo será de 100 mm., para medidas entre 50 y 150 mm. En este caso, sería necesario tomar medidas de distintos patrones, de medidas comprendidas entre 50 y 150 mm. (por ejemplo, 55 mm., 75 mm., 100 mm., 125 mm. y 145 mm.).

En cada uno de estos puntos, si se reiteran n_c medidas del patrón con el instrumento a calibrar y sus resultados son x_{ci} con $i=1\dots n_c$, pueden determinarse los parámetros de centrado y dispersión mediante las expresiones:

$$\bar{x}_c = \frac{1}{n_c} \sum_{i=1}^{n_c} x_{ci}$$
$$S_c = \sqrt{\frac{1}{n_c - 1} \sum_{j=1}^{n_c} (x_{ci} - \bar{x}_c)^2}$$

La corrección de calibración es:

$$\Delta x_c = x_0 - \bar{x}_c$$

El valor anterior es un estimador de la corrección que posee una desviación típica asociada dada por la expresión:

$$u_c^2 = u_0^2 + \frac{s_c^2}{n_c}$$

Cuando el instrumento se emplee para la realización de **medidas habituales**, en condiciones idénticas a las de calibración, con la única variante de medir mesurandos desconocidos en lugar del patrón de calibración, las indicaciones obtenidas (x'_k con $k=1\dots n$), deben corregirse con la corrección de calibración:

$$\bar{x} = \bar{x}' + \Delta x_c$$

donde es la media aritmética de las indicaciones sin corregir:

$$\bar{x}' = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x'_k$$

La ley de propagación de varianzas permite determinar la varianza del valor final:

$$u^2 = u_c^2 + \frac{s_m^2}{n} = u_0^2 + \frac{s_c^2}{n_c} + \frac{s_m^2}{n}$$

donde s_m es la desviación típica del mesurando en cuestión que puede tomarse $s_m = s_c$.

El resultado simplificado es:

$$u = \sqrt{u_0^2 + s_c^2 \left(\frac{1}{n_c} + \frac{1}{n} \right)}$$

Generalmente se realiza una única medida durante el funcionamiento normal del equipo por lo que $n=1$, simplificándose aún más la expresión anterior, que resulta ser:

$$u = \sqrt{u_0^2 + s_c^2 \left(\frac{1}{n_c} + 1 \right)}$$

El valor de la incertidumbre se calcula según la expresión siguiente:

$$U = k \cdot u$$

En la práctica, tal como se ha comentado anteriormente, se calibran varios puntos sobre el campo de medida. El modelo de calibración en un punto, puede extenderse con N patrones a N puntos del campo de medida del instrumento.

La formulación general para un punto de calibración j (con $j=1\dots N$) es la siguiente

$$u_{0j} = \frac{U_{0j}}{k_j}$$

$$\bar{x}_{cj} = \frac{1}{n_{cj}} \sum_{i=1}^{n_{cj}} x_{cji}$$

$$s_{cj} = \sqrt{\frac{1}{n_{cj} - 1} \sum_{i=1}^{n_{cj}} (x_{cji} - \bar{x}_{cj})^2}$$

$$\Delta x_{cj} = x_{oj} - \bar{x}_{cj}$$

$$u_{cj}^2 = u_{0j}^2 + \frac{s_{cj}^2}{n_{cj}}$$

Se suele aplicar un criterio **GLOBALIZADOR** que permite evaluar la incertidumbre y corrección de calibración del instrumento con independencia del punto de utilización.

Para ello se establece la corrección global como promedio de la corrección en cada punto de calibración:

$$\Delta \bar{x}_c = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \Delta x_{cj}$$

Si el instrumento se corrige con el valor anterior, en todos sus puntos, se conserva una corrección residual que, en los puntos calibrados, se determina:

$$\delta_{cj} = \Delta x_{cj} - \Delta \bar{x}_c$$



Esta corrección residual, se incorpora a la incertidumbre siguiendo el criterio de asimilarla a una incertidumbre de factor $k=2$.

En estas condiciones, la incertidumbre de la corrección de calibración en cada punto calibrado debe incluir la contribución de la corrección residual. Por ello:

$$u_{cj}^2 = u_{0j}^2 + \frac{s_{cj}^2}{n_{cj}} + \frac{\delta_{cj}^2}{4}$$

El criterio totalizador consiste en asignar a todo el instrumento **EL MÁXIMO DE LOS VALORES** anteriores sobre los puntos de calibración, ó la mínima división de escala del instrumento, si ésta fuera mayor. Es decir, si se obtiene de todo el proceso que la incertidumbre es de 0,0004 mm. pero la mínima división de escala del instrumento es de 0,001 mm., se tomará como incertidumbre total el valor de 0,001 mm.

Por tanto, cuando se realizan medidas con el instrumento calibrado, el valor resultante es:

$$\bar{x} = \bar{x}' + \Delta\bar{x}_c$$

y su incertidumbre:

$$\frac{U}{k} = u = \max \sqrt{u_{oj}^2 + \frac{s_{cj}^2}{n_{cj}} + \frac{s_m^2}{n} + \frac{\delta_{cj}^2}{4}}$$

Simplificando se obtiene la expresión:

$$U = k \cdot u = \max \left\{ k \cdot \sqrt{u_{oj}^2 + s_{cj}^2 \left(\frac{1}{n_{cj}} + 1 \right) + \frac{\delta_{cj}^2}{4}} \right\}$$

Cuando no es posible introducir la corrección de calibración durante la operación del instrumento, toda la corrección de calibración es residual y la expresión anterior resulta:

$$U = k \cdot u = \max \left\{ k \cdot \sqrt{u_{oj}^2 + s_{cj}^2 \left(\frac{1}{n_{cj}} + 1 \right) + \frac{\Delta x_{cj}^2}{4}} \right\}$$

5 DESARROLLO DE LA PRÁCTICA

Para manejar los conceptos anteriores, para el desarrollo de la práctica se van a utilizar los siguientes instrumentos de medida:

- ◆ Pie de rey o calibre
- ◆ Micrómetro de exteriores



Como piezas a medir, se utilizarán una serie de pastillas de reglaje calibradas (utilizadas en los motores de la marca NISSAN para el ajuste del juego de válvulas).

De igual modo, éstas también se utilizarán como “patrones” para el proceso de calibración del pie de rey. Para obtener patrones de distintas medidas, se tomarán varias de estas pastillas juntas.

Para los distintos cálculos a realizar, se tomará que la incertidumbre de medida de los patrones formados por las pastillas calibradas anteriores es de **0,001 mm**.

Durante la práctica se han de obtener, por grupos, las incertidumbres de todos los instrumentos de medida disponibles (tres calibres o pie de rey y un micrómetro milesimal), cerciorándose que se efectúan correctamente los siguientes aspectos:

- ◆ Lectura de la medida de cada uno de los instrumentos.
- ◆ Presión correcta de los elementos palpadores de los instrumentos sobre las pastillas calibradas.
- ◆ Operaciones estadísticas realizadas correctamente.

6 MEMORIA A CUMPLIMENTAR

Cada alumno (individualmente) deberá cumplimentar la hoja de calibración de instrumento que se adjunta en la página siguiente, con los datos obtenidos utilizando el instrumento de medida que le corresponda.

Además de lo anterior, se deberán responder las siguientes cuestiones:

- ◆ Comentar los distintos valores obtenidos para las incertidumbres de cada uno de los instrumentos.
- ◆ ¿En dónde utilizarías para medir un pie de rey y en donde un micrómetro como el de la práctica?
- ◆ Comparar los campos de medida de cada uno de los instrumentos. Comentar los resultados.
- ◆ Comparar las divisiones mínimas de escala de cada uno de los instrumentos. Comentar los resultados.



**PRÁCTICA N° 4 DE “LABORATORIO DE TECNOLOGÍAS IV”
SOLUCIÓN AL TRABAJO PRÁCTICO PROPUESTO.**

Apellidos

Nombre:

Curso:

Instrumento a calibrar:

Fecha:

Grupo de prácticas:

Calibrar el instrumento correspondiente realizando 10 medidas de los 5 bloques patrón indicando los resultados en la siguiente tabla.

HOJA DE DATOS Y RESULTADOS

Nominal $\pm U_{0j}$ (mm) $x_{0j}=1\dots5$	Resultados de las medidas de calibración (mm) $x_{ji} (i=1, 2, \dots, 10)$									

Obtener la incertidumbre del instrumento de medida

Resultados de la calibración del pie de rey			
Nominal $\pm U_{0j}$ (mm) (TOTAL $\pm 0,001$ mm)	\bar{x}_{cj} (mm) (media en cada punto)	s_{cij} (μ m) (desviación típica en cada punto)	U_j (μ m) (incertidumbre en cada punto)

Emplear el instrumento calibrado para medir 5 de las pastillas calibradas de la práctica. ¿Coinciden los valores con los impresos en las pastillas?. ¿Por qué?.