

Procesos Estocásticos

El paso del tiempo juega un papel esencial en el complejo mundo que observamos. Por eso la mayoría de los modelos matemáticos consideran cantidades que cambian aleatoriamente con el paso del tiempo. Tales modelos son llamados *procesos estocásticos* y hay de muchos tipos. Muchos fenómenos reales de la naturaleza, las finanzas, la ingeniería motivan las reglas de los procesos específicos que vamos a considerar en este curso. Ellos son

- 1 Cadenas de Markov a tiempo discreto
- 2 Martingalas
- 3 Procesos de Poisson y de renovación
- 4 Cadenas de Markov a tiempo continuo y procesos de colas
- 5 Movimiento Browniano y difusiones

Definición

Un **proceso estocástico** es una familia de variables aleatorias $\{X_t, t \in T\}$ definidas sobre un mismo espacio de probabilidad (Ω, \mathcal{F}, P) y con valores en un mismo conjunto, llamado **espacio de estados** y comúnmente denotado por S .

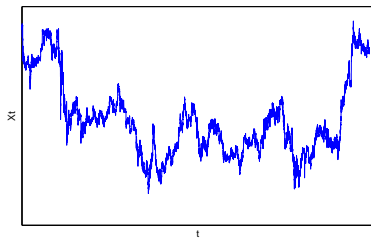
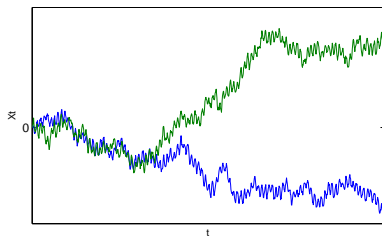
- Si $T = \{0, 1, 2, \dots\}$, decimos que $\{X_t, t \in T\}$ es un proceso a tiempo discreto.
- Si T es un intervalo de número reales, decimos que es a tiempo continuo.

Los procesos estocásticos con $T \subset R^n$, siendo $n > 1$, se denominan *campos aleatorios* y son usados habitualmente para modelar *datos espacialmente estructurados*.

En este curso T siempre será un conjunto de números reales y los modelos que estudiaremos son usados para modelar *datos temporal estructurados*.

Trayectorias de un proceso estocástico

Cada $\omega \in \Omega$, define una función $T \rightarrow S$, $t \rightarrow X_t(\omega)$, que llamaremos **trayectoria del proceso estocástico**.



- La imagen de la izquierda muestra dos trayectorias de un mismo proceso discreto, generado al añadir *shocks aleatorios* a una función periódica.
- La imagen de la izquierda corresponde a la evolución continua del precio de la acción de Acerinox en la bolsa de Madrid.