

Ejercicios Tema 3

19 de septiembre de 2016

PROBLEMA 1 - Considere una aplicación Internet phone que utiliza una codificación PCM (64 Kbps) con intervalos de paquetización de 20 ms. Los paquetes se envían con las cabeceras RTP (12 bytes), UDP (8 bytes) y IP (20 bytes). Los descartes en la red se producen de forma independiente con una probabilidad del 1%. Para combatir estos descartes, se utiliza una técnica de tipo FEC, añadiendo un paquete de redundancia por cada grupo de n paquetes. El objetivo es que se produzcan pérdidas con probabilidades inferiores al 0,1%. Si se dispone de un caudal máximo de 90 Kbps y se utiliza un tiempo de playout suficientemente grande como para que todas las pérdidas se deban únicamente a descartes, ¿para qué valor(es) de n se cumplirá con los objetivos deseados?

Tenemos PCM@64Kbps; FEC1: 1 paquete de redundancia cada n paquetes; Tiempo de playout suficiente; $i_p = 20ms$; $P_D = p = 0,01$; $RTP = 12B$; $UDP = 8B$; $IP = 20B$; $C_M = 90Kbps$; $P_p < 0,001$ Queremos: Rango de n operativos

Para ello, necesitamos calcular un n máximo y un n mínimo que satisfagan las condiciones del sistema.

Para el máximo, sabemos que la tasa de la aplicación debe ser inferior a 90Kbps, con lo que podemos restringir el sistema del siguiente modo:

$$\left(\frac{n+1}{n}\right) \times \left(64Kbps + \frac{40 \times 8}{20ms}\right) \leq 90Kbps$$

Operando, obtenemos:

$$\left(\frac{n+1}{n}\right) \times (64Kbps + 16) \leq 90Kbps \mapsto (n+1)80 \leq 90 \times n$$

Entonces:

$$80 \leq 10 \times n \mapsto \boxed{n \geq 8}$$

En el caso del mínimo, sabemos la probabilidad de pérdida máxima que estamos dispuestos a tolerar que es de un 0,1%, con lo que podemos aplicar restricciones de nuevo.

$$p \times (1 - (1 - p)^n) \leq 0,001 \mapsto p - 0,001 \leq p \times (1 - p)^n$$

Operando:

$$\frac{p - 0,001}{p} \leq (1 - p)^n \mapsto \log\left(\frac{p - 0,001}{p}\right) \leq n \times \log(1 - p)$$

Y, finalmente:

$$n \leq \frac{\log\left(\frac{0,01-0,001}{0,01}\right)}{\log(1-0,01)} = 10,4$$

Solución: $\boxed{8 \leq n \leq 10}$

PROBLEMA 2 - Una red introduce retardos independientes distribuidos exponencialmente de 50 ms de media.

1. ¿Qué valor del tiempo de playout se deberá utilizar si se desea que la tasa de paquetes perdidos sea inferior al 1%?
2. Si se utilizara la técnica de estimación adaptativa del tiempo de playout de las aplicaciones interactivas, ¿qué tasa de paquetes perdidos se observaría?
3. ¿Qué valor del tiempo de playout deberá utilizarse en caso de que se utilice la técnica de entrelazado con un factor igual a 4 y un intervalo de paquetización de 20 ms, si se desea que la probabilidad de pérdida de una secuencia de 5 ms sea inferior al 1
4. Diseñe una solución que combina la técnica de entrelazado del apartado anterior con la de redundancia y identifique el impacto en el tiempo de playout.

$$\mathbb{E}[x] = 50ms \mapsto \lambda = \frac{1}{50}ms^{-1}$$

1.

$$P(T < t) = 1 - e^{-\lambda t} \mapsto P(T > t) = 1 - P(T < t) = e^{-\lambda t}$$

$$P(t > T_p) \leq 0,01 \quad e^{-\lambda \times t} \leq 0,01 \quad \lambda \times t \leq 4,605$$

$$\frac{1}{50} \times T_p \leq 4,605 \mapsto \boxed{t \leq 230ms}$$

2.

$$d_i = 50ms \quad v_i = \int_0^\infty |x - 50| \lambda \times e^{-\lambda x} dx = 36,78$$

$$T_p = 50 + 4 \times 36,78 = 197ms \quad \boxed{P(t > T_p) = e^{-1/50 \times 197} = 0,0195}$$

3. Debido al entrelazado, sabemos el retraso de los paquetes

$$1/4paq : r = 60ms; \quad 1/4paq : r = 40ms; \quad 1/4paq : r = 20ms; \quad 1/4paq : r = 0ms$$

Entonces, podemos calcular T_p de la siguiente manera:

$$e^{-\lambda(T_p-60)} = 0,01; \quad e^{-\lambda(T_p-40)} = 0,01; \quad e^{-\lambda(T_p-20)} = 0,01; \quad e^{-\lambda(T_p)} = 0,01$$

$$T_{p_1} = 290,25 : \quad T_{p_2} = 270,25; \quad T_{p_3} = 250,25; \quad T_{p_4} = 230,25$$

$$T_p = \frac{1}{4} \times (T_{p_1} + T_{p_2} + T_{p_3} + T_{p_4})$$

$$\boxed{T_p = 260,25ms}$$

- Como tenemos entrelazado para $K=4$, la técnica más cómoda a implementar sería FEC1 con $n=4$. Al tener que esperar por el entrelazado hasta que llegue el cuarto paquete, un quinto que se enviara de inmediato no afecta al tiempo de playout y permite corregir errores

Solución:

- $t \leq 230ms$
- $P(t > T_p) = 0,0195$
- $T_p = 260,25ms$
- Implementar FEC1 con $n=4$, dado que así podemos hacer todas las comprobaciones al mismo tiempo

PROBLEMA 3 - Se considera una aplicación de voz con una tasa de envío de 64 Kbps y un intervalo de paquetización de 20 ms. Para reducir el impacto de los descartes en la red, se utiliza la técnica de interleaving con un factor de entrelazado $K = 4$. A no ser que se indique lo contrario, se considera que no se producen descartes en la red. Se pide:

- Si el tiempo de playout empleado es de 50 ms, ¿cuál será la probabilidad de pérdida (es decir, la probabilidad de que la aplicación no pueda reproducir una secuencia de voz)?
- ¿Cuál será la probabilidad de pérdida si la probabilidad de descarte que introduce la red es de un 1%?
- ¿Cuál debería de ser el valor del tiempo de playout para que la probabilidad de pérdida fuera nula?
- ¿Cuál sería la probabilidad de pérdida si se emplea el algoritmo adaptativo visto en clase para ajustar el tiempo de playout?
- ¿Cuál será la probabilidad de pérdida si se contrata el servicio Premium Service con una tasa contratada de 64 Kbps y un tamaño de bucket de 160 bytes?
- Si se emplea el servicio Assured Service con una tasa contratada de 64 Kbps y un tamaño de bucket de 160 bytes, y la probabilidad de descarte en la red es nula tanto para paquetes in-profile como out-of-profile, ¿cuál sería la probabilidad de pérdida?

Asumimos que el retardo es constante $r = 0$; Además: $T_e = 64Kbps$; $T_{pac} = 20ms$; entrelazado $k = 4 \mapsto r_1 = 60ms$; $r_2 = 40ms$; $r_3 = 20ms$; $r_4 = 0ms$;

-

$$T_p = 50ms \mapsto P_e = P(t > T_p) = \frac{1}{4}$$

-

$$P_p = P(t > T_p) \times (1 - P_D) + P_D = 0,2575$$

3. Al no haber retardo ($r=0$) nos quedamos con el máximo retardo que nos pone la técnica del entrelazado

$$T_p = 60ms$$

4.

$$d_i = 30ms; \quad v_i = \frac{|30 - 60| + |30 - 40| + |30 - 20| + |30 - 0|}{4} = 20$$

$$q_i = 30 + 4 \times 20 = 110ms$$

5. $S_p = 20 \times 64Kbps = 160B$; $P_p = 0$ suponiendo que no ha descartes

$$P_p = P_D = 0, 1$$

Enviamos paquetes de 160B cada 20 ms, que es justo la tasa del servicio (suponiendo que aún no se ha aplicado el entrelazado). Si tenemos entrelazado implementado, los retardos son fijos y, por tanto, la probabilidad de descarte será 0 siempre y cuando el T_p sea mayor de 60 ms.

6. Dado que la aplicación envía a la tasa contratada, no habrá descartes adicionales a la P_D introducida por la red, ya que mientras que el retraso sea menor que el tiempo de playout no existe posibilidad de descartar paquetes. En el caso de que algún paquete se marcara como *OUT-PROFILE*, sería relevante el retardo introducido por la cola de baja prioridad

Solución:

1. $P_e = P(t > T_p) = \frac{1}{4}$

2. $P_p = 0, 2575$

3. $T_p = 60ms$

4. $q_i = 110ms$

5. $P_p = P_D = 0, 1$

6. $P_p = P_D = 0, 1$

PROBLEMA 4 - Se considera el siguiente mecanismo de playout adaptativo modificado: Se calcula el retardo medio de los paquetes, d_i , de acuerdo con el algoritmo visto en clase (suponga que la estimación es perfecta). Se actualiza el tiempo de playout multiplicando la media anterior por K , $q_i = K d_i$ ($K = 4$). Se pide:

1. Si el retardo sigue una distribución uniforme entre 0 y 100 ms, calcule el tiempo de playout y la probabilidad de pérdida con esta técnica, y compárela con el rendimiento del mecanismo de playout visto en clase.

2. Repita los cálculos anteriores en caso de que el tiempo de playout siga una distribución exponencial de 50 ms de media.
3. En base a los resultados obtenidos, razone si el algoritmo propuesto mejora o no el visto en clase.

1.

$$T_p = q_i = 4 \times 50 = 200ms; \quad P(t_1 > 200ms) = 0$$

2.

$$T_p = q_i = 4 \times 50 = 200ms; \quad P(t_2 > 200ms) = e^{-\lambda \times t} = e^{-\frac{1}{50} \times 200} = 0,0183$$

$$3. T_{p1} = E[X_1] + 4 \times \sqrt{V[X_1]} = 50ms + 4 \times 25 = 150ms$$

$$T_{p2} = E[X_2] + 4 \times \sqrt{V[X_2]} = 50ms + 4 \times 36,78 = 197,12ms$$

En ambos casos, el tiempo de playout se reduce, lo a priori mejora el desempeño del algoritmo estudiado frente al propuesto. No obstante, tenemos que calcular la probabilidad de pérdidas:

$$P(t_1 > 150ms) = 0; \quad P(t_2 > 197,15ms) = 0,019$$

En este caso, la probabilidad de pérdida con retardo uniforme sigue siendo cero como en el algoritmo propuesto mientras que si el retardo es uniforme, la probabilidad de pérdidas es ligeramente superior (0,019 frente a 0,0183). Ante estos resultados, podemos afirmar que el método estudiado en clase es mejor que el propuesto, ya que reduce los tiempos de playout con probabilidades de error similares.

Solución:

$$1. \quad T_{p1} = 200ms; \quad P(t_1 > 200ms) = 0$$

$$2. \quad T_{p2} = 200ms; \quad P(t_2 > 200ms) = 0,0183$$

3. *Mejor el esquema estudiado en clase, ya que reduce T_p ante unas tasas de error similares.*

PROBLEMA 5 - Se tiene una aplicación de voz interactiva con un tiempo entre paquetes de 20 ms que utiliza la técnica FEC2 vista en clase (i.e., se introduce un copia de menor resolución en el siguiente paquete). La red sufre una probabilidad de descarte del 10% e introduce un retardo uniformemente distribuido entre 0 y 100 ms. Se pide:

1. Calcule la probabilidad de pérdida (es decir, la probabilidad de que no se pueda reproducir una secuencia de audio) si el tiempo de playout es de 75 ms.
2. ¿Cuál tiene que ser el valor mínimo del tiempo de playout para asegurar que todos los paquetes que pueden recuperarse mediante la redundancia puedan reproducirse?

3. Calcule la probabilidad de pérdida si se utiliza el algoritmo adaptativo visto en clase para ajustar el tiempo de playout con $K = 3$.

NOTA: En caso de que un paquete perdido se pueda recuperar mediante redundancia, el algoritmo contabiliza el retardo desde el momento en que se ha generado el paquete hasta que está disponible para ser reproducido.

Tenemos paquetes cada 20ms; $P_D = 10\%$; $R U(0, 100)$

1.

$$P_P = P_D^2 + P(r > T_p = 75ms) = 0,01 + 0,25 = 0,26$$

2. La redundancia sale 20 ms después de su paquete original, por lo tanto, con $T_p = 120ms$ nos aseguramos que independientemente del retardo experimentado por la redundancia, esta llegará a tiempo de reproducirse.

3. $q_i = d_i + K \times v_i$. Sabemos que $d_i = 50ms$ y $v_i = 25$ y por lo tanto $q_i = 50 + 3 \times 25 = 125ms$ Entonces, $P_P = P_D^2 + P_D \times P(r > 105ms) = 0,01$

Solución:

1. $P_P = 0,26$

2. $T_p = 120ms$

3. $P_P = 0,01$

PROBLEMA 6 - Se combinan la técnica FEC2 (para audio) y el mecanismo de playout adaptativo (con $K = 4$), ambos vistos en clase, de la siguiente forma: En cada paquete se manda una secuencia con 20 ms de audio y otra de redundancia (codificada en más baja resolución) que corresponde a la secuencia del paquete anterior. En recepción, cuando se recibe una secuencia, se calcula el retardo desde la generación de dicha secuencia hasta el momento en que se recibe. En caso de que se pierda una secuencia, el retardo que se contabiliza como el tiempo que transcurre desde que se generó hasta llega la de secuencia de baja resolución. Se considera que la red introduce un retardo constante de 50 ms y la tasa de pérdidas es del 10%. Se pide:

1. Calcule la estimación que hace el algoritmo de la media del retardo y de la desviación típica.
2. Calcule el tiempo de playout resultante del mecanismo adaptativo.
3. ¿Cuál es la probabilidad de que se descarte un paquete, que llegue con un retardo de 50 ms? ¿y con un retardo de 70 ms?
4. Calcule la probabilidad de pérdida de una secuencia teniendo en cuenta el mecanismo de redundancia.

Tenemos FEC2 (20 ms de audio + redundancia) y Playout Adaptivo $K = 4$; $P_D = 10\%$

1.

$$d_i = E[r] = 0,9 \times 50ms + 0,1 \times 70ms = 52ms; \quad 0,1 \times (70 - 52)ms = 1,8ms$$

2.

$$q_i = 52ms + 4 \times 1,8ms = 59,2ms$$

3. Debido al tiempo de playout calculado por el algoritmo, todos los paquetes con un retraso de 50 ms (es decir, que no se pierdan), tendrán probabilidad de pérdida 0. Sin embargo, un paquete que llegue con un retraso de 70 ms se descartará siempre, dado que el tiempo de playout es menor a ese valor.
4. La probabilidad total de pérdidas será del 10 %, ya que los paquetes descartados no se pueden recuperar

Solución:

1. $d_i = 52ms; \quad v_i = 1,8ms$

2. $q_i = 59,2ms$

3. $P_{D_{50ms}} = 0; \quad P_{D_{70ms}} = 1$

4. $P_P = 10\%$

PROBLEMA 7 - Se considera la siguiente aplicación de voz interactiva:

- La aplicación utiliza un codificador de audio de 64 Kbps y un tiempo de paquetización de 20 ms.
- La red introduce un retardo uniformemente distribuido entre 0 y 100 ms.
- La probabilidad de descarte es despreciable.
- Se calcula el tiempo de playout utilizando el algoritmo adaptativo visto en clase.

Se pide:

1. Calcule el tiempo de playout utilizado por la aplicación.
2. Calcule la probabilidad de pérdida (por llegar un paquete posteriormente al instante de reproducción marcado por el playout time).
3. Calcule la probabilidad de pérdida si la probabilidad de descarte en la red fuera del 5%. Considere ahora que se utiliza la técnica de interleaving o entrelazado vista en clase con un factor de entrelazado de 4. En recepción, se obtienen los paquetes originales y, una vez obtenidos estos paquetes, se calcula el playout time utilizando el algoritmo adaptativo utilizado para el cálculo del retardo el tiempo transcurrido desde la generación del paquete (es decir, contabilizando el retardo introducido por el interleaving además del introducido por la red).

4. Calcule el tiempo de playout en este caso.
5. Calcule la probabilidad de pérdida.

PROBLEMA 8 - Considere una aplicación Internet phone que utiliza una codificación PCM (64 Kbps) con intervalos de paquetización de 20 ms. Los paquetes se envían con las cabeceras RTP (12 bytes), UDP (8 bytes) y IP (20 bytes). Los descartes en la red se producen de forma independiente con una probabilidad del 1%. Para combatir estos descartes, se utiliza una técnica de tipo FEC, añadiendo un paquete de redundancia por cada grupo de n paquetes. Se pide:

1. Calcule el valor de n necesario para que la probabilidad de pérdida (considerando que el tiempo de playout es suficientemente grande).
2. Si el tiempo de playout es de 100 ms, calcule el valor óptimo de n que minimiza la probabilidad de pérdida contando tanto los descartes como los paquetes que llegan después del tiempo de playout.

PROBLEMA 9 - Se combinan la técnica de interleaving y el mecanismo de playout adaptativo visto en clase de la siguiente forma:

- Se generan 4 secuencias de audio de 20 ms cada una y se entrelazan de acuerdo con la técnica de interleaving. Dichas secuencias se denominan secuencia de tipo 1, 2, 3 y 4.
- En recepción, se recuperan las secuencias originales y se calcula el retardo desde la generación de cada secuencia hasta este momento. Estos son los retardos que se emplean para calcular el tiempo de playout.

Se considera que la red no sufre descartes e introduce un retardo uniforme entre 0 y 100 ms. Este retardo es el mismo para todos los paquetes que se mandan simultáneamente. El mecanismo de playout emplea $K = 4$. Se pide:

1. Calcule la distribución del retardo de las secuencias de tipo 1, 2, 3 y 4.
2. Calcule para cada una de ellas la media y la desviación típica tal y como se define para el mecanismo adaptativo.
3. Calcule el tiempo de playout resultante del mecanismo adaptativo.
4. Calcule la probabilidad de pérdida de cada uno de los tipos de secuencia así como la global.
5. ¿Cuál sería la probabilidad de pérdida si en lugar de calcular el tiempo de playout con el retardo desde la generación de una secuencia se hiciera con el retardo desde el envío de un paquete?

PROBLEMA 10 - Se tiene una aplicación multimedia interactiva en la que se utiliza la técnica de redundancia FEC1 vista en clase con $n = 2$. Con esta técnica, se manda un paquete de redundancia cada dos paquetes de voz (es decir se manda un primer paquete de voz, un segundo paquete y la redundancia). La red introduce un retardo independiente uniformemente distribuido entre 0 y 100 ms. El intervalo de paquetización es de 20 ms. El tiempo de playout es de 90 ms y la probabilidad de descarte en la red es despreciable. Se pide:

1. Describa cuál es la secuencia de paquetes que se mandan a la red y los instantes en que se mandan.
2. ¿Cuál es la probabilidad de que el primer paquete llegue a tiempo para ser reproducido?
3. ¿Cuál es la probabilidad de que el segundo paquete llegue antes del instante de reproducción del primer paquete?
4. ¿Cuál es la probabilidad de que tanto el segundo paquete como la redundancia lleguen antes del instante de reproducción del primer paquete?
5. ¿Cuál es la probabilidad de pérdida del primer paquete?
6. ¿Cuál es la probabilidad de pérdida del segundo paquete?
7. ¿Qué tiempo de playout debería de emplearse si se quiere que la probabilidad de pérdida media no supere el 1 %?

PROBLEMA 11 - Considere una red que red introduce retardos independientes distribuidos exponencialmente de 50 ms de media y no se producen descartes. En esta red se transmite un flujo mediante la técnica interactivo y se emplea la técnica de estimación adaptativa vista en clase para ajustar el tiempo de playout. Se pide:

1. ¿Cuál tiene que ser la configuración del parámetro K si se desea que la probabilidad de pérdida no sea superior al 1 %?
2. Si en lugar de una distribución exponencial, los retardos siguen una distribución uniforme con la misma media, ¿cuál sería la probabilidad de pérdidas resultante con el valor de K calculado en el apartado anterior?
3. Indique justificadamente cuál sería una configuración adecuada de K para la distribución de retardo considerado en el apartado anterior.

PROBLEMA 12 - Considere la siguiente red formada por dos enlaces con caudales físicos 1 y 2 respectivamente:

1. Calcule la distribución proporcionalmente justa en la red anterior
2. Si el retardo en ambos enlaces es el mismo, y los tres flujos sufren la misma tasa de pérdidas, ¿qué distribución proporcionaría el protocolo MSTFP?

3. ¿Y si el flujo r2 no satura el segundo enlace, de tal forma que el retardo y las pérdidas se limitan únicamente al primer enlace?
4. En base a los resultados anteriores, ¿proporciona el protocolo MSTFP una distribución proporcionalmente justa exactamente? ¿proporciona una buena aproximación?

PROBLEMA 13 - Diseñe un algoritmo de redundancia priorizada para el codificador IH.261 de tal forma que los coeficientes del 1 al 10 estén protegidos de una tasa de pérdidas de hasta el 40%, coeficientes del 11 al 20 estén protegidos de una tasa de pérdidas de hasta el 20% y los coeficientes superiores al 21 estén protegidos de una tasa de pérdidas de hasta el 10%.

PROBLEMA 14 - ¿Qué valor debe de tener el parámetro u del estimador utilizado en el cálculo del tiempo de playout de la aplicación Internet Phone para que, en cambiar el retardo de un valor viejo a uno nueva, el tiempo que tarde el estimador en cubrir el 95% de la diferencia entre ambos valores sea inferior a 200 ms? ¿Y si este tiempo puede ser de hasta 1 s?

Observación: $u \sum_{i=0}^9 (1-u)^i + (1-u)^{10} = 1$