

CALCULO III
EXAMEN FINAL

23 de enero de 2015

Tercer Curso del Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales.

Tiempo: 3 horas

Problema 1 (2 puntos)

Resolver el siguiente problema de valor inicial:

$$y dx + x(\log x - \log y - 1) dy = 0; \quad y(1) = e.$$

Problema 2 (2 puntos)

Demostrar que no es exacta la siguiente ecuación y resolverla con un factor integrante.

$$(x + y) dx + x \log(x) dy = 0, \quad x > 0.$$

Problema 3 (2 puntos)

Resolver la ecuación integral:

$$f(t) = 1 + t + \frac{8}{3} \int_0^t (t - u)^3 f(u) du$$

Problema 4 (2,5 puntos)

Resolver el siguiente problema:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - 2t \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}, t > 0, \\ u(-\pi/2, t) = u(\pi/2, t), & t > 0, \\ \frac{\partial u}{\partial x}(-\pi/2, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(\pi/2, t), & t > 0, \\ u(x, 0) = 4 \operatorname{sen}^2(4x) + 2 \operatorname{sen}(6x), & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Problema 5 (1,5 puntos)

Determinar todos los autovalores negativos del problema:

$$\begin{cases} \phi'' + 5\phi = -\lambda\phi, \\ \phi(0) = 0, \quad \phi(\pi) = 0. \end{cases}$$
