

CALCULO III
EXAMEN EXTRAORDINARIO

17 de junio de 2015

Tercer Curso del Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales.

Tiempo: 3 horas

Problema 1 (1,5 puntos)

Resolver la siguiente ecuación:

$$\frac{dy}{dx} - 5y = -\frac{5}{2}xy^3.$$

Problema 2 (2 puntos)

Resolver la ecuación de segundo grado:

$$y'' + 2y' + 2y = e^{-x} \cos x.$$

Problema 3 (2 puntos)

Resolver la ecuación integro-diferencial

$$f'(x) + \int_0^x 4 \cdot f(x-t) dt = x - \operatorname{sen} x, \quad f(0) = 2.$$

Problema 4 (2,5 puntos)

Utilizando el método de la separación de variables, resolver la ecuación del telégrafo:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial u}{\partial t} + u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, & t > 0, \quad x \in (0, \pi), \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0, & t > 0, \\ u(x, 0) = \operatorname{sen} x, & x \in [0, \pi], \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0, & x \in [0, \pi]. \end{cases}$$

Problema 5 (0,5 + 1 + 0,5 = 2 puntos)

a) Transformar en un problema de Sturm-Liouville el siguiente:

$$\begin{cases} x^2 y'' + xy' + \lambda y = 0, & 1 < x < b, \\ y(1) = y(b) = 0. \end{cases}$$

b) Encontrar las autofunciones y los autovalores.

c) Encontrar la relación de ortogonalidad que satisfacen las autofunciones.
