

# CÁLCULO – AUTOEVALUACIÓN 1

Filippo Terragni & Manuel Carretero Cerrajero

**Problema 1.** Considera la sucesión  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  de números reales definida por

$$a_n = -4 + \frac{a_{n-1}}{3}, \quad \text{con } n \geq 2,$$
$$a_1 = 0.$$

- (a) Demuestra que la sucesión es decreciente.
  - (b) Demuestra que la sucesión es acotada.
  - (c) Calcula  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .
-

**Problema 2.** Encuentra *todos* los valores del parámetro  $\alpha \in \mathbb{R}$  tales que la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha - 2)^n}{n^2 + 1}$$

es convergente.

---

**Problema 3.** Considera la función

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 7 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) & \text{si } x > 2, \\ a(x+1) + b & \text{si } -1 < x \leq 2, \\ x^3 - 12x + 5 & \text{si } x \leq -1, \end{cases}$$

donde  $a$  y  $b$  son constantes reales.

- (a) Encuentra los valores de  $a$  y  $b$  tales que  $f(x)$  es continua en  $\mathbb{R}$ .
  - (b) Calcula (si hay) máximos y mínimos locales de  $f(x)$  para  $x < -1$ .
-

**Problema 4.** Aproxima el valor

$$\ln\left(\frac{4}{3}\right)$$

usando un polinomio de grado 3 y estima el error involucrado (calcula una cota superior apropiada).

---