

CÁLCULO – AUTOEVALUACIÓN 6

Filippo Terragni & Manuel Carretero Cerrajero

Problema 1. Considera la sucesión definida por el término general

$$a_n = \frac{n + \operatorname{sen}(\pi n/2)}{3n + 5}, \quad \text{con } n = 1, 2, 3, \dots$$

¿Es acotada? ¿Es monótona? ¿Es convergente?

Problema 2. Estudia la convergencia de las series

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan(n)}{n^2 + 5}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n)}{n}.$$

Problema 3. ¿Cuántas soluciones *reales* tiene la ecuación $\cos(x) = x$?

Problema 4. Calcula el ángulo formado por las rectas tangentes por la derecha y por la izquierda, en $x_0 = 0$, a la gráfica de la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(x)}{x}, & \text{si } x < 0, \\ xe^x + 1, & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

Problema 5. Encuentra la familia de polinomios $P(x)$ tales que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x^4} - P(x)}{x^7} = 0.$$

Problema 6. Calcula

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \int_0^x t^2 \cos(t^2) dt.$$

Problema 7. Estudia la convergencia de la integral impropia

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} dx.$$
