

CÁLCULO – AUTOEVALUACIÓN 7

Filippo Terragni & Manuel Carretero Cerrajero

Problema 1. Considera la sucesión $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de números reales donde

$$a_n = \sqrt{n} \frac{2 \cos(\pi(n+1)/2)}{1+n}, \quad \text{con } n = 1, 2, 3, \dots$$

- (a) Estudia si la sucesión es monótona y acotada.
 - (b) Calcula $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
-

Problema 2. Encuentra *todos* los valores del parámetro $\alpha \in \mathbb{R}$ tales que la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2\alpha)^{3n}}{7^n \sqrt[3]{n^2 + n}}$$

es convergente.

Problema 3. Aproxima el valor

$$\ln\left(\frac{3}{2}\right)$$

usando un polinomio de grado adecuado tal que el error de aproximación involucrado sea menor que 10^{-2} .

Problema 4. Considera la función

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x} \arctan\left(\frac{1}{x}\right), & \text{si } 0 < x \leq 1, \\ 0, & \text{si } x = 0, \\ \frac{\cos(x) - 1}{x}, & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

- (a) Estudia si $f(x)$ es continua en $x = 0$.
- (b) Encuentra el número de soluciones reales de la ecuación $f(x) = -1$ en el intervalo $(0, 1/2]$.
-