

uc3m

Universidad **Carlos III** de Madrid

Departamento de Matemáticas

MATEMÁTICAS II. Problemas

Curso preparatorio para el acceso a la universidad
para mayores de 25 años

Tema 2

Arturo de Pablo
Elena Romera

Open Course Ware, UC3M
<http://ocw.uc3m.es/matematicas>



2. Cálculo Integral

2.1. Cálculo de primitivas

Problema 2.1.1 Calcula las siguientes primitivas:

$$\begin{array}{ll}
 i) \int \frac{x + 7x^3}{x^2} dx, & ii) \int (\sqrt{x} + e^x) dx, \\
 iii) \int \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos^2 x} dx, & iv) \int (\operatorname{sen} 3x + \cos 5x) dx, \\
 v) \int \frac{2x^2 + 4x + 2}{x + 1} dx, & vi) \int \frac{\sqrt[4]{x^3} + \sqrt[3]{x^4}}{x} dx, \\
 vii) \int \frac{e^{4x} + e^x + 1}{e^x} dx, & viii) \int \frac{1}{1 - \operatorname{sen} x} dx, \\
 ix) \int \frac{1}{4 + x^2} dx, & x) \int \frac{1}{\sqrt{9 - x^2}} dx, \\
 xi) \int 4x^3(1 + x^4)^7 dx, & xii) \int x\sqrt{3 + x^2} dx.
 \end{array}$$

Problema 2.1.2 Aplica la fórmula de integración por partes en los siguientes ejemplos:

$$\begin{array}{ll}
 i) \int x e^x dx, & ii) \int x^2 e^x dx, \\
 iii) \int x \operatorname{sen} x dx, & iv) \int e^x \operatorname{sen} x dx. \\
 v) \int x \log^2 x dx, & vi) \int \operatorname{sen}(\log x) dx
 \end{array}$$

Problema 2.1.3 Utilizando la fórmula del cambio de variables, calcula las integrales:

$$\begin{array}{ll}
 i) \int \frac{1}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}} dx, & ii) \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx, \\
 iii) \int \sqrt{4 - x^2} dx, & iv) \int \frac{1}{1 + e^x} dx, \\
 v) \int \frac{1}{x^2 \sqrt{1 - x^2}} dx, & vi) \int \frac{1}{1 + \sqrt{x + 1}} dx.
 \end{array}$$

Problema 2.1.4 Resuelve, utilizando el método de descomposición en fracciones simples, las

integrales:

$$i) \int \frac{x}{x^2 + 3} dx,$$

$$ii) \int \frac{x + 3}{x^2 + 9} dx,$$

$$iii) \int \frac{2x + 1}{x^2 + 4x + 5} dx,$$

$$iv) \int \frac{x^2 + 2x + 3}{(x - 1)(x + 1)^2} dx,$$

$$v) \int \frac{1}{x^3 + 5x^2 + 8x + 4} dx,$$

$$vi) \int \frac{x^5 - 3x^3 + 2x^2 + x}{x^3 - 3x + 2} dx.$$

2.2. Aplicaciones de la integral

Problema 2.2.1

a) Dibuja la gráfica de la función $f(x) = (x - 2)e^x$.

b) Halla el área limitada por la gráfica de la función f , el eje $y = 0$, y las rectas $x = 1$; $x = 3$.

Problema 2.2.2 Halla el área de la región del plano limitada por las gráficas de $f(x) = x^2 - x$ y de $g(x) = \frac{3}{4}x^2$.

Problema 2.2.3 Halla $b > 0$ de manera que el área encerrada por las gráficas de $f(x) = x^2$ y de $g(x) = b\sqrt{x}$ sea 1.

- A₃P-
- ER_C-

