

Solución propuesta

Apartado 1

El contenido armónico del Modo 1 corresponde a una modulación PWM unipolar, ya que, por un lado se sabe que el inversor es monofásico y por otro, está el hecho de que en la zona de alta frecuencia aparecen cuatro armónicos, lo que descarta la modulación bipolar. Este hecho se puede también comprobar en la tabla que se proporciona en el enunciado referente a la modulación PWM sinusoidal.

Apartado 2

Teniendo en cuenta la tabla de amplitudes normalizadas para la modulación unipolar, que se representa en la Figura 2.1, se puede deducir el índice de modulación en amplitud según:

$$m_a = \frac{V_{AB1}}{V_G} = \frac{800}{1000} = 0,8 \quad (2.1)$$

donde V_G es la tensión continua de alimentación al inversor y V_{AB1} es la amplitud del primer armónico.

Amplitudes normalizadas V_n/V_{CC} para modulación PWM Sinusoidal Unipolar										
m_a	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$n=1$	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$n=2m_f+1$	0,10	0,19	0,27	0,33	0,36	0,37	0,35	0,31	0,25	0,18
$n=2m_f+3$	0,00	0,00	0,01	0,02	0,04	0,07	0,10	0,14	0,18	0,21

Figura 2.1: Extracto de la tabla de amplitudes normalizadas para modulación PWM sinusoidal unipolar

El valor de m_a también se puede calcular con las amplitudes de los otros armónicos que aparecen en el espectro correspondiente al Modo 1. Por ejemplo, para el segundo de los armónicos (frecuencia 1950Hz), la amplitud normalizada es 0.14. Si se divide la amplitud a correspondiente a esta frecuencia (140V) entre el valor de V_G , se obtiene:

$$\frac{V_{AB(2m_f-3)}}{V_G} = \frac{140}{1000} = 0,14 \quad (2.2)$$

valor que, en la tabla de la Figura 2.1, corresponde a $m_a = 0,8$.

Sabiendo que la frecuencia fundamental es 50 Hz, y suponiendo modulación unipolar, al armónico, que aparece a una frecuencia de 1950Hz, le corresponde un orden del armónico: $n = 2 \cdot m_f - 3$. Por tanto el índice de modulación en frecuencia se puede obtener a partir de (2.3):

$$1950 = (2 \cdot m_f - 3) \cdot 50 \Rightarrow m_f = 21 \quad (2.3)$$

A idéntico resultado se llega considerando cualquier otro de los armónicos de alta frecuencia:

$$2150 = (2 \cdot m_f + 1) \cdot 50 \Rightarrow m_f = 21 \quad (2.4)$$

Por último, ya que no aparecen armónicos de baja frecuencia (150Hz, 250Hz, etc.), se puede decir que el inversor opera en **zona lineal**.

Apartado 3

El módulo de la ganancia de filtro puede expresarse, tal y como se proporciona en el enunciado, según:

$$|G_n(j\omega_n)| = \left| \frac{v_o}{v_{AB}}(j\omega_n) \right| = \frac{1}{\sqrt{(1-L \cdot C \cdot \omega_n^2)^2 + \left(\frac{L}{R} \cdot \omega_n\right)^2}} \quad (2.5)$$

La ganancia del filtro relaciona las tensiones de entrada y salida al mismo a cada frecuencia. Por tanto, el módulo de cada armónico de la tensión de salida $V_{O n ef}$, se puede calcular evaluando la expresión (2.5) a cada frecuencia y multiplicando el valor, así obtenido, por la amplitud del armónico de la tensión de entrada al filtro, correspondiente a dicha frecuencia $V_{AB n ef}$ tal y como se muestra en (2.6):

$$V_{o\ n\ ef} = V_{AB\ n\ ef} \cdot G_n \quad (2.6)$$

A partir de las expresiones (2.5) y (2.6) se puede calcular el valor eficaz de la tensión de salida tal y como se muestra en la Tabla 2.1. Como ejemplo de cálculo del módulo de la ganancia a una frecuencia determinada, sirva el siguiente:

$$|G_{39}(j \cdot 2\pi \cdot 39 \cdot 50)| = \left| \frac{v_o}{v_{AB}}(j \cdot 2\pi \cdot 39 \cdot 50) \right| = \frac{1}{\sqrt{(1 - L \cdot C \cdot (2\pi \cdot 39 \cdot 50)^2)^2 + \left(\frac{L}{R} \cdot 2\pi \cdot 39 \cdot 50\right)^2}} = 1$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(1 - 5 \cdot 10^{-3} \cdot 47 \cdot 10^{-6} \cdot (2\pi \cdot 39 \cdot 50)^2)^2 + \left(\frac{5 \cdot 10^{-3}}{32} \cdot 2\pi \cdot 39 \cdot 50\right)^2}} = 2,87$$

n	Frecuencia f_n (Hz)	$V_{AB\ n\ ef}$ (V)	G_n	$V_{o\ n\ ef}$ (V)
1	50	$800/\sqrt{2}$	1,022	578,13
39	1950	$140/\sqrt{2}$	0,029	2,87
41	2050	$310/\sqrt{2}$	0,026	5,7

Tabla 2.1: Zona Lineal: Orden del armónico n, frecuencia del armónico f_n , valor eficaz del armónico enésimo de la tensión de salida del inversor $V_{AB\ n\ ef}$, módulo de la ganancia del filtro para el armónico enésimo G_n , valor eficaz del armónico enésimo de la tensión de salida del inversor $V_{o\ n\ ef}$

Considerando los resultados de la Tabla 2.1, se puede calcular la distorsión armónica total como sigue:

$$DAT = \frac{\sqrt{2,87^2 + 5,7^2}}{578,13} = 1,1\% \quad (2.7)$$

Apartado 4

Ya que la DAT de la tensión de salida es muy baja, se pueden considerar despreciables el resto de los armónicos de dicha tensión frente al fundamental (comprobar también en Tabla 2.1), Por tanto, la potencia cedida a la carga, viene dada por:

$$P = \frac{V_{o\ ef}^2}{R} \cong \frac{V_{o\ 1\ ef}^2}{R} = \frac{578,13^2}{32} = 10,44\ kW \quad (2.8)$$

Apartado 5

En primer lugar, la amplitud del primer armónico es 1200V según la Figura 3 del enunciado, lo que supone un índice de modulación en amplitud:

$$m_a = \frac{V_{AB1}}{V_G} = \frac{1200}{1000} = 1,2 \quad (2.9)$$

por lo que al ser $m_a > 1$ el inversor opera en **sobremodulación**.

Por otro lado, en la Figura 3 del enunciado, correspondiente al Modo 2, se pueden observar armónicos de baja frecuencia (150 Hz, 250 Hz, 350 Hz) y de alta frecuencia (1950 Hz, 2050 Hz, etc.). Por tanto el inversor trabaja en sobremodulación, ya que si el inversor operase en onda cuadrada, el espectro armónico contendría componentes de baja frecuencia, pero no así de alta frecuencia (1950 Hz, 2050 Hz, etc.), por tanto se descarta esta opción.

Apartado 6

A partir de los datos del enunciado recogidos en la Figura 3 y de (2.5) se obtiene la Tabla 2.2 para PWM unipolar en **sobremodulación**.

n	frec. (Hz)	$V_{AB\ n\ ef}$ (V)	G_n	$V_{O\ n\ ef} = V_{AB\ n\ ef} \cdot G_n$ (V)
1	50	$1200/\sqrt{2} = 848,5$	1,022	867,2
3	150	$176/\sqrt{2} = 124,45$	1,24	154,32
5	250	$22/\sqrt{2} = 15,55$	2,055	32
41	350	$31/\sqrt{2} = 21,92$	2,7	59,18

n	Frecuencia f_n (Hz)	$V_{AB\ n\ ef}$ (V)	G_n	$V_{o\ n\ ef}$ (V)
1	50	$1200/\sqrt{2}$	1,022	867,2
3	150	$176/\sqrt{2}$	1,24	154,32
5	250	$22/\sqrt{2}$	2,055	32
7	350	$31/\sqrt{2}$	2,7	59,18

Tabla 2.2: Sobremodulación: Orden del armónico n, frecuencia del armónico f_n , valor eficaz del armónico enésimo de la tensión de salida del inversor $V_{AB\ n\ ef}$, módulo de la ganancia del filtro para el armónico enésimo G_n , valor eficaz del armónico enésimo de la tensión de salida del inversor $V_{o\ n\ ef}$

En la Tabla 2.2 es importante observar como los armónicos 3º, 5º y 7º son amplificados por el filtro, ya que la ganancia de éste a la frecuencia de estos armónicos es respectivamente: 1,24, 2,055 y 2,7. Todas ellas son mayores que la unidad, lo que significa que para estas frecuencias, la tensión de salida del filtro es mayor que la tensión de entrada. Esto se debe a que los armónicos 3º, 5º y 7º se encuentran cerca de la frecuencia de resonancia del filtro, tal y como se muestra en la Figura 2.2.

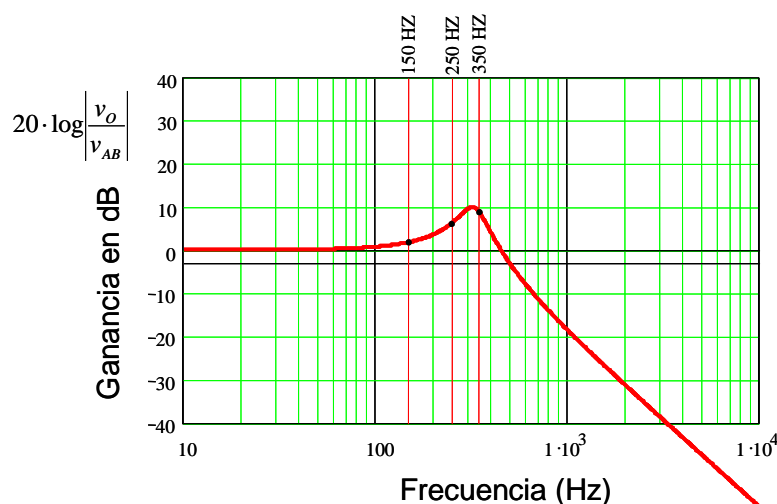


Figura 2.2: Ganancia del filtro en dB para los valores: L= 5 mH, C= 47µF, R= 32Ω. Se han marcado las frecuencias de los armónicos 3,5 y 7, para comprobar cómo el filtro amplifica a las frecuencias de dichos armónicos

A partir de los valores de la Tabla 2.2, se puede calcular la DAT como sigue:

$$DAT = \frac{\sqrt{154,32^2 + 32^2 + 59,18^2}}{867} = 19,41\% \quad (2.10)$$

Apartado 7

Al entrar en zona de sobremodulación, el armónico fundamental se ha incrementado desde 800V hasta 1200V de amplitud. Este incremento lleva asociado, como consecuencia negativa, la aparición unas componentes armónicas de baja frecuencia (3º, 5º y 7º) apreciables, que además son amplificadas por el filtro. Como consecuencia, la DAT ha pasado del 1,1% de zona lineal, al 19,41% en sobremodulación.

En el caso de sobremodulación, la potencia entregada a la carga viene dada por:

$$P = \frac{V_{oef}^2}{R} = \frac{V_{o1ef}^2 + V_{o3ef}^2 + V_{o5ef}^2 + \dots}{R} = \frac{867,2^2 + 154,32^2 + 32^2 + 59,18^2}{32} = 24,37 \text{ kW} \quad (2.11)$$

de los cuales el primer armónico transfiere:

$$P_1 = \frac{867,2^2}{32} = 23501 \text{ W}, \text{ un } 96\%.$$

Al entrar en sobremodulación el inversor ha pasado de ceder a la carga 10 kW (zona lineal) a ceder 23,5 kW (el primer armónico) a cambio de proporcionar a la carga una tensión de salida con elevada distorsión, un 19,4%.