

## **2.- INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS ESTRUCTURAS**



## 2.1 EL ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS

Se entiende por análisis de una estructura el proceso sistemático que concluye con el conocimiento de las características de su comportamiento bajo un cierto estado de cargas; se incluye, habitualmente, bajo la denominación genérica de estudio del comportamiento tanto el estudio del análisis de los estados tensional y deformacional alcanzados por los elementos y componentes físicos de la estructura como la obtención de conclusiones sobre la influencia recíproca con el medio ambiente o sobre sus condiciones de seguridad. Es pues el objetivo del análisis de una estructura la predicción de su comportamiento bajo las diferentes acciones para las que se postule o establezca que debe tener capacidad de respuesta.

## 2.2 ACCIONES SOBRE LAS ESTRUCTURAS

Sobre una estructura pueden actuar diferentes tipos de acciones exteriores cuya naturaleza puede condicionar el método de cálculo a seguir. Estas acciones son las siguientes

- Acción gravitatoria: peso propio, carga permanente, sobrecargas (de uso, de nieve,..), movimientos forzados
- Acciones térmicas: flujo de calor por conducción, convección o radiación, transitorios térmicos...
- Acciones reológicas: retracción, fluencia,...
- Acción del terreno: empujes activos, asientos.

En el cálculo de estructuras generalmente se supone que las cargas actuantes varían **lentamente** alcanzando su valor final (valor de cálculo) en un periodo de tiempo lo suficientemente grande como para que la aceleración de un punto del sistema no genere fuerzas de inercia que hayan de tenerse en cuenta. Sin embargo, existen algunas acciones sobre las estructuras que por la velocidad con la que inciden dan lugar a la aparición de fuerzas de inercia que han de tenerse en cuenta en el equilibrio de fuerzas que, en cada instante, ha de existir en todos los puntos del sistema. Estas acciones son las siguientes:

- Vibraciones
- Viento
- Sismos
- Impactos
- Ondas de explosiones...

La respuesta de la estructura a estas acciones variables con el tiempo depende, obviamente, del tiempo pero su respuesta es, en general, de tipo transitorio es decir que la vibración desaparece ("se amortigua") con el tiempo.

Una acción sobre una estructura debe inicialmente considerarse de tipo dinámico para esta estructura cuando la longitud de su periodo de actuación tiene un valor comparable al del período natural de vibración libre del sistema (estructura).

La magnitud, variable en el tiempo, que define una carga dinámica puede ser una fuerza (fuerzograma  $F=F(t)$ ), una aceleración (acelerograma  $a=a(t)$ ), un desplazamiento (desplazograma  $d=d(t)$ ,...

- Existen cargas dinámicas que tienen carácter determinista es decir que su variación en el tiempo es conocida (p.e. un pulso triangular, una función armónica,...)
- Existen cargas dinámicas que no se pueden representar mediante funciones temporales utilizándose en este caso una representación estocástica (p.e. las acciones sísmicas)

Una carga dinámica ejerce dos tipos de efectos en la estructura sobre la que incide.

- locales (efectos inducidos por cargas de tipo impacto en la zona en la que este se produce)
- globales (la diferencia en el tiempo de los desplazamientos de los diferentes puntos de la estructura da lugar a deformaciones relativas que generan estados tensionales variables cuyo valor máximo puede ser superior al que producirían las mismas cargas aplicadas de forma estática; la variación en el tiempo no solo del valor absoluto de las deformaciones sino también del signo de estas puede llegar a producir fenómenos de fatiga en el material).

## 2.3 TIPOS DE ANÁLISIS

Hay diferentes tipos de análisis:

- Análisis estático.- Caracteriza a este tipo de análisis el hecho que las cargas actuantes sobre la estructura no dependen del tiempo.
- Análisis térmico.- Estudios del efecto tensional y deformacional que los fenómenos de transferencia de calor, radiación,..., tienen en las estructuras.
- Análisis dinámico.- Caracteriza a este tipo de análisis el que las cargas actuantes son variables con el tiempo debiendo requerirse la participación de las fuerzas de inercia en la estimación de la respuesta de la estructura.
- Análisis no lineal.- Caracteriza a este tipo de análisis el comportamiento anelástico del material de la estructura, la aparición de grandes deformaciones o la no linealidad geométrica de la estructura (topes, rozamientos, etc).

## 2.4 MODELIZACIÓN DE ESTRUCTURAS

El análisis del comportamiento mecánico de una estructura se lleva a cabo sobre modelos de ésta, entendiendo por modelo una idealización de algunos aspectos, probablemente parciales, de la realidad física y funcional de la estructura.

Los modelos se utilizan para predicción de esfuerzos, tensiones, movimientos y deformaciones y es por lo que han de recoger la utilidad funcional del sólido, sus formas geométricas y su comportamiento. Definir un modelo de un sólido requiere generalmente una gran experiencia.

La descripción completa de la realidad física de un sólido a efectos de su modelización y análisis implicaría la consideración de todos los detalles que definen su geometría, de los aspectos tanto microscópicos como macroscópicos de los materiales que lo constituyen, de los comportamientos funcionales tanto globales como de detalle, de las interrelaciones con su entorno a todos los niveles, ...

La toma en consideración en el análisis de todos los aspectos definitorios de la realidad física del sólido no solamente da lugar a un gran volumen de información de difícil manejo sino que no es por sí mismo garantía de una mayor calidad en las conclusiones de los posteriores análisis y, además, no resulta coherente con el alto grado de incertidumbre asociado, por ejemplo, a la determinación de las acciones sobre el sólido.

### *El modelo físico.-*

El primer paso en el proceso de análisis es, en consecuencia, el establecimiento de un modelo físico en el que se idealicen o abstraigan aquellas características físicas y funcionales que participan en el aspecto del comportamiento mecánico que se quiere analizar. Ante la complejidad inherente a la descripción y consideración completa de la realidad física y funcional del sólido, la idealización parcial de esta en un modelo implica la abstracción de su realidad a aquellos aspectos que condicionan el comportamiento a analizar, con la consiguiente utilización de hipótesis simplificadoras que el analista ha de conocer y aceptar.

Como hipótesis simplificadoras de general aplicación suelen considerarse

- la distribución continua de la materia,
- la prevalencia del comportamiento macroscópico del sólido frente al microscópico,
- las hipótesis de la mecánica de los medios continuos.

La selección de los aspectos de comportamiento del sólido que han de intervenir en el análisis es un proceso complejo, generalmente de "prueba y error" y en el que juega un importante papel la experiencia del analista.

Son también circunstancias a tener en cuenta y que generalmente dificultan el proceso de definición del modelo, por ejemplo, que

- las acciones se desarrollan en el tiempo
- generalmente hay un alto grado de incertidumbre en la determinación de las acciones y de los parámetros del sólido,
- la geometría del sólido pueda verse realmente modificada en el proceso de aplicación de las acciones
- la capacidad resistente de la estructura dependa de las acciones que soporta,...

#### *El modelo matemático.-*

A partir del modelo físico se desarrolla un modelo matemático consistente en un conjunto de variables y constantes interrelacionadas en un sistema de ecuaciones (usualmente ecuaciones en derivadas parciales) con unas condiciones iniciales y de contorno definidas. Las variables modelizan su estado tensional y deformacional así como la geometría y características de los elementos del modelo físico y las ecuaciones describen las relaciones entre estos. Una dificultad importante en el proceso de definición del modelo matemático, está en la definición de ecuaciones que reflejen el comportamiento del sólido, de cualquiera de sus partes o del material que lo constituye.

Las hipótesis básicas de aplicabilidad de los modelos que se suelen utilizar en el análisis de estructuras son:

- pequeñas deformaciones y movimientos (las ecuaciones de equilibrio aplican a los sólidos sin deformar)
- material isótropo, homogéneo y continuo de comportamiento elástico lineal
- las cargas se aplican lentamente despreciándose, en consecuencia, las fuerzas de inercia
- no se consideran las posibles pérdidas por rozamiento.

En resumen: se considera el sólido como un sistema conservativo de forma tal que el trabajo de deformación depende solo del estado inicial y del final y no de los estados intermedios, empleándose toda la energía suministrada en deformar el sólido.

La aparición de grandes deformaciones o de fenómenos de inestabilidad o el comportamiento no lineal del material precisan de un tratamiento no lineal.

La definición de un modelo de un sólido requiere la selección de un conjunto representativo de grados de libertad, entendiendo por tal

"componente del movimiento de un sólido o sistema de sólidos que forma parte de la definición de su posición en el espacio en un instante dado y bajo un conjunto de acciones dado"

El sólido real es un continuo con infinitos g.d.l. y el modelo es un sistema discreto con un número finito de grados de libertad.

*El modelo numérico.-*

Un método de análisis estructural se expresa comúnmente como un **algoritmo matemático** en el que se sintetizan teorías de la Mecánica Estructural, resultados de laboratorio, experiencias y juicio ingenieril.

La muy temprana demanda de complicados análisis unida a serias limitaciones en la capacidad computacional, dio lugar a la aparición de un gran número de técnicas especiales aplicables, cada una de ellas, a un problema o situación especial; estas técnicas, llamadas **métodos clásicos**, incorporaban ingeniosas innovaciones y sirvieron perfectamente al ingeniero estructuralista durante muchos años.

El posterior nacimiento e incremento espectacular de las capacidades y de la potencia de los ordenadores ha posibilitado, en la actualidad, la generalización de los algoritmos, los cuales han perdido su especificidad pasando a ser aplicables a un mayor número de situaciones; los métodos clásicos han sido reemplazados por los métodos basados en la **Teoría de Matrices**, así como por el **Método de los Elementos Finitos**.

Las ecuaciones del modelo matemático se resuelven, habitualmente, mediante técnicas numéricas cuya aplicación requiere la definición de un modelo numérico consistente en un conjunto de ecuaciones algebraicas.

## 2.5 MÉTODOS DE ANÁLISIS

**Los métodos actuales de análisis.-**

*a/ Análisis matricial.-*

Los métodos de análisis planteados por los científicos del XIX (Maxwell, Cullman, Navier, Mohr,...) dotaron a los ingenieros estructuralistas de herramientas cada una de las cuales tenía un campo de aplicación restringido; esta característica provenía del hecho de que, en aras de hacer sencillo su uso, llevaban implícitas simplificaciones que las

hacían aplicables a estructuras con condiciones particulares. Su aplicación a estructuras complicadas requería grandes dotes de simplificación y sentido ingenieril y, en cualquier caso, inducía una gran complejidad y volumen en los cálculos; esta complejidad era parcialmente paliada con toda una tecnología práctica basada en tablas, ábacos,... que demostraba, una vez más, la capacidad de inventiva de la Ingeniería.

La aparición de los ordenadores (década de los cincuenta), que simplificaban los problemas implícitos a un cálculo con gran volumen de datos y operaciones, posibilitó el análisis de estructuras más complejas, utilizando algoritmos de cálculo en los que no eran necesarias las simplificaciones y que, en consecuencia, eran aplicables a cualquier tipo de estructura. Los nuevos métodos seguían basándose en los teoremas fundamentales del cálculo clásico a cuyas ecuaciones daban un tratamiento numérico con técnicas del álgebra matricial ("métodos matriciales").

Los métodos matriciales son técnicamente muy simples, pudiéndose decir que no han aportado ideas nuevas a la panoplia de herramientas para el análisis de estructuras. Su éxito y posterior eclosión se deben a su adaptación a las sistemáticas de funcionamiento y de ordenación de datos de los ordenadores. El análisis de estructuras con un método matricial y utilizando un ordenador se reduce a la definición de unos datos descriptivos de su geometría, de los materiales que la constituyen y de las cargas a las que está sometida. El ordenador se convierte en una caja negra que elabora unos cálculos y devuelve unos resultados (esfuerzos en elementos, movimientos en nudos,...); esta circunstancia hace a estos métodos peligrosos de utilizar pues se requiere un especial criterio y sentido de funcionamiento de las estructuras para la interpretación de los resultados del cálculo.

*b/ Los elementos finitos.-*

La aplicación de los métodos clásicos y de los métodos matriciales requiere inicialmente que la estructura analizada sea divisible en elementos de comportamiento conocido y unidos entre sí en puntos o nodos sobre los cuales se polariza el planteamiento analítico del método; este hecho reduce la aplicabilidad inmediata de estos métodos a estructuras constituidas por piezas con realidad física individualizable (vigas, pilares,...), es decir a las estructuras formadas por elementos lineales. Un modelo o sistema ficticio constituido por elementos lineales conectados entre sí, refleja bien el comportamiento global de la estructura y los esfuerzos y movimientos que se obtienen de su análisis pueden ser razonablemente utilizados en el diseño de detalle de ésta. Un sistema de estas características se califica de discreto y puede considerarse como una razonable aproximación a la realidad continua de la estructura a la que modeliza.

La realidad física de las estructuras no las hace siempre modelizables con elementos lineales simples de comportamiento deducible a partir de los planteamientos clásicos de la Resistencia de Materiales. La discretización de las estructuras implica, generalmente, una pérdida del soporte intuitivo que proporciona la similitud física modelo-estructura. Incluso aunque esta similitud se mantenga, el comportamiento de los elementos o porciones de la estructura que constituyen el modelo, requiere planteamientos matemáticos generalmente complejos.

El método de los elementos finitos es un "procedimiento general de discretización de los problemas continuos planteados por expresiones definidas matemáticamente". Ha sido en el campo de las estructuras elásticas en el que se ha avanzado más y más deprisa, aunque, en la actualidad, la aplicación del método de los elementos finitos está enormemente extendido en todas las ramas de la técnica. El Ingeniero que diseña una estructura divide (discretiza) ésta en elementos para cada uno de los cuales establece, en primer lugar, las relaciones entre fuerzas y desplazamientos en base al conocimiento de las ecuaciones que describen su comportamiento. Planteando el equilibrio de cada nudo del modelo (punto real o ficticio de la estructura) sometido a las acciones que le transmiten los elementos que en él confluyen, obtiene las ecuaciones de comportamiento global del sistema. La resolución de estas ecuaciones le permite obtener los desplazamientos globales del modelo a partir de las acciones o cargas que actúan.

Desde el planteamiento amplio del cálculo variacional debido a Euler a su aplicación a la minimización de la energía elástica de un continuo (Rayleigh, 1870), el estudio de funciones de interpolación cuasi-continuas de Courant (1943) o las múltiples aplicaciones del método obtenidas por Zienkiewicz y su escuela, el Método de los Elementos Finitos se ha convertido en una herramienta imprescindible para el quehacer del ingeniero.

*c/ Los elementos de contorno.-*