La estructura de la figura está constituida por vigas articuladas en sus extremos siendo el producto **EA= 40000 kN** y el coeficiente de dilatación **0,00001 (ºC)$^{-1}$**. Se pide:

a) Determinar el grado de hiperestatismo de la estructura

b) Si actúan dos cargas verticales y hacia debajo de valor **6 kN** en los nudos C y F,

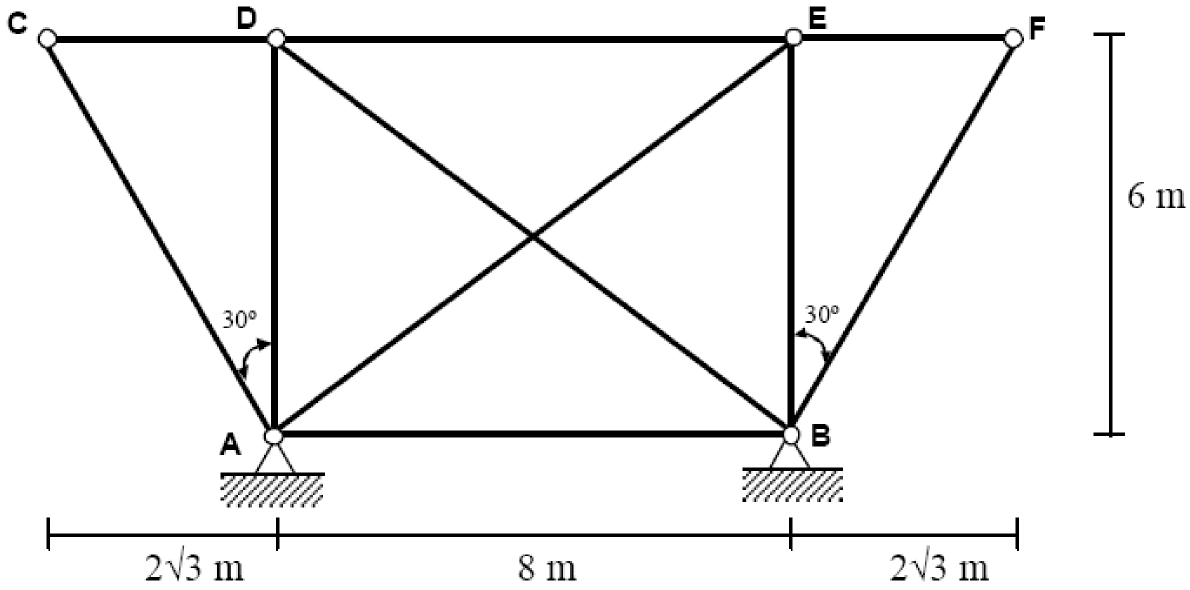
b.1. Determinar el axil en la viga DE

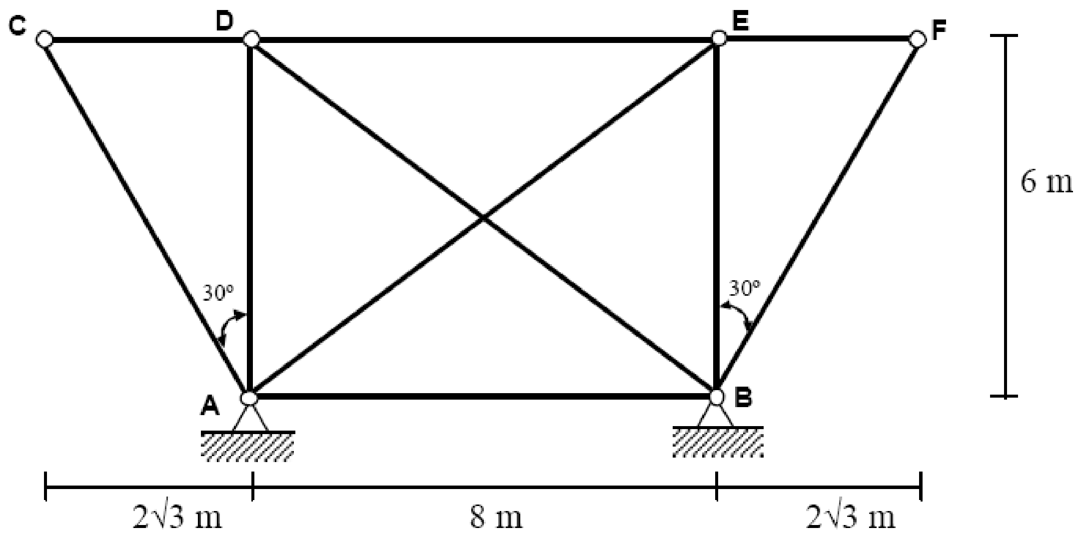
b.2 Determinar el movimiento vertical del nudo C

c) Si actúan dos cargas verticales y hacia debajo de **4 kN** en los nudos C y F y dos cargas horizontales y hacia la derecha de **5 kN** en los nudos C y F, determinar el axil de la viga DE

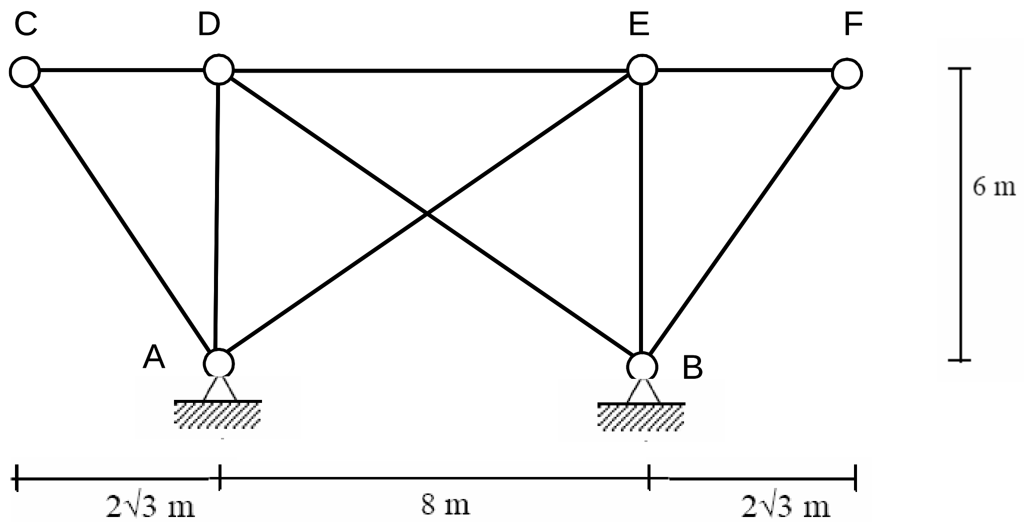
d) Si los cordones superiores sufren un calentamiento de 30ºC, determinar el axil de la viga DE

NOTA: Los estados de carga planteados en los apartados b), c) y d) son independientes entre si y no simultáneos en ningún caso.

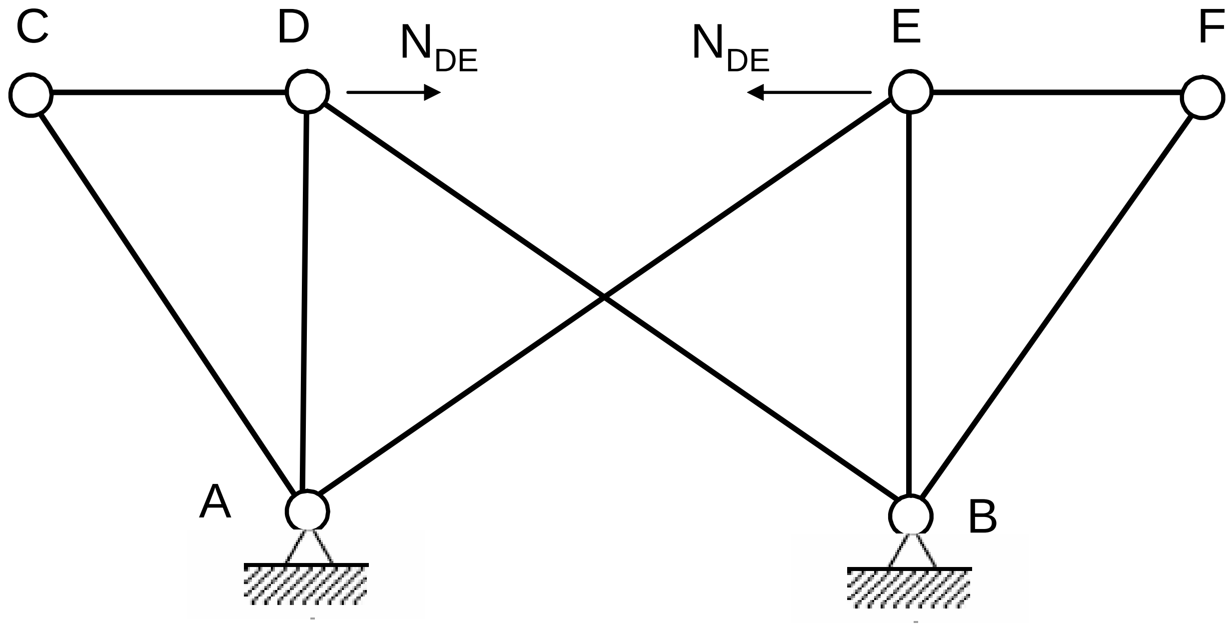




a) Determinar el grado de hiperestatismo de la estructura
La estructura es hiperestática de grado 2, pero la barra AB une dos apoyos fijos y no está cargada y por lo tanto no produce esfuerzos en la estructura, por lo que la estructura pasa a tener GH=1



Aunque el grado de hiperestatismo es externo, quitamos la barra DE por simetría, siendo el axil de esa barra la incógnita hiperestática. De este modo sobre la estructura isostática resultante aplicaremos superposición de cargas:



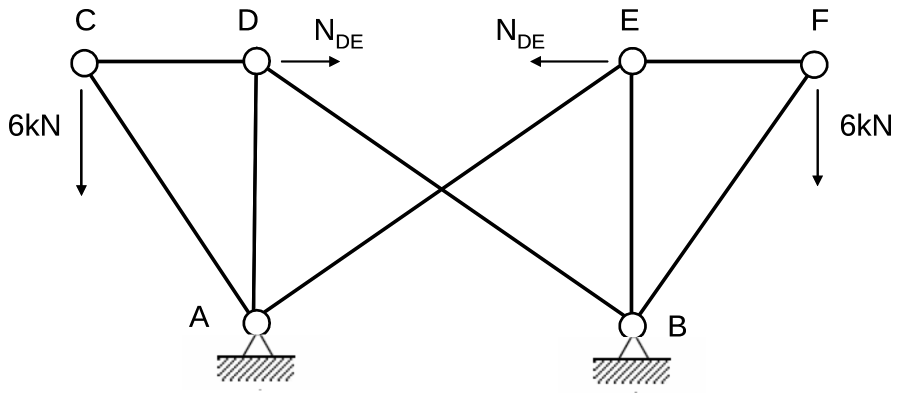
La ecuación de compatibilidad es:

$$\left.\overset{\leftarrow/\rightarrow}{\delta}_{DE}\right|_{BARRA} = \left.\overset{\leftarrow/\rightarrow}{\delta}_{DE}\right|_{ESTRUCTURA} = N_{DE}\frac{L}{EA}$$

Ahora se aplicará el Principio de superposición de estados de carga en la estructura isostática, que serán distintos para los apartados: b, c y d:

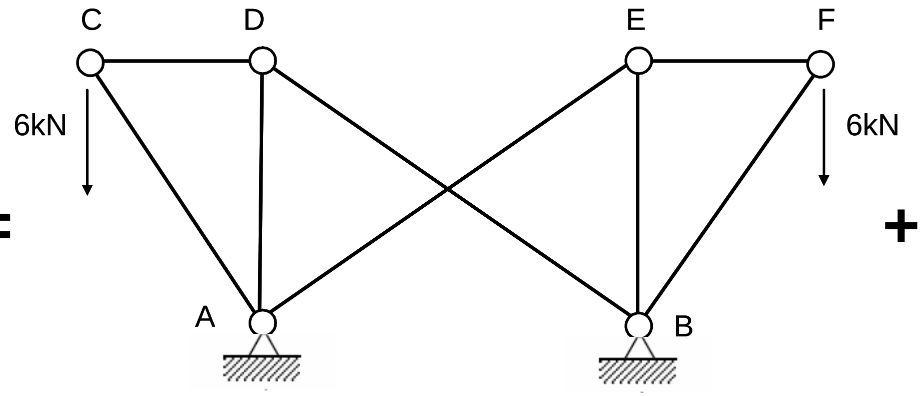
b) Si actúan dos cargas verticales y hacia debajo de valor **6 kN** en los nudos C y F,

<u>b.1. Determinar el axil en la viga DE</u>



Estado 0

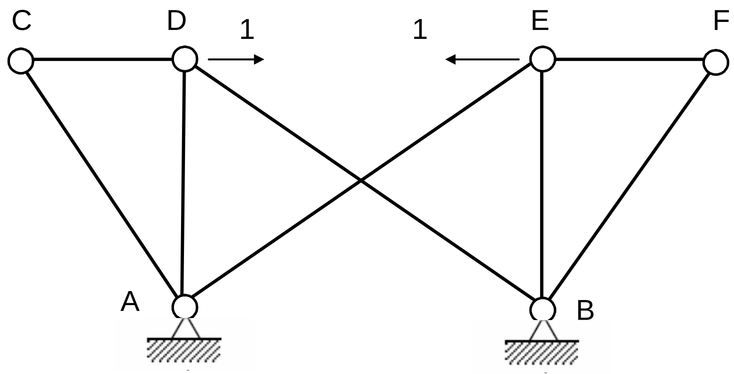
=



Estado I
Cargas exteriores sobre la estructura isostática

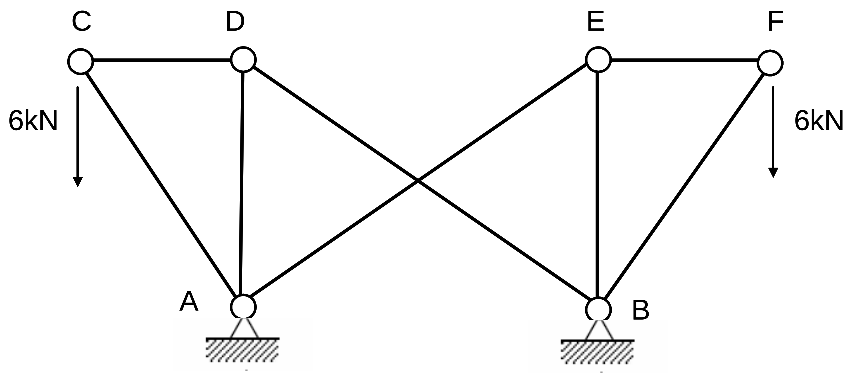
+

$+ N_{DE}$

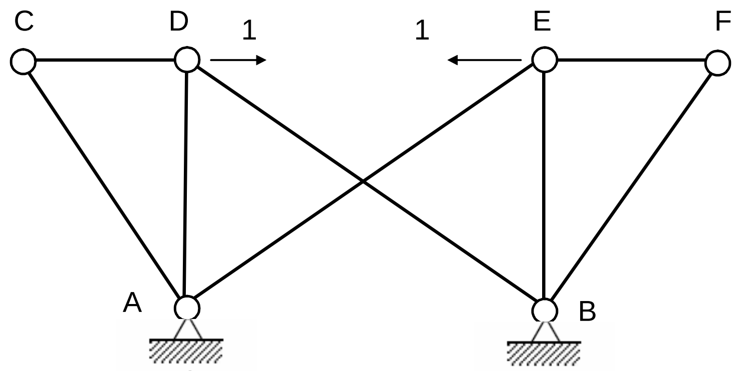


Estado II
(Castigliano sobre la estructura isostática y en la dirección de la incógnita hiperestática)

$$N_i^0 = N_i^I + N_{DE} \cdot N_i^{II}$$



Estado I



Estado II

	AC	BF	CD	EF	DA	EB	BD	AE
N_i^I (kN)	-12/√3	-12/√3	6/√3	6/√3	-4,5/√3	-4,5/√3	7,5/√3	7,5/√3
N_i^{II} (kN)	0	0	0	0	0,75	0,75	-1,25	-1,25

Condición de compatibilidad:

$$\overset{\leftarrow/\rightarrow}{\delta}_{DE}\Big|_{BARRA} = \overset{\leftarrow/\rightarrow}{\delta}_{DE}\Big|_{ESTRUCTURA} = N_{DE}\,\frac{L}{EA}$$

$$\overset{\rightarrow/\leftarrow}{\delta}_{DE} = \sum N_i^0 N_i^{II}\,\frac{L_i}{EA_i}$$

$$\boxed{-\sum N_i^0 N_i^{II}\,\frac{L_i}{EA_i} = N_{DE}\,\frac{L}{EA}}$$

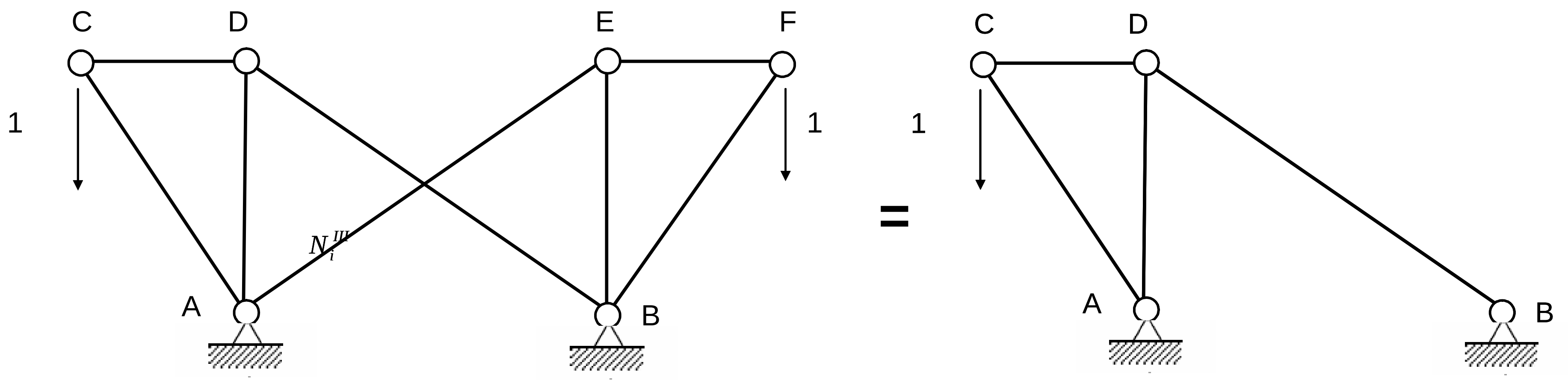
$$-\sum N_i^0 N_i^{II} \frac{L_i}{EA_i} = N_{DE} \frac{L}{EA}$$

$$-\sum [N_i^I + N_{DE} \cdot N_i^{II}] N_i^{II} \frac{L_i}{EA_i} = N_{DE} \frac{L}{EA}$$

Resolviendo: $N_{DE} = 2{,}86\ kN$

b.2 Determinar el movimiento vertical del nudo C :

Es más sencillo aplicar estados de carga unitaria (en la dirección del movimiento a calcular) sobre la estructura isostática considerada. De este modo:



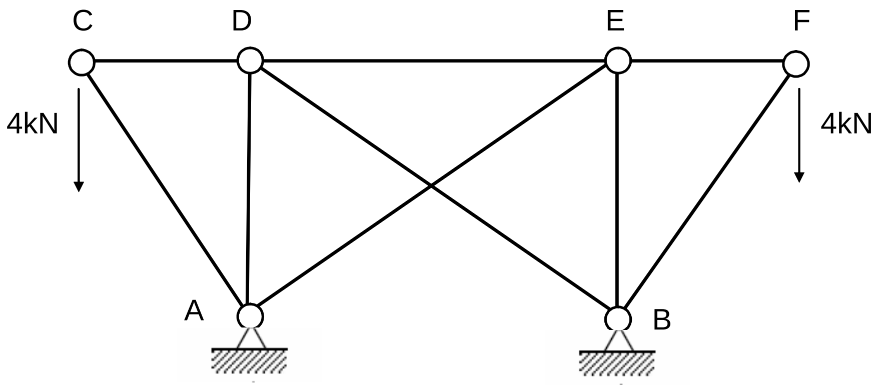
Estado III

	AC	CD	BD
N_i^{III}	-12/(6√3)	6/(6√3)	-1,25/6

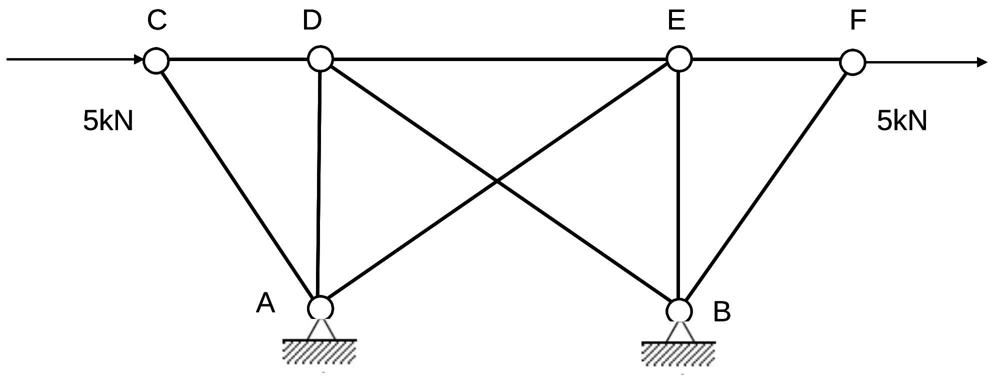
$$v_C \downarrow = \sum N_i^0 N_i^{III} \frac{L_i}{EA_i} = 0{,}00173m$$

c) <u>Si actúan dos cargas verticales y hacia debajo de 4 kN en los nudos C y F y dos cargas horizontales y hacia la derecha de 5 kN en los nudos C y F, determinar el axil de la viga DE</u>

El estado planteado puede descomponerse en dos: Estado IV y Estado V:



Estado IV

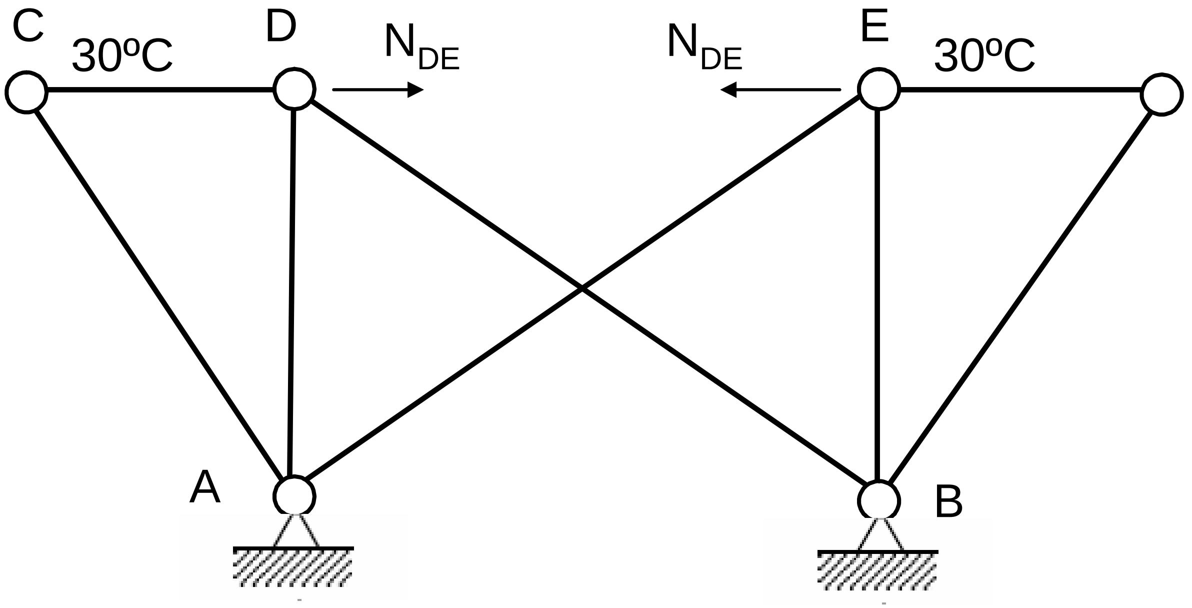


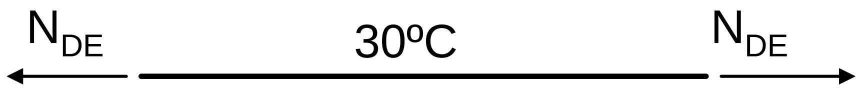
Estado V

Los axiles del estado IV son 4/6 de los correspondientes al estado del apartado B. El axil de la barra BD en el estado V es nulo por antimetría. Luego el axil pedido es:

$$N_{DE} = \frac{4}{6} \cdot 2{,}86 = 1{,}91 kN$$

d) Si los cordones superiores sufren un calentamiento de 30ºC, determinar el axil de la viga DE





Las barras CD y EF están descargas en todo caso ya que los nudos C y F no están cargados. Aplicando la condición de compatibilidad:

$$\overset{\leftarrow/\rightarrow}{\delta}_{DE}\Big|_{BARRA} = \overset{\leftarrow/\rightarrow}{\delta}_{DE}\Big|_{ESTRUCTURA}$$