La estructura articulada de la figura está sometida a una carga puntual P=10 kN en el nudo B, y a una sobrecarga uniforme q=5 kN/m en la barra DE. Las barras DC y BE se cruzan sin cortarse y la flexibilidad a axil de todas las barras toma el mismo valor, siendo $L/EA=10^{-5}$ m/kN. Se pide:

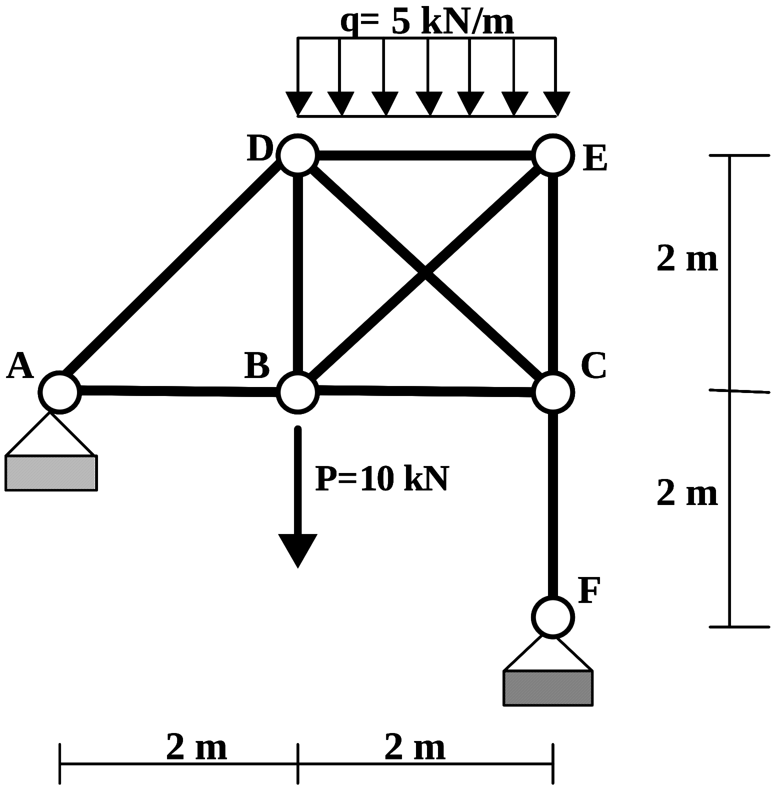
a) Obtener el grado de hiperestatismo de la estructura.

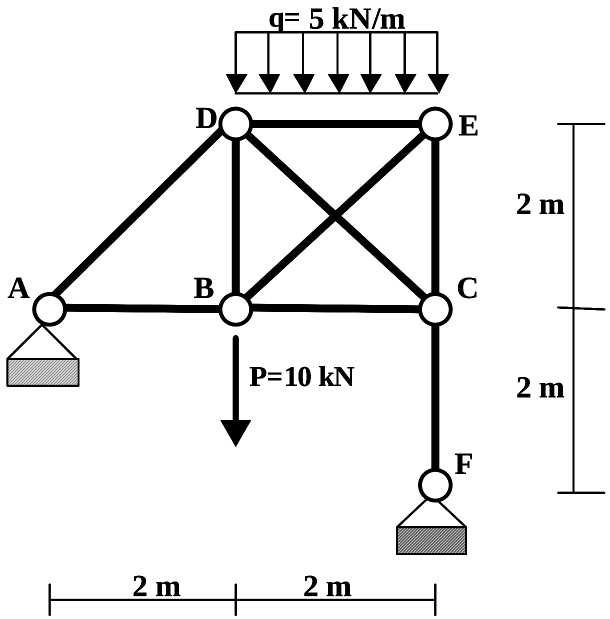
b) Determinar las reacciones en los apoyos.

c) Obtener las leyes de axiles en todas las barras de la estructura.

d) Obtener las Leyes de momentos flectores en las barras de la estructura.

e) Calcular el movimiento horizontal y vertical del nudo C.





a)

Número de barras: 9

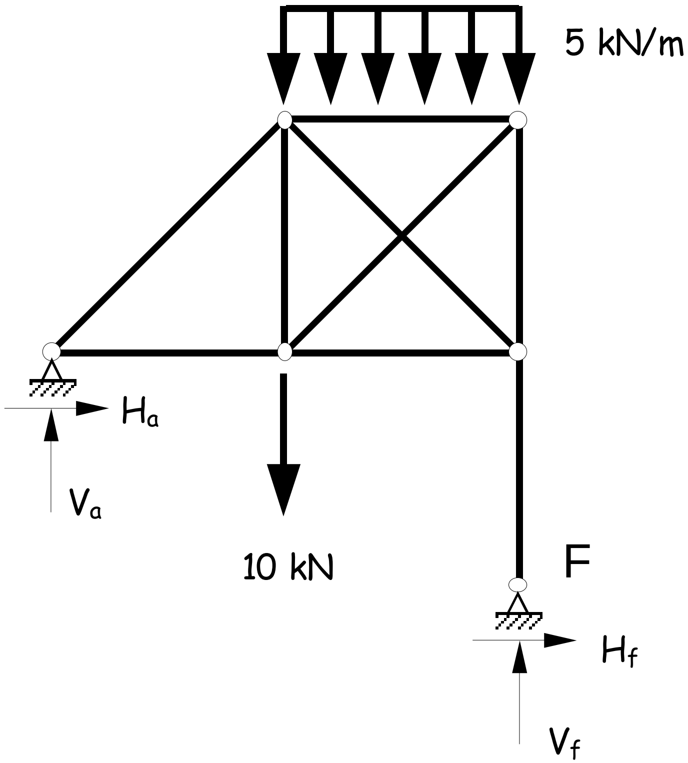
Número de nudos: 6 $\Rightarrow$ G.H. = b + c – 2 * n = 1

Número de Coacciones: 4

El hiperestatismo es producido por una de las dos barras que se cruzan (barra *CD* ó *BE*).

GDLE=3	CE=4	GHE=1
GDLI=3x9-3=24	CI=2(2-1)+3x2(4-1)+2(3-1)=24	GHI=0

b) La reacción horizontal en el apoyo F tiene que ser cero para no producir momentos en la rótula *C*. Las demás reacciones se obtienen aplicando únicamente las ecuaciones de la estática.

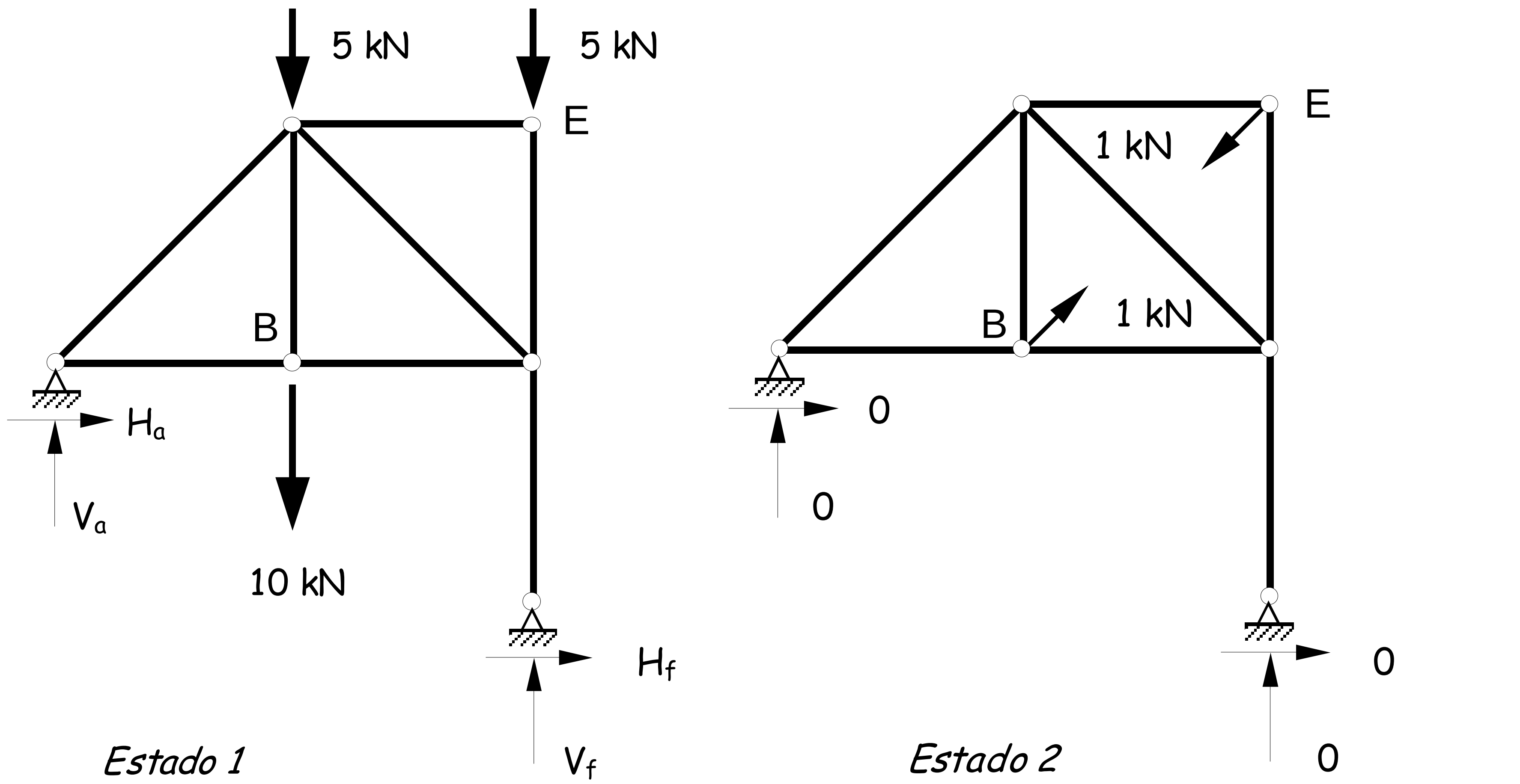


$H_f = 0$ kN;

$\Sigma F_h=0 \Rightarrow H_a = 0$ kN;
$\Sigma F_v=0 \Rightarrow V_a + V_f = 10 + 5 * 2$ kN;
$\Sigma M_a=0 \Rightarrow V_f * 4 = 10 * 2 + 5 * 2 * 3$ kN;

De donde se obtiene:
$V_a = 7{,}5$ kN;
$V_f = 12{,}5$ kN;

c) Para obtener las leyes de axiles sustituimos la barra BE por su axil. Separando en dos estados resulta:

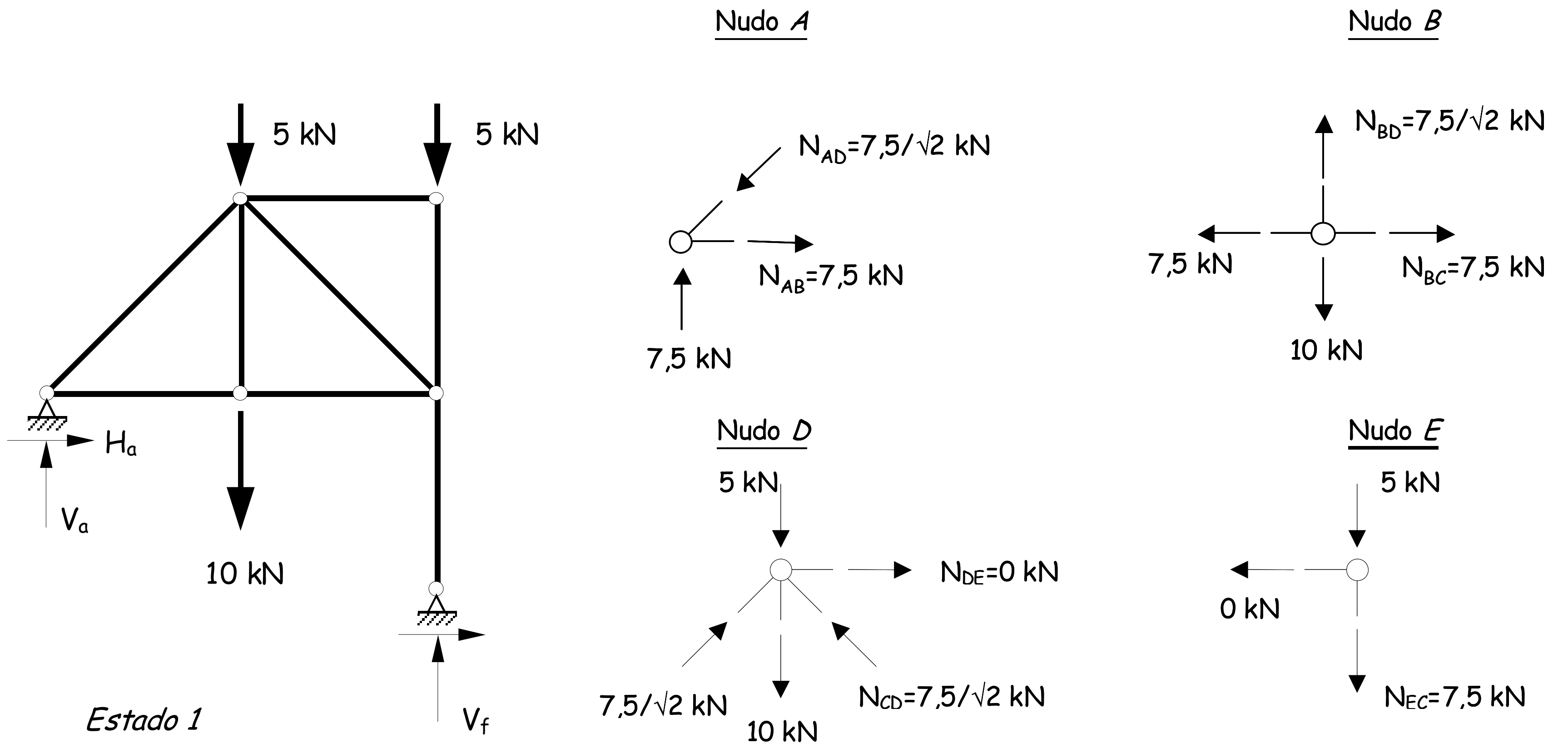


De esta forma, el estado inicial es $E_0 = E_1 + N_{BE} * E_2$.

La ecuación de compatibilidad a aplicar será:

$$\delta_{BE} = \Delta L_{BE} \Rightarrow -\Sigma N^0 \cdot N^2 \cdot \frac{L}{EA} = \frac{N_{BE} L}{EA} \Rightarrow -\Sigma \left(N^1 + N_{BE} \cdot N^2\right) \cdot N^2 \cdot \frac{L}{EA} = \frac{N_{BE} L}{EA}$$

-Axiles del estado1: Utilizamos el método de equilibrio de los nudos:



-Análogamente se obtienen los del estado 2:

-Resumen final de los axiles en kN:

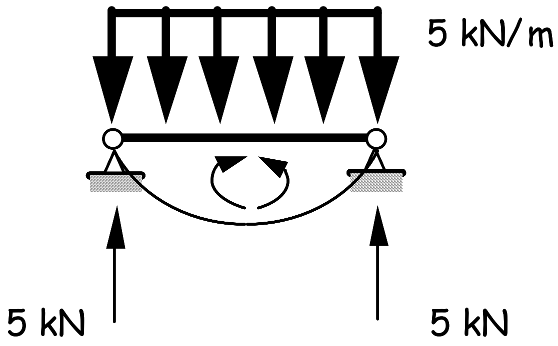
Barra	Estado 1	Estado 2	Estado 0
AB	7,5	0	7,5
AD	-7,5 $\sqrt{2}$	0	-7,5 $\sqrt{2}$
BC	7,5	$-1/\sqrt{2}$	7,5 $-1/\sqrt{2}*N_{BE}$
BD	10,0	$-1/\sqrt{2}$	10,0$-1/\sqrt{2}*N_{BE}$
CD	-7,5 $\sqrt{2}$	1	-7,5 $\sqrt{2}+N_{BE}$
CE	-5,0	$-1/\sqrt{2}$	-5,0$-1/\sqrt{2}*N_{BE}$
CF	-12,5	0	-12,5
DE	0,0	$-1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}*N_{BE}$

$$-\Sigma\left(N^1 + N_{BE} \cdot N^2\right) \cdot N^2 \cdot \frac{L}{EA} = \frac{N_{BE} L}{EA} \quad \Rightarrow \quad N_{BE} = \frac{27{,}5}{4\sqrt{2}} kN$$

Por tanto los axiles en todas las barras toman los valores:

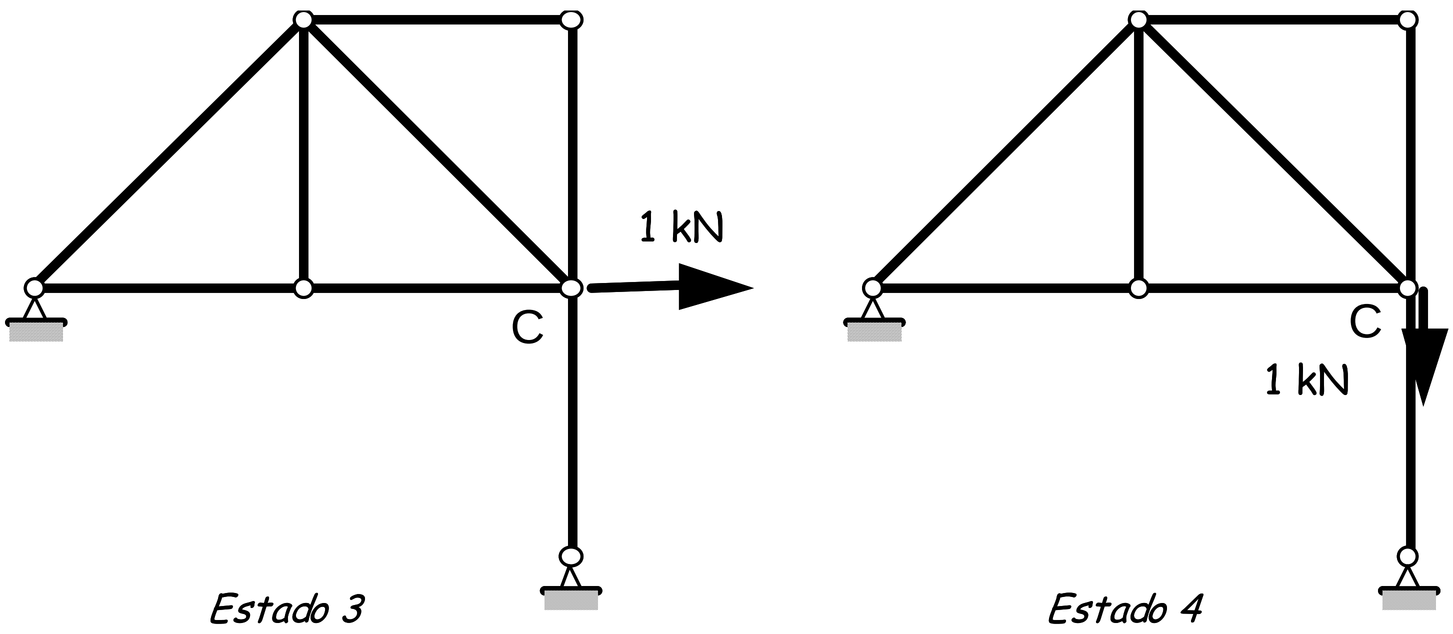
Barra	Estado 0 (kN)
AB	7,5
AD	-7,5√2
BC	32,5/8
BD	52,5/8
CD	-32,5/4√2
CE	-67,5/8
CF	-12,5
DE	-27,5/8
BE	27,5/4√2

d) La única barra con ley de momentos flectores es la *DE* :



$$M_f\,(x)=5\,x-2{,}5\,x^2$$

e) Para calcular los desplazamientos del nudo *C* utilizamos los siguiente estados auxiliares:



Obteniendo las siguientes leyes de axiles:

Barra	Estado 3	Estado 4
AB	1	0
AD	0	0
BC	1	0
BD	0	0
CD	0	0
CE	0	0
CF	0	-1
DE	0	0

Aplicando Castigliano obtendremos:

$$u_C = \Sigma N^0 \cdot N^3 \cdot \frac{L}{EA} = 1{,}156 \cdot 10^{-4}\, m$$

$$v_C = \Sigma N^0 \cdot N^4 \cdot \frac{L}{EA} = 1{,}250 \cdot 10^{-4}\, m$$