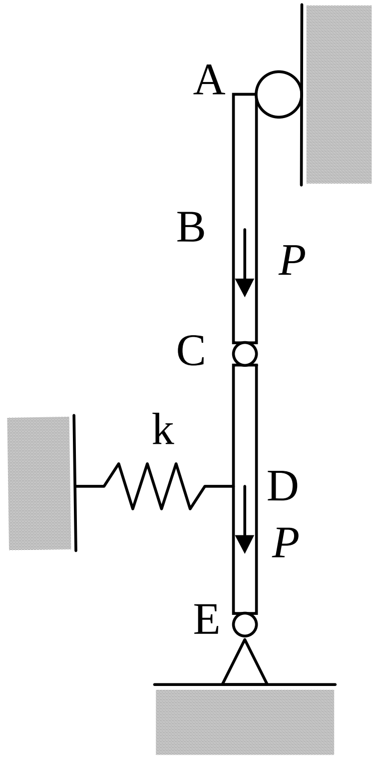
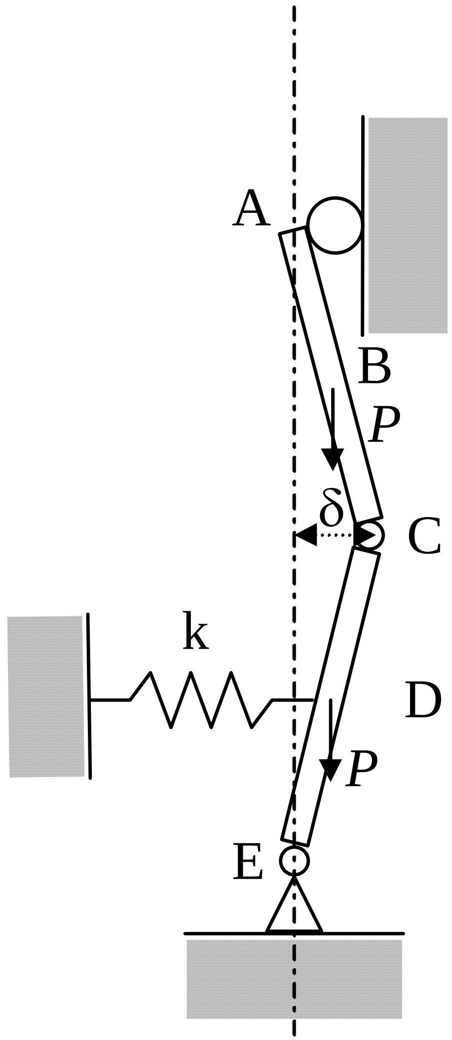
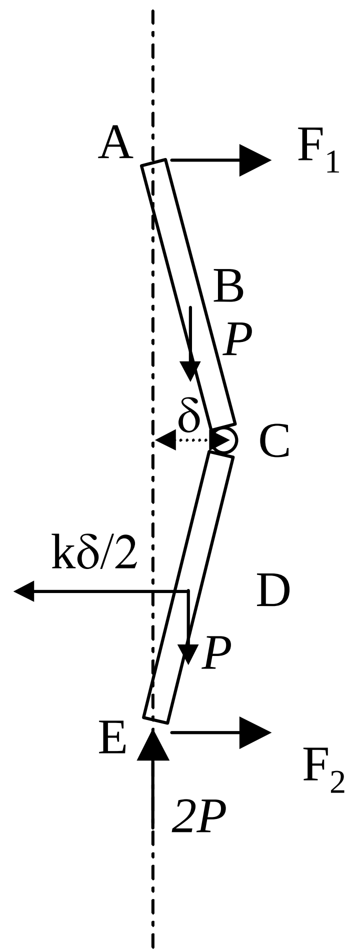
El sistema de la figura está formado por dos barras de longitud *2L* cada una de ellas sometida, en su centro de gravedad, a una carga vertical de valor *P*. El centro de gravedad de la barra CDE está conectado a un resorte horizontal cuya constante es *k*. Las barras se encuentran interconectadas entre sí a través de una rótula en C. Para las condiciones de apoyo de las barras que se muestran en la figura, determinar el valor de la carga vertical *P* que haría que el equilibrio del sistema pasara de ser estable a inestable.



Demos un desplazamiento horizontal, de valor δ, al punto C. La posición final del sistema será:



Si retiramos las ligaduras (excepto la rótula) las reacciones actuantes sobre el sistema son las que se indican en la figura:



La reacción vertical en E debe equilibrar las dos cargas verticales actuantes en las barras, por lo que su valor debe ser igual a *2P*.

$$k\frac{\delta}{2}\cdot L-2P\cdot\frac{\delta}{2}-F_1\cdot 4L=0$$

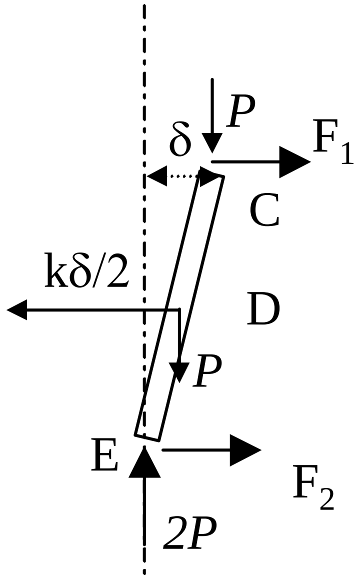
Tomando momentos en el punto E e igualando a cero, se obtiene:

$$F_1=\left(\frac{k}{8}-\frac{P}{4L}\right)\delta$$

Estableciendo que la suma de fuerzas horizontales que actúan sobre el sistema debe ser nula, se llega a que:

$$F_2=k\frac{\delta}{2}-F_1=\frac{k}{2}\delta-\left(\frac{k}{8}-\frac{P}{4L}\right)\delta=\left(\frac{3k}{8}-\frac{P}{4L}\right)\delta$$

Si aislamos la barra CDE, las fuerzas actuantes sobre ella son:



Si tomamos momentos en E de todas las fuerzas actuantes sobre esta barra nos encontraremos con aquéllos que poseen sentido antihorario (equilibrantes, pues tienden a llevar la barra a su posición vertical primitiva) y otros con sentido horario (desequilibrantes). Si procedemos de esta manera, tendremos:

$$\textit{Momento equilibrante (antihorario)}: \quad \frac{k\delta}{2}L$$

$$\textit{Momento desequilibrante (horario)}: \quad P\delta + P\cdot\frac{\delta}{2} + F_2\cdot 2L$$

Si el momento total equilibrante es mayor que el desequilibrante, nos encontraríamos en una situación de equilibrio estable, e inestable si sucediere lo contrario. La transición de un tipo de equilibrio a otro se produce cuando ambos momentos (el equilibrante y el desequilibrante) sean iguales. Esto es:

$$\frac{k\delta}{2}L = P\delta + P\cdot\frac{\delta}{2} + F_2 \cdot 2L$$

lo que conduce a que, el valor de la carga vertical *P* que produce esta situación sea:

$$P = \frac{kL}{8}$$

Podemos, pues, asegurar que si el valor de *P* es inferior al deducido y separamos ligeramente el sistema de su posición de equilibrio, las fuerzas que sobre él actúan tratarán de hacerle recuperar su posición original, y lo contrario si *P* supera el valor anterior.