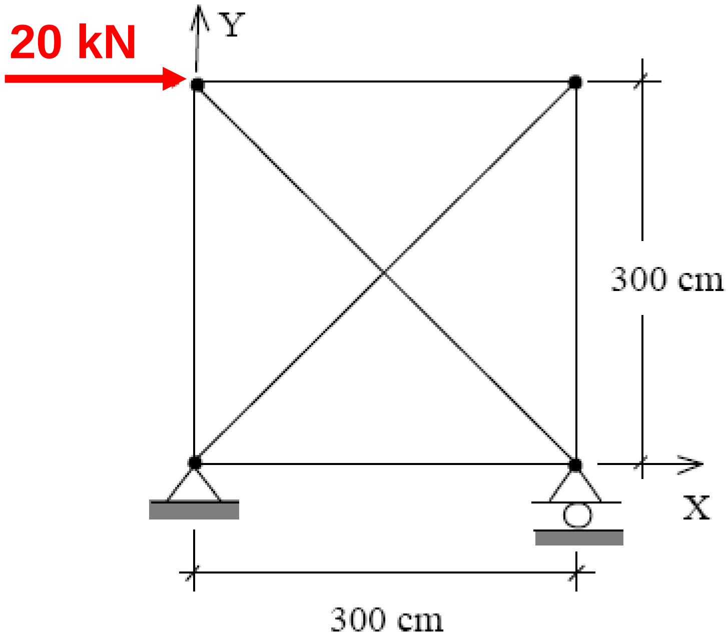


Determinar los desplazamientos, fuerzas en los elementos y reacciones en los apoyos de la estructura mostrada, si se sabe que:

E=210 GPa

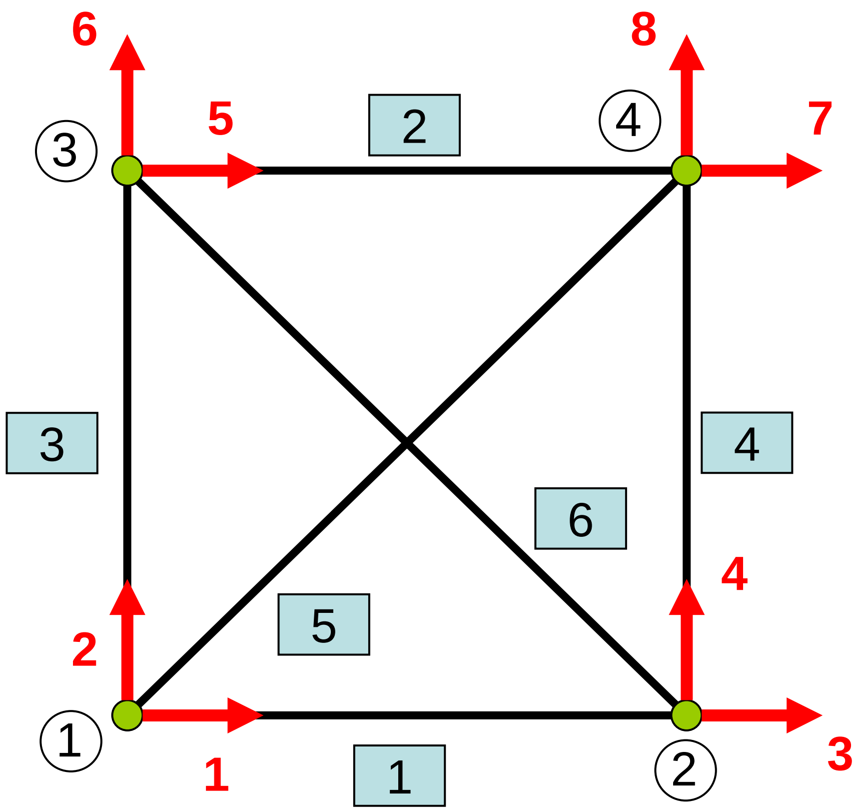
A=10 cm^2

Coordenadas de los nudos, restricciones y cargas						
Num.	Coordenadas		Restricciones		Cargas	
	x $[cm]$	y $[cm]$	v_x	v_y	F_x $[N]$	F_y $[N]$
1	0	0	1	1		
2	300	0		1		
3	0	300			20.000	
4	300	300				

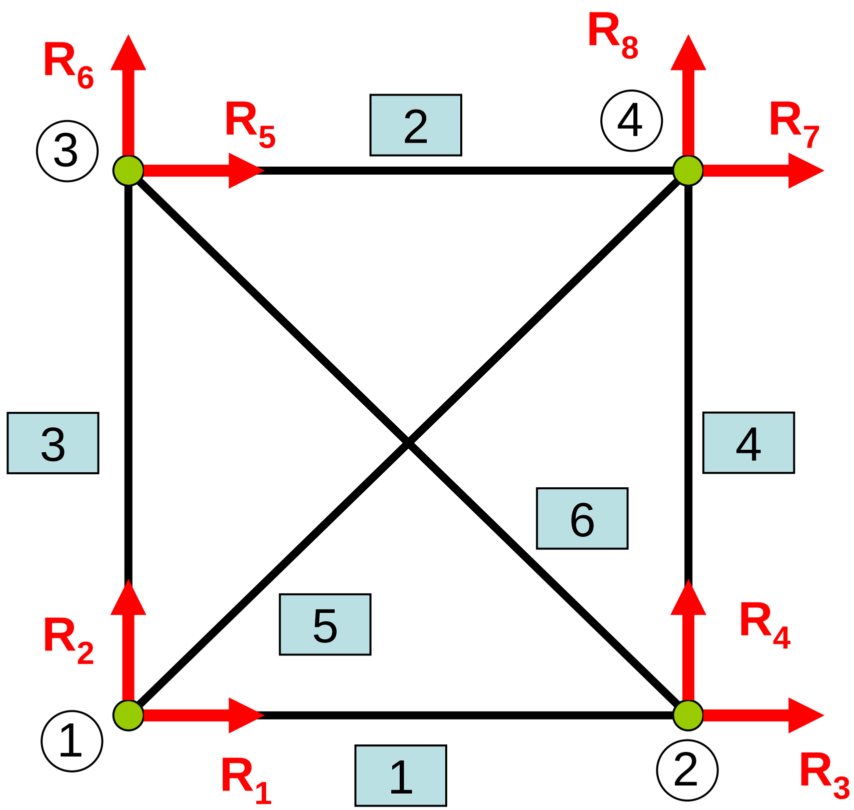
Propiedades de las barras

Num.	Nudo inicial	Nudo final	Area [cm^2]	Temp. [ºC]	Coef. Dilat. [ºC]-1	Error ejecución [m]
1	1	2	10,00	0,00	0,000000	
2	3	4	10,00	0,00	0,000000	
3	1	3	10,00	0,00	0,000000	
4	2	4	10,00	0,00	0,000000	
5	1	4	10,00	0,00	0,000000	
6	2	3	10,00	0,00	0,000000	

GDL's



Cargas en los nudos



Matriz de rigidez del elemento 1 (Barra del nudo 1 al nudo 2)

$$\left[\boldsymbol{K}^{1}\right] = 70 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \left(\boldsymbol{MN / m}\right)$$

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{F}_1 \\ \boldsymbol{F}_2 \\ \boldsymbol{F}_3 \\ \boldsymbol{F}_4 \end{Bmatrix} = \left[\boldsymbol{K}^{1}\right] \begin{Bmatrix} \boldsymbol{d}_1 \\ \boldsymbol{d}_2 \\ \boldsymbol{d}_3 \\ \boldsymbol{d}_4 \end{Bmatrix}$$

Vector de fuerzas en los extremos de la barra

Vector de desplazamientos en los extremos de la barra

Matriz de rigidez del elemento 2 (Barra del nudo 3 al nudo 4)

$$\left[\boldsymbol{K}^{2}\right] = 70 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \left(\boldsymbol{MN} / \boldsymbol{m}\right)$$

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{F}_5 \\ \boldsymbol{F}_6 \\ \boldsymbol{F}_7 \\ \boldsymbol{F}_8 \end{Bmatrix} = \left[\boldsymbol{K}^{2}\right] \begin{Bmatrix} \boldsymbol{d}_5 \\ \boldsymbol{d}_6 \\ \boldsymbol{d}_7 \\ \boldsymbol{d}_8 \end{Bmatrix}$$

Vector de fuerzas en los extremos de la barra

Vector de desplazamientos en los extremos de la barra

Matriz de rigidez del elemento 3 (Barra del nudo 1 al nudo 3)

$$[\boldsymbol{K}^3] = 70 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} (\boldsymbol{MN}/\boldsymbol{m})$$

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{F}_1 \\ \boldsymbol{F}_2 \\ \boldsymbol{F}_5 \\ \boldsymbol{F}_6 \end{Bmatrix} = [\boldsymbol{K}^3] \begin{Bmatrix} \boldsymbol{d}_1 \\ \boldsymbol{d}_2 \\ \boldsymbol{d}_5 \\ \boldsymbol{d}_6 \end{Bmatrix}$$

Vector de fuerzas en los extremos de la barra

Vector de desplazamientos en los extremos de la barra

Matriz de rigidez del elemento 4 (Barra del nudo 2 al nudo 4)

$$\left[\boldsymbol{K}^4\right] = 70 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left(\boldsymbol{MN} / \boldsymbol{m}\right)$$

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{F}_3 \\ \boldsymbol{F}_4 \\ \boldsymbol{F}_7 \\ \boldsymbol{F}_8 \end{Bmatrix} = \left[\boldsymbol{K}^4\right] \begin{Bmatrix} \boldsymbol{d}_3 \\ \boldsymbol{d}_4 \\ \boldsymbol{d}_7 \\ \boldsymbol{d}_8 \end{Bmatrix}$$

Vector de fuerzas en los extremos de la barra

Vector de desplazamientos en los extremos de la barra

Matriz de rigidez del elemento 5 (Barra del nudo 1 al nudo 4)

$$\left[\boldsymbol{K}^{5}\right]=\frac{70}{2\sqrt{2}}\cdot\begin{bmatrix}1 & 1 & -1 & -1\\ 1 & 1 & -1 & -1\\ -1 & -1 & 1 & 1\\ -1 & -1 & 1 & 1\end{bmatrix}\left(\boldsymbol{MN}/\boldsymbol{m}\right)$$

$$\begin{Bmatrix}\boldsymbol{F}_1\\ \boldsymbol{F}_2\\ \boldsymbol{F}_7\\ \boldsymbol{F}_8\end{Bmatrix}=\left[\boldsymbol{K}^{5}\right]\begin{Bmatrix}\boldsymbol{d}_1\\ \boldsymbol{d}_2\\ \boldsymbol{d}_7\\ \boldsymbol{d}_8\end{Bmatrix}$$

Vector de fuerzas en los extremos de la barra

Vector de desplazamientos en los extremos de la barra

Matriz de rigidez del elemento 6 (Barra del nudo 2 al nudo 3)

$$\left[\boldsymbol{K}^{6}\right]=\frac{70}{2\sqrt{2}}\cdot\begin{bmatrix}1 & -1 & -1 & 1\\ -1 & 1 & 1 & -1\\ -1 & 1 & 1 & -1\\ 1 & -1 & -1 & 1\end{bmatrix}(\boldsymbol{MN}/\boldsymbol{m})$$

$$\begin{Bmatrix}\boldsymbol{F}_3\\ \boldsymbol{F}_4\\ \boldsymbol{F}_5\\ \boldsymbol{F}_6\end{Bmatrix}=\left[\boldsymbol{K}^{6}\right]\begin{Bmatrix}\boldsymbol{d}_3\\ \boldsymbol{d}_4\\ \boldsymbol{d}_5\\ \boldsymbol{d}_6\end{Bmatrix}$$

Vector de fuerzas en los extremos de la barra

Vector de desplazamientos en los extremos de la barra

MATRIZ DE RIGIDEZ ENSAMBLADA DE LA ESTRUCTURA (kN/m)

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array} \\
\mathbf{K} = & \begin{pmatrix}
9.475\times 10^{7} & 2.475\times 10^{7} & -7\times 10^{7} & 0 & 0 & 0 & -2.475\times 10^{7} & -2.475\times 10^{7} \\
2.475\times 10^{7} & 9.475\times 10^{7} & 0 & 0 & 0 & -7\times 10^{7} & -2.475\times 10^{7} & -2.475\times 10^{7} \\
-7\times 10^{7} & 0 & 9.475\times 10^{7} & -2.475\times 10^{7} & -2.475\times 10^{7} & 2.475\times 10^{7} & 0 & 0 \\
0 & 0 & -2.475\times 10^{7} & 9.475\times 10^{7} & 2.475\times 10^{7} & -2.475\times 10^{7} & 0 & -7\times 10^{7} \\
0 & 0 & -2.475\times 10^{7} & 2.475\times 10^{7} & 9.475\times 10^{7} & -2.475\times 10^{7} & -7\times 10^{7} & 0 \\
0 & -7\times 10^{7} & 2.475\times 10^{7} & -2.475\times 10^{7} & -2.475\times 10^{7} & 9.475\times 10^{7} & 0 & 0 \\
-2.475\times 10^{7} & -2.475\times 10^{7} & 0 & 0 & -7\times 10^{7} & 0 & 9.475\times 10^{7} & 2.475\times 10^{7} \\
-2.475\times 10^{7} & -2.475\times 10^{7} & 0 & -7\times 10^{7} & 0 & 0 & 2.475\times 10^{7} & 9.475\times 10^{7}
\end{pmatrix}
\end{array}
\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{array}
$$

$$
\begin{array}{c|c}
 & \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array} \\
\mathbf{K} = & \begin{pmatrix}
9.475\times 10^7 & 2.475\times 10^7 & -7\times 10^7 & 0 & 0 & 0 & -2.475\times 10^7 & -2.475\times 10^7 \\
2.475\times 10^7 & 9.475\times 10^7 & 0 & 0 & 0 & -7\times 10^7 & -2.475\times 10^7 & -2.475\times 10^7 \\
-7\times 10^7 & 0 & 9.475\times 10^7 & -2.475\times 10^7 & -2.475\times 10^7 & 2.475\times 10^7 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -2.475\times 10^7 & 9.475\times 10^7 & 2.475\times 10^7 & -2.475\times 10^7 & 0 & -7\times 10^7 \\
0 & 0 & -2.475\times 10^7 & 2.475\times 10^7 & 9.475\times 10^7 & -2.475\times 10^7 & -7\times 10^7 & 0 \\
0 & -7\times 10^7 & 2.475\times 10^7 & -2.475\times 10^7 & -2.475\times 10^7 & 9.475\times 10^7 & 0 & 0 \\
-2.475\times 10^7 & -2.475\times 10^7 & 0 & 0 & -7\times 10^7 & 0 & 9.475\times 10^7 & 2.475\times 10^7 \\
-2.475\times 10^7 & -2.475\times 10^7 & 0 & -7\times 10^7 & 0 & 0 & 2.475\times 10^7 & 9.475\times 10^7
\end{pmatrix}
\end{array}
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{array}
$$

Matriz de rigidez reducida de la estructura:

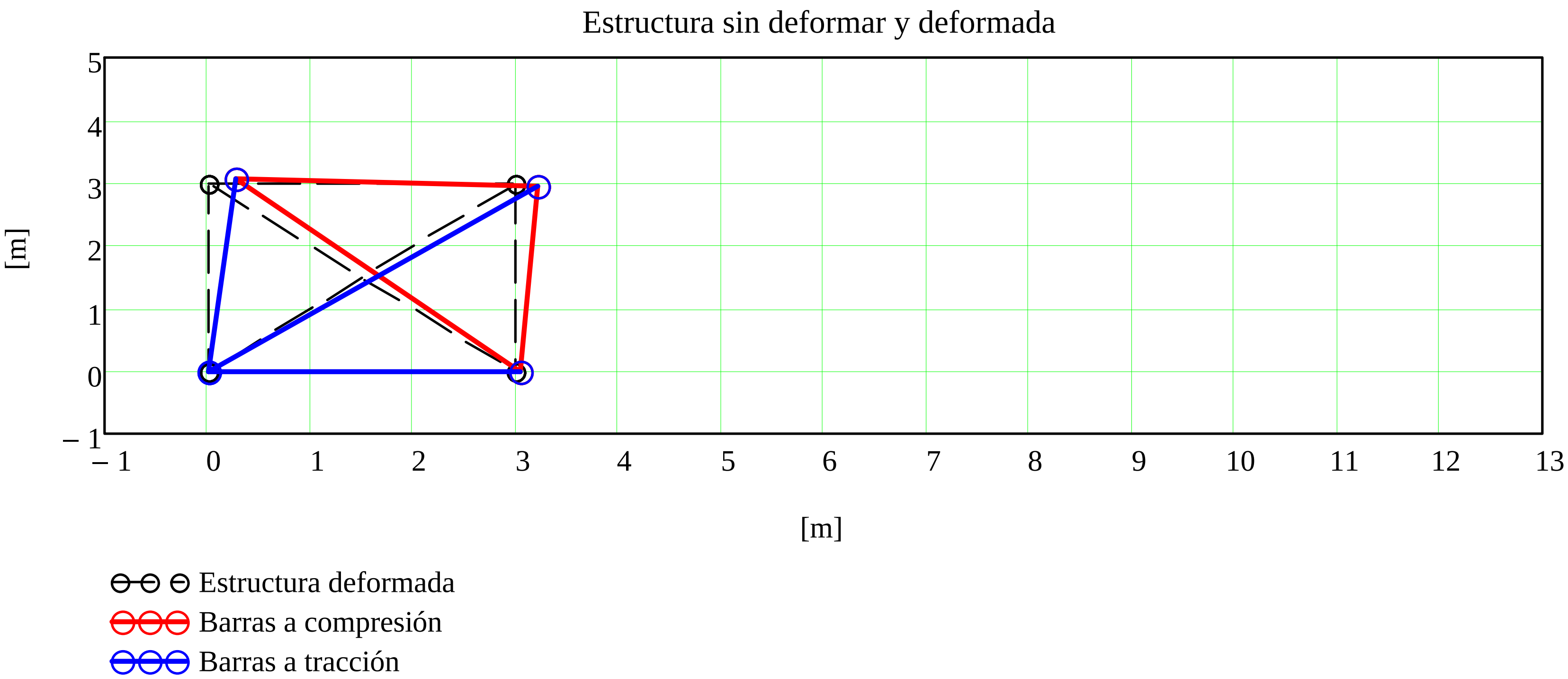
$$\mathbf{Kr} = \begin{pmatrix} 9.475\times 10^{7} & -2.475\times 10^{7} & 2.475\times 10^{7} & 0 & 0 \\ -2.475\times 10^{7} & 9.475\times 10^{7} & -2.475\times 10^{7} & -7\times 10^{7} & 0 \\ 2.475\times 10^{7} & -2.475\times 10^{7} & 9.475\times 10^{7} & 0 & 0 \\ 0 & -7\times 10^{7} & 0 & 9.475\times 10^{7} & 2.475\times 10^{7} \\ 0 & 0 & 0 & 2.475\times 10^{7} & 9.475\times 10^{7} \end{pmatrix}$$

Relación cargas-desplazamientos en gdl's:

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 20000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} 9.475\times 10^7 & -2.475\times 10^7 & 2.475\times 10^7 & 0 & 0 \\ -2.475\times 10^7 & 9.475\times 10^7 & -2.475\times 10^7 & -7\times 10^7 & 0 \\ 2.475\times 10^7 & -2.475\times 10^7 & 9.475\times 10^7 & 0 & 0 \\ 0 & -7\times 10^7 & 0 & 9.475\times 10^7 & 2.475\times 10^7 \\ 0 & 0 & 0 & 2.475\times 10^7 & 9.475\times 10^7 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{d}_3 \\ \boldsymbol{d}_5 \\ \boldsymbol{d}_6 \\ \boldsymbol{d}_7 \\ \boldsymbol{d}_8 \end{Bmatrix}$$

Resolviendo:

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{d}_3 \\ \boldsymbol{d}_5 \\ \boldsymbol{d}_6 \\ \boldsymbol{d}_7 \\ \boldsymbol{d}_8 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0{,}14286 \\ 0{,}68978 \\ 0{,}14286 \\ 0{,}54692 \\ -0{,}14286 \end{Bmatrix} \boldsymbol{mm}$$



Estructura sin deformar y deformada
[m]
[m]
Estructura deformada
Barras a compresión
Barras a tracción

ESFUERZOS AXILES BARRA 1

Matriz de rigidez en ejes locales (N/m)

$$\text{Kelem} = \begin{pmatrix} 7\times10^{7} & 0 & -7\times10^{7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -7\times10^{7} & 0 & 7\times10^{7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Vector desplazamientos (m) de los nudos del elemento (ejes globales)

$$\text{delem} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.00014286 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Vector desplazamientos (m) de los nudos del elemento (ejes locales)

$$\mathrm{T}^{\mathsf{T}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\{\boldsymbol{u}\}_{\textit{ejes locales}} = [\boldsymbol{T}]^{\boldsymbol{T}}\ \{\boldsymbol{u}\}_{\textit{ejes globales}}$$

$$\text{delem} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.00014286 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Vector de esfuerzos (N) en los nudos (ejes locales)

$$\{\boldsymbol{F}\}_{\textit{ejes locales}} = [\boldsymbol{K'}]\{\boldsymbol{d}\}_{\textit{ejes locales}}$$

$$\mathrm{N} = \begin{pmatrix} -1\times10^{4} \\ 0 \\ 1\times10^{4} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Tracción de 10 kN

ESFUERZOS AXILES BARRA 2

Matriz de rigidez en ejes locales (N/m)

$$\text{Kelem} = \begin{pmatrix} 7\times 10^{7} & 0 & -7\times 10^{7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -7\times 10^{7} & 0 & 7\times 10^{7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Vector desplazamientos (m) de los nudos del elemento (ejes globales)

$$\text{delem} = \begin{pmatrix} 6.898\times 10^{-4} \\ 1.429\times 10^{-4} \\ 5.469\times 10^{-4} \\ -1.429\times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{T}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Vector desplazamientos (m) de los nudos del elemento (ejes locales)

$$\{\boldsymbol{u}\}_{ejes\ locales} = [\boldsymbol{T}]^{\boldsymbol{T}}\ \{\boldsymbol{u}\}_{ejes\ globales}$$

$$\text{dlocal} = \begin{pmatrix} 6.898\times 10^{-4} \\ 1.429\times 10^{-4} \\ 5.469\times 10^{-4} \\ -1.429\times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

Vector de esfuerzos (N) en los nudos (ejes locales)

$$\{\boldsymbol{F}\}_{ejes\ locales} = [\boldsymbol{K'}]\{\boldsymbol{d}\}_{ejes\ locales}$$

$$\mathrm{N} = \begin{pmatrix} 1\times 10^{4} \\ 0 \\ -1\times 10^{4} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Compresión de 10 kN

ESFUERZOS AXILES BARRA 3

Matriz de rigidez en ejes locales (N/m)

$$\mathrm{Kelem} = \begin{pmatrix} 7\times 10^{7} & 0 & -7\times 10^{7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -7\times 10^{7} & 0 & 7\times 10^{7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Vector desplazamientos (m) de los nudos del elemento (ejes globales)

$$\mathrm{delem} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6.898\times 10^{-4} \\ 1.429\times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

Vector desplazamientos (m) de los nudos del elemento (ejes locales)

$$\{\boldsymbol{u}\}_{\boldsymbol{ejes\ locales}} = [\boldsymbol{T}]^{\boldsymbol{T}}\ \{\boldsymbol{u}\}_{\boldsymbol{ejes\ globales}}$$

$$\mathrm{T}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{dlocal} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1.814\times 10^{-4} \\ -6.807\times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

Vector de esfuerzos (N) en los nudos (ejes locales)

$$\{\boldsymbol{F}\}_{\boldsymbol{ejes\ locales}} = [\boldsymbol{K'}]\{\boldsymbol{d}\}_{\boldsymbol{ejes\ locales}}$$

$$\mathrm{N} = \begin{pmatrix} -1\times 10^{4} \\ 0 \\ 1\times 10^{4} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Tracción de 10 kN

ESFUERZOS AXILES BARRA 4

Matriz de rigidez en ejes locales (N/m)

$$Kelem = \begin{pmatrix} 7\times 10^{7} & 0 & -7\times 10^{7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -7\times 10^{7} & 0 & 7\times 10^{7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Vector desplazamientos (m) de los nudos del elemento (ejes globales)

$$delem = \begin{pmatrix} 1.429\times 10^{-4} \\ 0 \\ 5.469\times 10^{-4} \\ -1.429\times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

Vector desplazamientos (m) de los nudos del elemento (ejes locales)

$$\{u\}_{ejes\ locales} = [T]^{T}\ \{u\}_{ejes\ globales}$$

$$T^{T} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$dlocal = \begin{pmatrix} 0 \\ -1.429\times 10^{-4} \\ -1.429\times 10^{-4} \\ -5.469\times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

Vector de esfuerzos (N) en los nudos (ejes locales)

$$\{F\}_{ejes\ locales} = [K']\{d\}_{ejes\ locales}$$

$$N = \begin{pmatrix} 1\times 10^{4} \\ 0 \\ -1\times 10^{4} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Compresión de 10 kN

ESFUERZOS AXILES BARRA 5

Matriz de rigidez en ejes locales (N/m)

$$\text{Kelem} = \begin{pmatrix} 4.95\times 10^{7} & 0 & -4.95\times 10^{7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4.95\times 10^{7} & 0 & 4.95\times 10^{7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Vector desplazamientos (m) de los nudos del elemento (ejes globales)

$$\text{delem} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5.469\times 10^{-4} \\ -1.429\times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

Vector desplazamientos (m) de los nudos del elemento (ejes locales)

$$\mathrm{T}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} 0.707 & 0.707 & 0 & 0 \\ -0.707 & 0.707 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.707 & 0.707 \\ 0 & 0 & -0.707 & 0.707 \end{pmatrix}$$

$$\{\boldsymbol{u}\}_{\boldsymbol{ejes\ locales}} = [\boldsymbol{T}]^{\boldsymbol{T}} \{\boldsymbol{u}\}_{\boldsymbol{ejes\ globales}}$$

$$\text{dlocal} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2.857\times 10^{-4} \\ -4.877\times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

Vector de esfuerzos (N) en los nudos (ejes locales)

$$\{\boldsymbol{F}\}_{\boldsymbol{ejes\ locales}} = [\boldsymbol{K'}]\{\boldsymbol{d}\}_{\boldsymbol{ejes\ locales}}$$

$$\mathrm{N} = \begin{pmatrix} -1.414\times 10^{4} \\ 0 \\ 1.414\times 10^{4} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Tracción de 14,14 kN

ESFUERZOS AXILES BARRA 6

Matriz de rigidez en ejes locales (N/m)

$$\mathrm{Kelem} = \begin{pmatrix} 4.95\times 10^{7} & 0 & -4.95\times 10^{7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4.95\times 10^{7} & 0 & 4.95\times 10^{7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Vector desplazamientos (m) de los nudos del elemento (ejes globales)

$$\mathrm{delem} = \begin{pmatrix} 1.429\times 10^{-4} \\ 0 \\ 6.898\times 10^{-4} \\ 1.429\times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{T}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} -0.707 & 0.707 & 0 & 0 \\ -0.707 & -0.707 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.707 & 0.707 \\ 0 & 0 & -0.707 & -0.707 \end{pmatrix}$$

Vector desplazamientos (m) de los nudos del elemento (ejes locales)

$$\{\boldsymbol{u}\}_{\textit{ejes locales}} = [\boldsymbol{T}]^{\boldsymbol{T}} \{\boldsymbol{u}\}_{\textit{ejes globales}}$$

$$\mathrm{dlocal} = \begin{pmatrix} 1.01\times 10^{-4} \\ 1.01\times 10^{-4} \\ 3.867\times 10^{-4} \\ 5.888\times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

Vector de esfuerzos (N) en los nudos (ejes locales)

$$\{\boldsymbol{F}\}_{\textit{ejes locales}} = [\boldsymbol{K'}]\{\boldsymbol{d}\}_{\textit{ejes locales}}$$

$$\mathrm{N} = \begin{pmatrix} 1.414\times 10^{4} \\ 0 \\ -1.414\times 10^{4} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Compresión de 14,14 kN