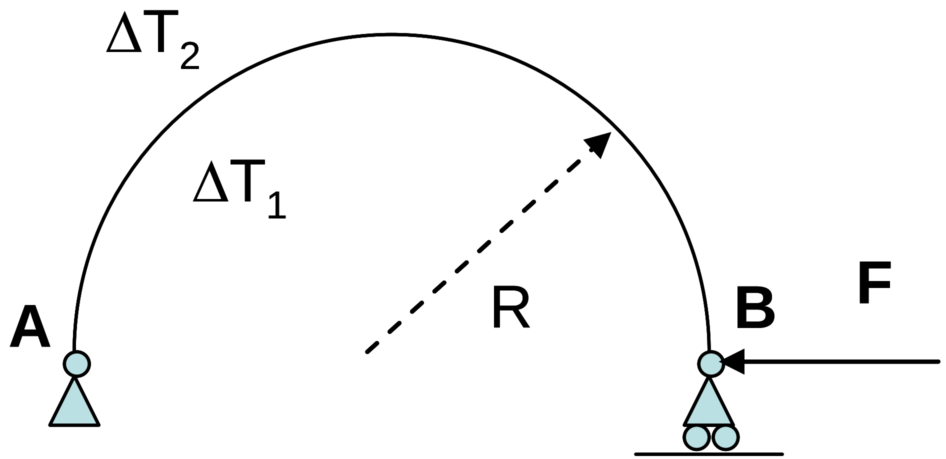
El arco semicircunferencial de la figura de radio **R** y canto de su sección transversal **c** sufre un incremento de temperatura de manera que el incremento de dicha magnitud en su cara exterior es $\Delta \mathbf{T_2}$ y el incremento en su cara inferior es $\Delta \mathbf{T_1}$ ($\Delta \mathbf{T_2} > \Delta \mathbf{T_1}$). Sabiendo que la rigidez a flexión del arco es **EI** y que el coeficiente de dilatación lineal del material es α, determinar la fuerza horizontal **F** que es necesaria aplicar en el extremo **B** del arco para que dicho punto no sufra ningún tipo de desplazamiento.



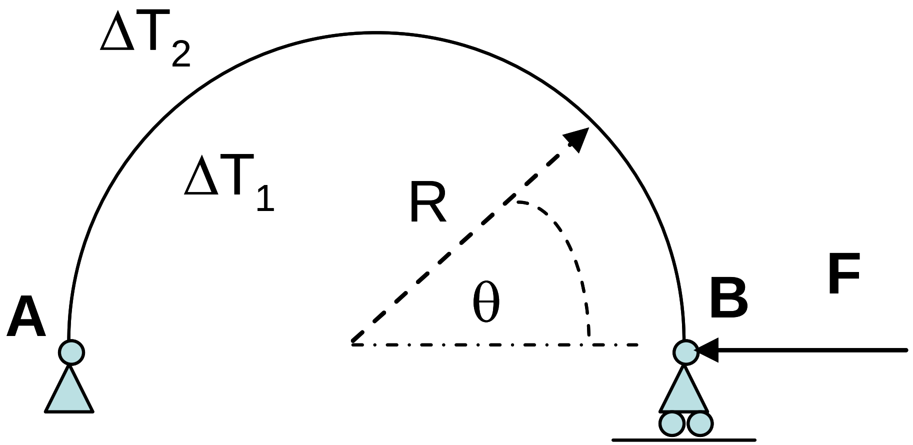
NOTA: Despréciense las deformaciones inducidas en las rebanadas del arco por los esfuerzos axil y cortante

$$\int_0^{\pi} (\boldsymbol{sen}\,\theta)^2 \boldsymbol{d}\theta = \frac{\pi}{2}$$

Solución:

No existen reacciones verticales en los apoyos A y B

La ley de momentos flectores es:



$$\boxed{M(\theta) = F \cdot R \cdot sen\theta}$$

Desplazamiento de B hacia la derecha debido a la temperatura:

$$\vec{u}_B^T = \int_0^{\pi} \alpha \frac{\Delta T_1 + \Delta T_2}{2} sen\theta \cdot R d\theta - \int_0^{\pi} \alpha \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{c} R \cdot sen\theta \cdot R d\theta =$$

$$= \alpha R \cdot (\Delta T_1 + \Delta T_2) + \frac{2\alpha R^2 (\Delta T_1 - \Delta T_2)}{c}$$

Nótese que el giro de la sección A no afecta al desplazamiento horizontal que, como sólido rígido, sufriría la sección B.

Desplazamiento de B hacia la izquierda debido a F

$$\overleftarrow{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{B}}^{\boldsymbol{F}} = \frac{1}{\boldsymbol{EI}}\int_0^{\pi} \boldsymbol{FR}\cdot \boldsymbol{sen}\theta \cdot \boldsymbol{R}\cdot \boldsymbol{sen}\theta \cdot \boldsymbol{Rd}\theta = \frac{\pi}{2\boldsymbol{EI}}\boldsymbol{FR}^3$$

Como:

$$\overleftarrow{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{B}}^{\boldsymbol{T}} = \overleftarrow{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{B}}^{\boldsymbol{F}}$$

$$\frac{\pi}{2\boldsymbol{EI}}\boldsymbol{FR}^3 = \alpha \boldsymbol{R}\cdot\left(\Delta \boldsymbol{T}_1 + \Delta \boldsymbol{T}_2\right) + \frac{2\alpha \boldsymbol{R}^2\left(\Delta \boldsymbol{T}_1 - \Delta \boldsymbol{T}_2\right)}{\boldsymbol{c}}$$

$$\boldsymbol{F} = \frac{2\boldsymbol{EI}\alpha}{\pi \boldsymbol{R}^2}\left[\Delta \boldsymbol{T}_1 + \Delta \boldsymbol{T}_2 + \frac{2\cdot \boldsymbol{R}\cdot\left(\Delta \boldsymbol{T}_1 - \Delta \boldsymbol{T}_2\right)}{\boldsymbol{c}}\right]$$