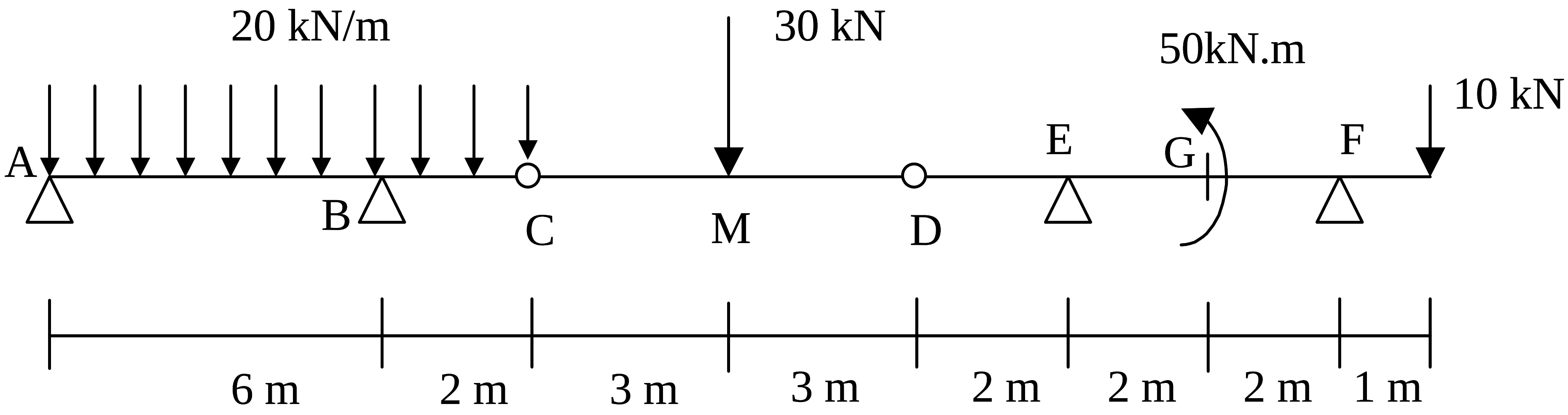
La viga de la figura tiene una rigidez *EI* constante y de valor 10^5 kN.m^2.
Cuando actúan las solicitaciones indicadas en la figura, se pide:

a) Valor y signo de las reacciones

b) Leyes de momentos flectores y esfuerzos cortantes

c) Valor, en mm, de la flecha en *M*.



La viga continua es isostática ya que existen cuatro reacciones desconocidas y se pueden plantear cuatro ecuaciones (dos de la estática (suma de fuerzas verticales nula y momento en un punto cualquiera nulo) y dos de momento nulo en las dos rótulas). Si suponemos todas las reacciones en los apoyos con sentido ascendente, se tiene:

$$R_A + R_B + R_E + R_F = 20 \cdot 8 + 30 + 10 = 200$$

Tomando momentos en *A* (sentido positivo el antihorario) e igualando a cero:

$$6 \cdot R_B + 16 \cdot R_E + 20 \cdot R_F - 20 \cdot 8 \cdot 4 - 30 \cdot 11 + 50 - 10 \cdot 21 = 0$$

Tomando momentos en la rótula *C* de las cargas situadas a la izquierda de la misma:

$$8 \cdot R_A + 2 \cdot R_B - 20 \cdot 8 \cdot 4 = 0$$

Tomando momentos en la rótula *D* de las cargas situadas a la derecha de la misma:

$$6 \cdot R_F + 2 \cdot R_E + 50 - 10 \cdot 7 = 0$$

$$R_A = 48{,}33\,kN \quad R_B = 126{,}66\,kN \quad R_E = 32{,}5\,kN \quad R_F = -7{,}5\,kN$$

Tramo AB:

Tomando como abcisa *x* la distancia al apoyo *A* y momentos flectores positivos cuando producen compresión en las fibras superiores de la sección y tracción en las inferiores, se tiene para este tramo:

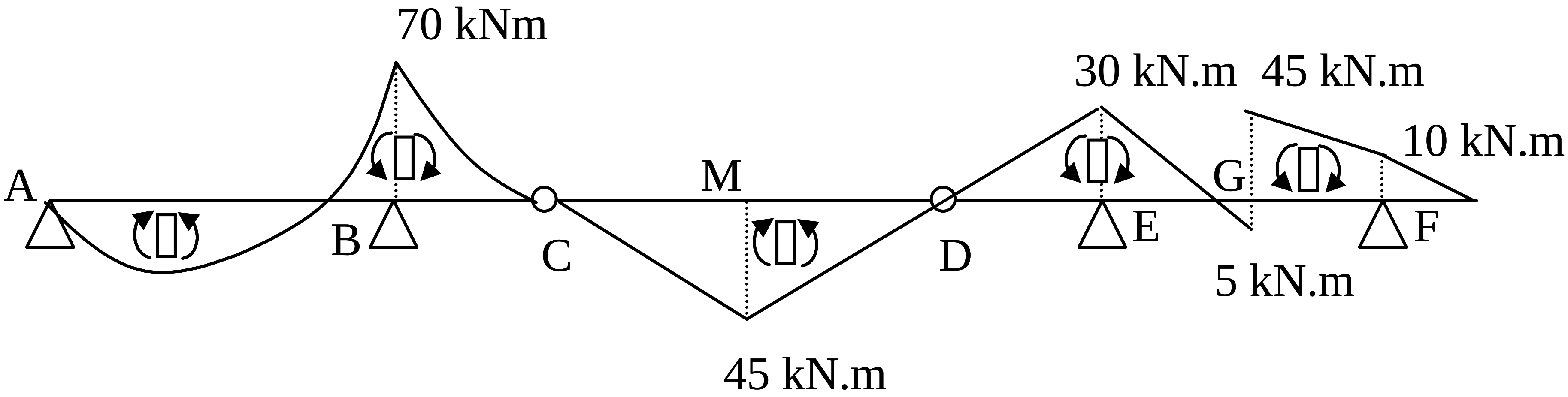
$$\boldsymbol{M} = 48{,}33 \cdot \boldsymbol{x} - 20 \cdot \frac{\boldsymbol{x}^2}{2}$$

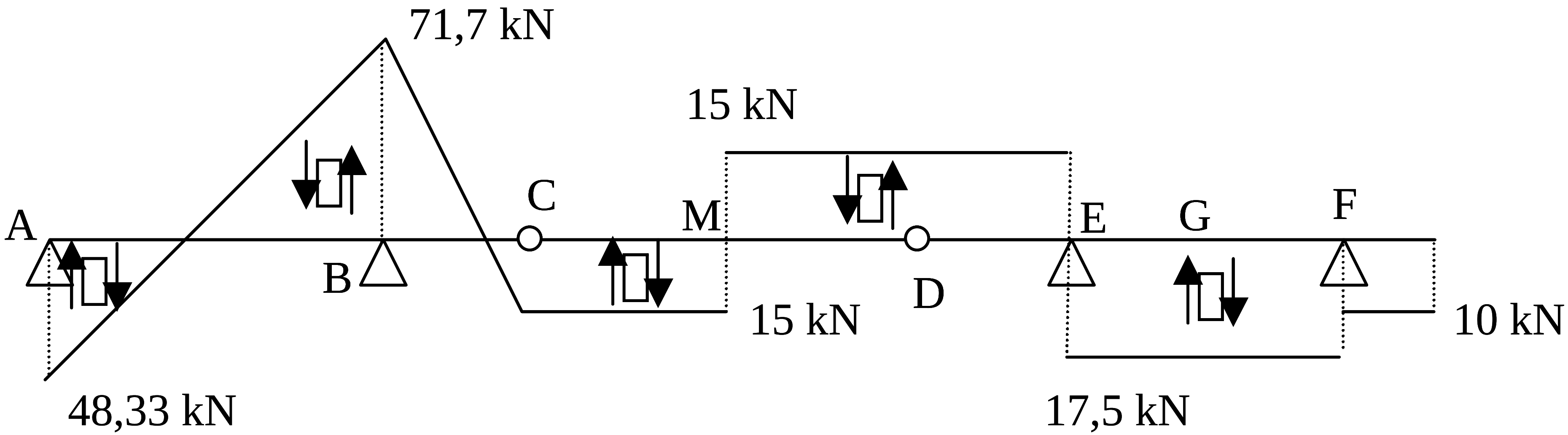
que presenta un máximo de valor 58,39 kN.m para la abcisa de 2,4165 m, se anula para *x=4,833 m* y alcanza un valor de 70 kN.m en *B*

Tramo BC:

Manteniendo como abcisa *x* la distancia al apoyo *A*:

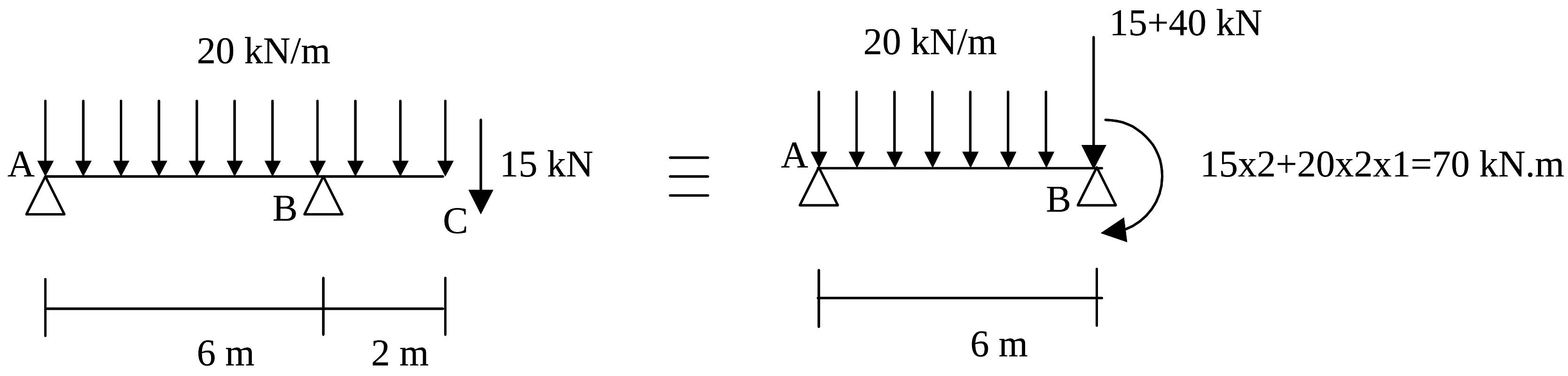
$$\boldsymbol{M} = 48{,}33 \cdot \boldsymbol{x} - 20 \cdot \frac{\boldsymbol{x}^2}{2} + 126{,}66 \cdot (\boldsymbol{x} - 6)$$


70 kNm
30 kN.m
45 kN.m
10 kN.m
A
M
G
B
E
F
C
D
5 kN.m
45 kN.m


71,7 kN
15 kN
A
C
M
E
G
F
B
D
15 kN
10 kN
48,33 kN
17,5 kN

Para calcular la flecha en *M* procedemos del siguiente modo: Calcularemos, primero, las flechas en *C* y *D*.

La flecha en *C* es la debida al giro de la sección *B* por la distancia *BC* más la flecha de *C* suponiendo que el tramo *BC* se encontrara empotrado en *B*. Si aislamos el tramo *ABC*:



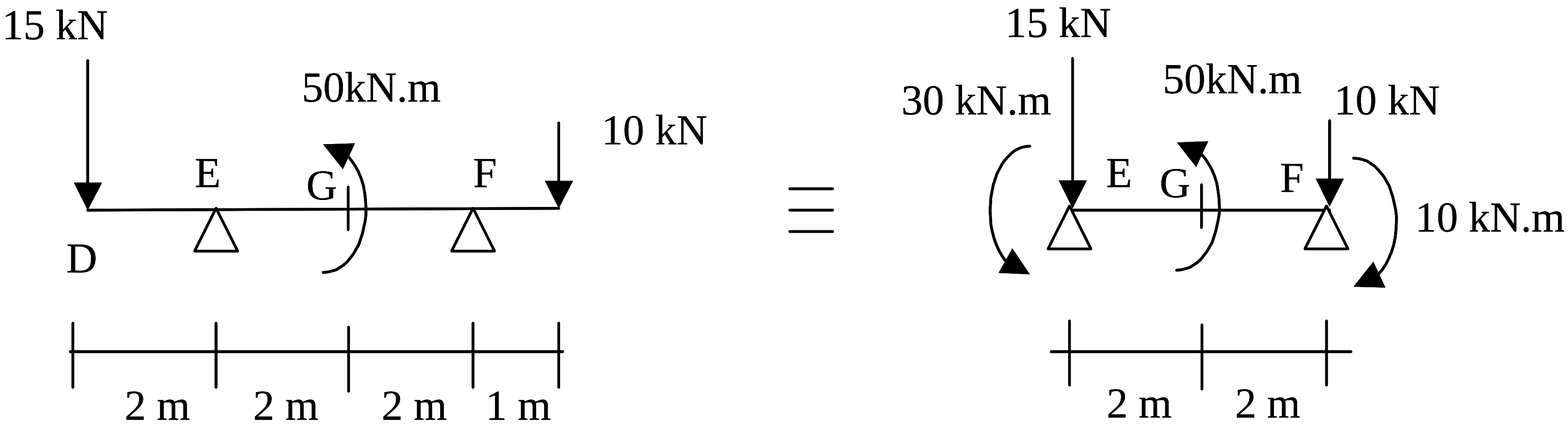
considerando positivos los giros antihorarios:

$$\theta_B = \frac{20\cdot 6^3}{24\boldsymbol{EI}} - \frac{70\cdot 6}{3\boldsymbol{EI}} = 4\times 10^{-4}\ \boldsymbol{rad} \qquad \boldsymbol{V_C}\uparrow = \theta_{\boldsymbol{B}}\times 2 = 8\times 10^{-4}\ \boldsymbol{m}$$

La flecha en C si el tramo BC estuviera empotrado en B sería:

$$V_C\downarrow = \frac{20\times 2^4}{8EI} + \frac{15\times 2^3}{3EI} = 8\times 10^{-4}\ m$$

Por tanto, la flecha de la sección *C* es nula.



$$\theta_E = \frac{10 \cdot 4}{6\boldsymbol{EI}} + \frac{30 \cdot 4}{3\boldsymbol{EI}} - \frac{50 \cdot 4}{24\boldsymbol{EI}} = 3{,}83 \times 10^{-4}\ \boldsymbol{rad}$$

$$V_D \downarrow = \theta_E \times 2 = 7{,}66 \times 10^{-4}\ \boldsymbol{m}$$

La flecha de *D* (sentido descendente) suponiendo que la ménsula *DE* se encuentra empotrada en *E* es:

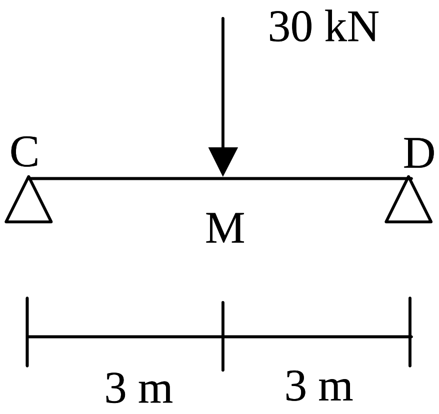
$$\mathrm{V_D} \downarrow = \frac{15 \times 2^3}{3\mathrm{EI}} = 4 \times 10^{-4}\ \mathrm{m}$$

$$V_D \downarrow = 7{,}66 \times 10^{-4} + 4 \times 10^{-4} = 11{,}66 \times 10^{-4}\ m$$

Si no flectara el tramo *CD*, la flecha del punto *M* sería:

$$\boldsymbol{V_M} \downarrow = \frac{\boldsymbol{V_C} \downarrow + \boldsymbol{V_D} \downarrow}{2} = 5{,}83 \times 10^{-4}\ \boldsymbol{m}$$

Pero la realidad es que el tramo *CD* flecta y, por tanto, a la flecha anterior calculada para la sección *M* habrá que sumar la debida a la flexión del tramo *CD*. Esta última flecha se calcula suponiendo:



$$\boldsymbol{V_M} \downarrow = \frac{30 \cdot 3^2}{2\boldsymbol{EI}} = 13{,}5 \times 10^{-4}\ \boldsymbol{m}$$

$$V_M \downarrow = 5{,}83 \times 10^{-4} + 13{,}5 \times 10^{-4} = 19{,}33 \times 10^{-4}\, m = 1{,}933\ mm$$