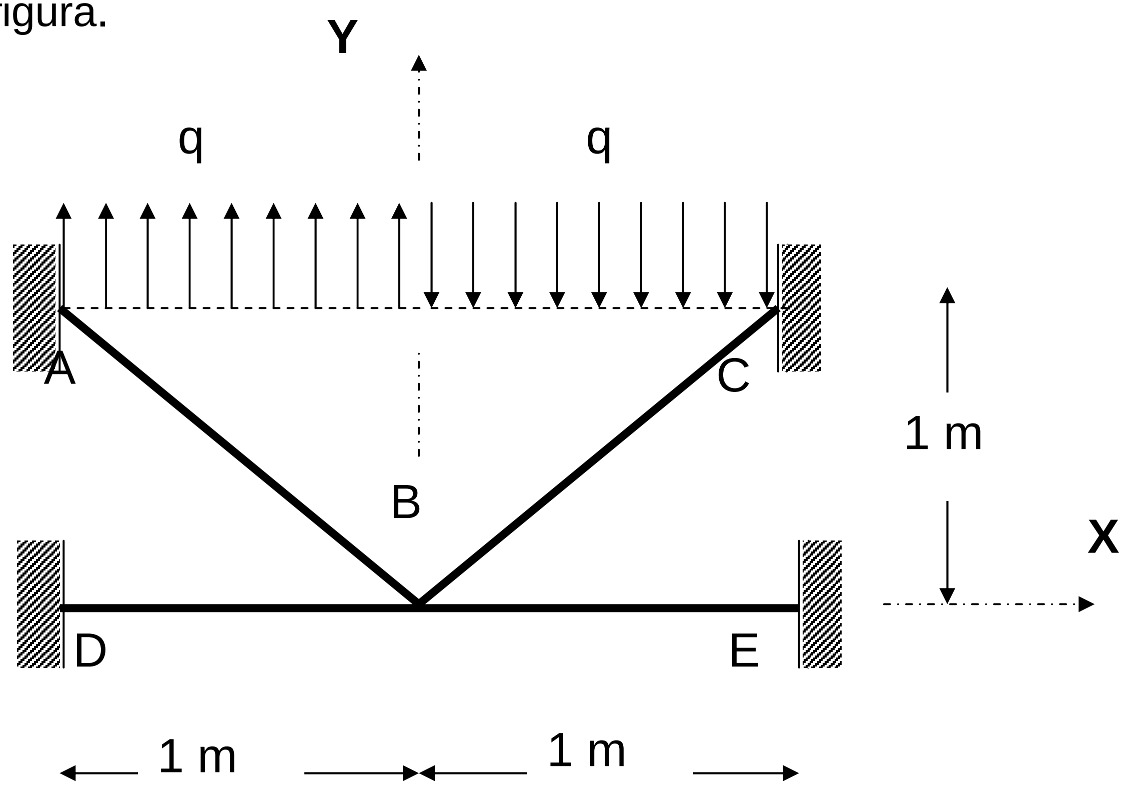
La estructura reticulada de la figura se encuentra formada por cuatro barras que poseen, todas ellas, los mismos valores de los productos EI y EA. La barra AB se encuentra sometida a una carga uniformemente distribuída, dirigida hacia arriba y de valor **q = 6 kN/m**, y la barra **BC** se encuentra también sometida a la acción de una sobrecarga uniformemente distribuída del mismo valor que la anterior pero dirigida hacia abajo, tal como se representa en la figura.

Obtener, **utilizando las técnicas del análisis matricial de estructuras**:

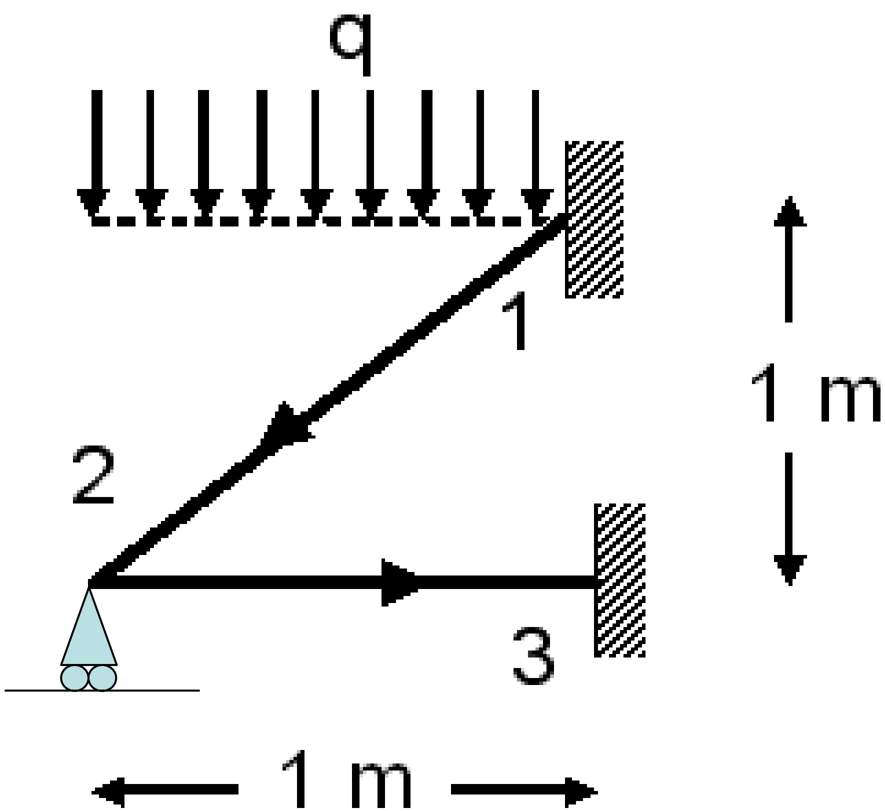
a) El desplazamiento horizontal y el giro que experimenta la sección **B**

b) Las reacciones en los empotramientos **A** y **C**, expresadas éstas en los ejes globales que se indican en la figura.



DATOS: **EI = 10^2 kN.m2, EA = 10^5 kN**

La estructura es simétrica de forma y antimétrica de cargas:



Barra 23 (coinciden los ejes globales y locales)   L=1 en m

$$K11_{23} := \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 12\cdot\frac{EI}{L^3} & 6\cdot\frac{EI}{L^2} \\ 0 & 6\cdot\frac{EI}{L^2} & 4\cdot\frac{EI}{L} \end{pmatrix}$$

$$K11_{23} = \begin{pmatrix} 1\times 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 1.2\times 10^3 & 600 \\ 0 & 600 & 400 \end{pmatrix}$$

Barra 12, $L := \sqrt{2}$

En ejes locales (Kprim):

$$Kprim22_{12} := \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 12\cdot\frac{EI}{L^3} & -6\cdot\frac{EI}{L^2} \\ 0 & -6\cdot\frac{EI}{L^2} & 4\cdot\frac{EI}{L} \end{pmatrix} \qquad Kprim22_{12} = \begin{pmatrix} 7.071\times 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 424.264 & -300 \\ 0 & -300 & 282.843 \end{pmatrix}$$

Paso a ejes globales:

$$\alpha := -\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \qquad \cos(\alpha) = -0.707 \qquad \sin(\alpha) = -0.707$$

Matriz de cambio de ejes:

$$T12 = \begin{pmatrix} -0.707 & 0.707 & 0 \\ -0.707 & -0.707 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$K22_{12} := T12\cdot Kprim22_{12}\cdot T12^T \qquad K22_{12} = \begin{pmatrix} 3.557\times 10^4 & 3.514\times 10^4 & -212.132 \\ 3.514\times 10^4 & 3.557\times 10^4 & 212.132 \\ -212.132 & 212.132 & 282.843 \end{pmatrix}$$

Sólo el nudo 2 puede experimentar movimientos (desplazamiento horizontal y giro) cumpliéndose:

$$K := K11_{23} + K22_{12} = \begin{pmatrix} 1.356\times 10^{5} & 3.514\times 10^{4} & -212.132 \\ 3.514\times 10^{4} & 3.677\times 10^{4} & 812.132 \\ -212.132 & 812.132 & 682.843 \end{pmatrix}$$

Una vez resuelto el sistema:

u_B =-1,146x10^{-6} m

R_B=2,365 kN

θ_B=-7,326x10^{-4} rad

Cálculo de reacciones en el empotramiento C:

Barra 12: $L := \sqrt{2}$ $\qquad$ $Lhor := 1$

$$R1global\_emp := \begin{pmatrix} 0 \\ \dfrac{q \cdot Lhor}{2} \\ -\dfrac{q \cdot Lhor^2}{12} \end{pmatrix} \qquad R1global\_emp = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -0.5 \end{pmatrix}$$

La submatriz 12 de la barra 1-2 expresada en ejes locales es:

$$Kprim12_{12} := \begin{pmatrix} -\dfrac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -12 \cdot \dfrac{EI}{L^3} & 6 \cdot \dfrac{EI}{L^2} \\ 0 & -6 \cdot \dfrac{EI}{L^2} & 2 \cdot \dfrac{EI}{L} \end{pmatrix} \qquad Kprim12_{12} = \begin{pmatrix} -7.071 \times 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & -424.264 & 300 \\ 0 & -300 & 141.421 \end{pmatrix}$$

Esta última submatriz expresada en ejes globales resulta ser:

$$K12_{12} := T12 \cdot Kprim12_{12} \cdot T12^{T} \qquad K12_{12} = \begin{pmatrix} -3.557\times 10^{4} & -3.514\times 10^{4} & 212.132 \\ -3.514\times 10^{4} & -3.557\times 10^{4} & -212.132 \\ -212.132 & 212.132 & 141.421 \end{pmatrix}$$

$$r1 := K12_{12} \cdot \begin{pmatrix} sol\_uB \\ 0 \\ sol\_tetaB \end{pmatrix} \qquad r1 = \begin{pmatrix} -0.115 \\ 0.196 \\ -0.103 \end{pmatrix}$$

$$R1\_global := r1 + R1global\_emp = \begin{pmatrix} -0.115 \\ 3.196 \\ -0.603 \end{pmatrix}$$

En el empotramiento A aparecen como reacciones las mismas (y con los mismos signos) que en C excepto la reacción vertical (según el eje Y) que sería igual a -3,196 kN.