CONTENIDO

- Conceptos fundamentales: masa y fuerza
- Leyes de Newton
- Ejemplos de fuerzas: peso, fuerza elástica, rozamiento, etc.
- Diagrama de cuerpo libre
- Momento lineal y conservación del momento lineal
- Momento angular y momento de las fuerzas
- Estática. Condición general de equilibrio.

BIBLIOGRAFÍA

- Paul A. Tipler y Gene Mosca, “Física”, Volumen I, 5ª edición.
  Cap. 4. Leyes de Newton
  Cap. 5. Aplicaciones de las leyes de Newton

- Francis W. Sears, Mark W. Zemansky, Hugh D. Young y Roger A. Feedman, “Física Universitaria”, Volumen I, 9ª edición.
  Cap. 4. Leyes de Newton del movimiento
  Cap. 5. Aplicaciones de las leyes de Newton
  Cap. 8.2. Cantidad de movimiento e impulso

- Susan M. Lea y J. R. Burke, “La naturaleza de las cosas”, Volumen I.
  Cap. 4. La fuerza y las leyes de Newton
  Cap. 5. Aplicación de las leyes de Newton
  Cap. 6. La fuerza y las leyes de Newton (sólo para una partícula, no para un sistema de partículas)
  Cap. 9. Momento Angular (sólo para una partícula, no para un sistema de partículas ni para un sólido rígido)

- Wolfgang Bauer y Gary D. Westfall, “Física para ingeniería y ciencias”, Volumen I.
  Cap. 7.1-7.2. Momento lineal, impulso

INTRODUCCIÓN. Tipos de Fuerzas

La dinámica estudia la relación entre el movimiento de un cuerpo y las causas que lo originan. Las causas que lo originan son las interacciones del cuerpo con el resto del Universo. Estas interacciones se expresan y cuantifican en lo que llamamos FUERZAS

TIPOS DE FUERZAS:

- **A distancia**

Actúan entre partículas separadas en el espacio. Para este tipo de fuerzas es útil el concepto de campo. Ejemplos:

- Fuerza gravitatoria
- Fuerza eléctrica
- Fuerza magnética

- **De contacto**

Surgen cuando dos superficies se aproximan lo suficiente. Ej:

- Tensión de una cuerda
- Fuerza elástica
- Normal
- Fuerza de rozamiento
- Fuerza de arrastre

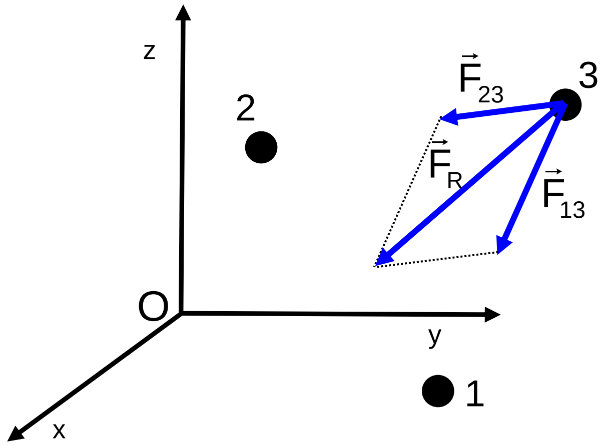
FUERZAS. Principio de superposición

Características de una Fuerza:

- es una magnitud VECTORIAL
- se ejercen por un objeto (siempre hay que tenerlo identificado)
- se aplican en otro objeto **distinto**
- su unidad en el sistema internacional es el N (Newton) $1\,\mathrm{N} \equiv 1\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}^2}$

SUPERPOSICIÓN DE FUERZAS

Las fuerzas se combinan **VECTORIALMENTE.** Si dos objetos 1 y 2 ejercen una fuerza sobre un tercero 3, la fuerza total sobre el objeto 3 es la resultante de las fuerzas ejercidas individualmente por 1 y 2.



$$\vec{F}_{RESULTANTE} = \vec{F}_{23} + \vec{F}_{13}$$

http://www.walter-fendt.de/ph14s/resultant_s.htm

LEYES DE NEWTON

Son válidas en sistemas de referencia inerciales (ver tema 1)

1ª LEY DE NEWTON:

Toda partícula sobre la que se ejerce una fuerza resultante igual a cero, permanece en su estado inicial de movimiento. Es decir: está en reposo o se mueve con movimiento rectilíneo y uniforme. (Recordar que ambos casos corresponden a que una partícula tenga **a** =0). En este caso se dice que la partícula es libre y se encuentra en equilibrio.

2ª LEY DE NEWTON:

La aceleración de una partícula es directamente proporcional a la fuerza resultante que actúa sobre ella, e inversamente proporcional a su masa. La masa es una medida de la inercia de una partícula, es decir de la resistencia que opone al movimiento.

$$\vec{F}_{\text{RESULTANTE sobre partícula 1}} = \sum \vec{F} = m_1 \cdot \vec{a}_1$$

3ª LEY DE NEWTON:

Cuando dos partículas, 1 y 2, interaccionan, la fuerza que la primera ejerce sobre la segunda $\mathbf{F_{12}}$ tiene el mismo módulo, dirección y sentido contrario que la fuerza que la segunda ejerce sobre la primera $\mathbf{F_{21}}$. Las fuerzas no se anulan porque se ejercen en partículas distintas. Se conoce por el principio de acción y reacción.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

Consiste en "pintar" todas y cada una de las fuerzas que se ejercen sobre cada objeto, con su dirección y sentido.

Cada vez que identifiquéis una fuerza, tenéis que asignar "quien la realiza" y quien la recibe". Las fuerzas se pintan sobre el cuerpo que las recibe.

Recomendación: Cuando "pintéis" una fuerza, pintar inmediatamente después su fuerza de reacción, dada por la 3ª Ley de Newton

OJO:

- Si pensáis que existe una fuerza, pero no sabéis quién la realiza, probablemente esa fuerza no existe.

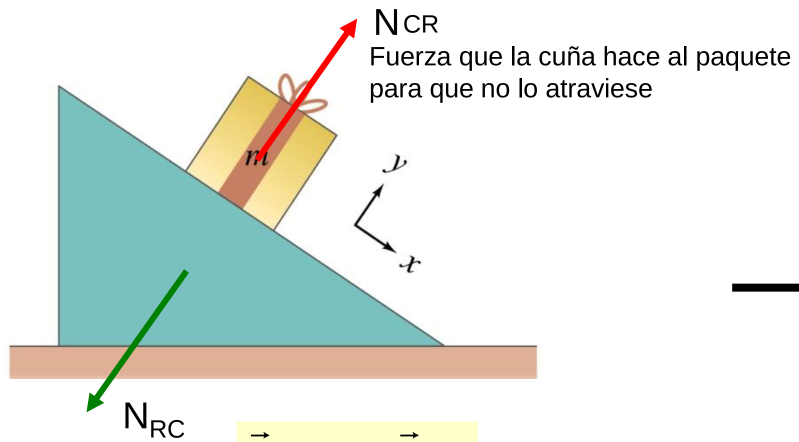
- Un objeto no puede realizar una fuerza sobre sí mismo.

FUERZA NORMAL

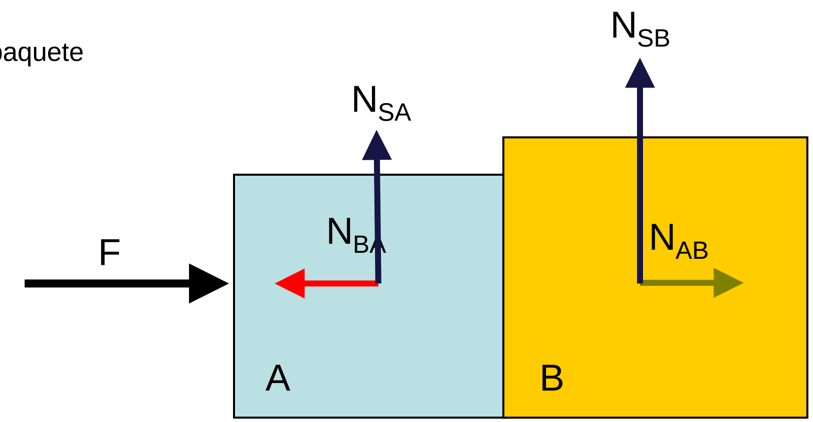
Cuando un objeto está en contacto con otro, el primero ejerce una fuerza al segundo, que impide que la atraviese.

Esta fuerza se conoce como **NORMAL**.

Tiene dirección perpendicular a la superficie de separación.



$$\vec{N}_{CR} = -\vec{N}_{RC}$$
$$\left|\vec{N}_{CR}\right| = \left|\vec{N}_{RC}\right|$$



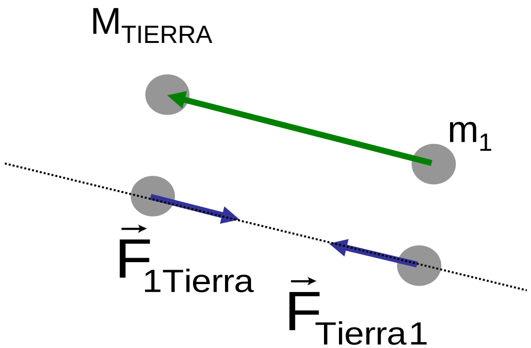
$$\vec{N}_{AB} = -\vec{N}_{BA}$$
$$\left|\vec{N}_{AB}\right| = \left|\vec{N}_{BA}\right|$$

$\vec{N}_{SA}$ y $\vec{N}_{SB}$ no son pares de acción-reacción

PESO

La fuerza gravitatoria se ejerce entre dos cuerpos debido a sus masas.

El peso de un cuerpo es la fuerza gravitatoria ejercida entre la Tierra y un cuerpo próximo a la superficie terrestre.



$$\vec{F}_{Tierra1} = -G\frac{M_T \cdot m_1}{r^2} \cdot \vec{u}_{Tierra1}$$

$$\vec{F}_{1Tierra} = -G\frac{M_T \cdot m_1}{r^2} \cdot \vec{u}_{1Tierra}$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

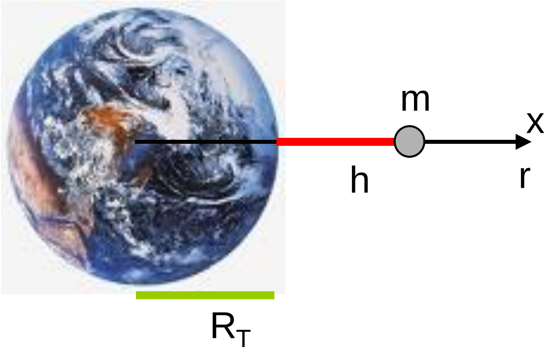
La constante de proporcionalidad G recibe el nombre de **constante de gravitación universal**

$$G = 6,6739 \cdot 10^{-11} \; \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

Es una fuerza atractiva que tiene la dirección de la recta que une ambas partículas

PESO

Cuando una partícula se encuentra a una distancia h de la superficie de la Tierra, el peso que se ejerce sobre la partícula es:



$$\vec{p} = -G\frac{M_T}{(R_T + h)^2} \cdot m\ \vec{u}$$

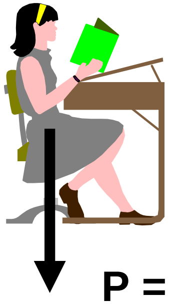
Que en las proximidades a la superficie (h≈0), queda:

$$\vec{p} = -G\frac{M_T}{R_T^2} \cdot m\ \vec{u} = m \cdot \vec{g}$$

Donde **g** recibe el nombre de aceleración de la gravedad

g apunta hacia el centro de la Tierra

$$|\vec{g}|(h = 0) = -G\frac{M_T}{R_T^{\ 2}} = 9.8\ ms^{-2}$$



P = m**g**

F de reacción = -m**g**

Su punto de aplicación está en el centro de la Tierra

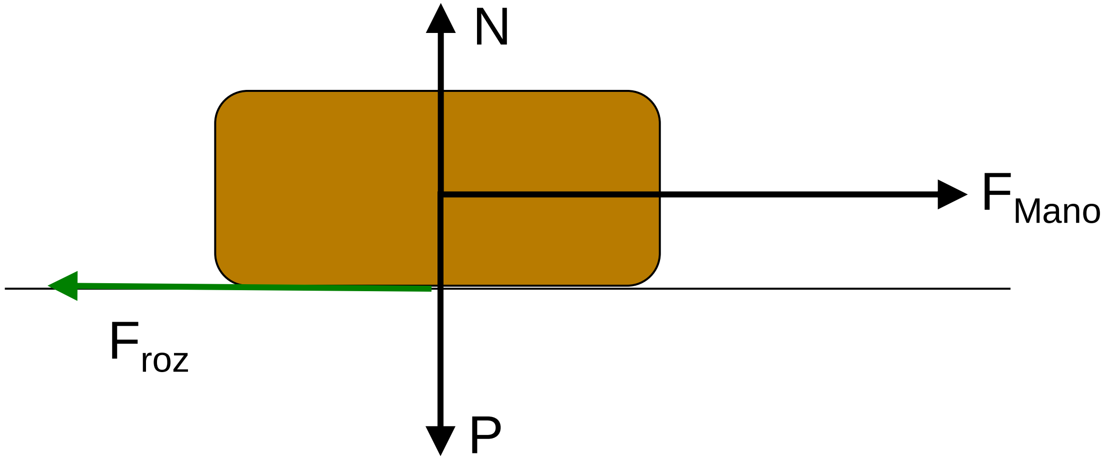
FUERZAS DE ROZAMIENTO

La fuerza de rozamiento es una fuerza que aparece cuando dos cuerpos están en contacto y se intentan desplazar uno respecto del otro.

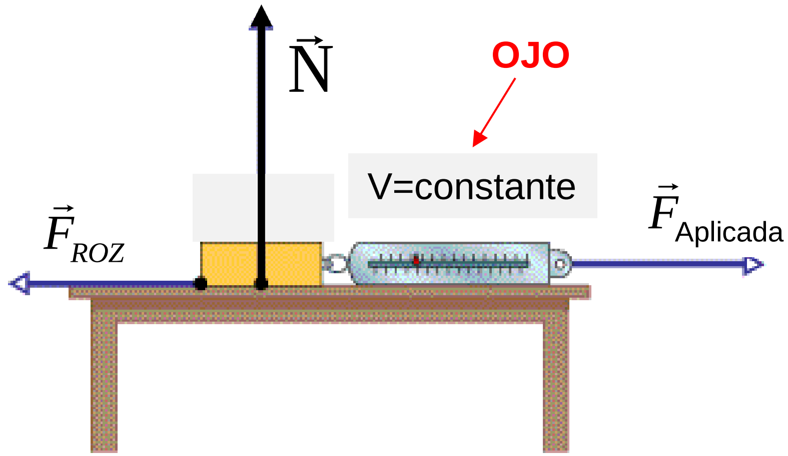
La dirección y sentido de la fuerza es tal que se opone al movimiento que se pretende realizar.

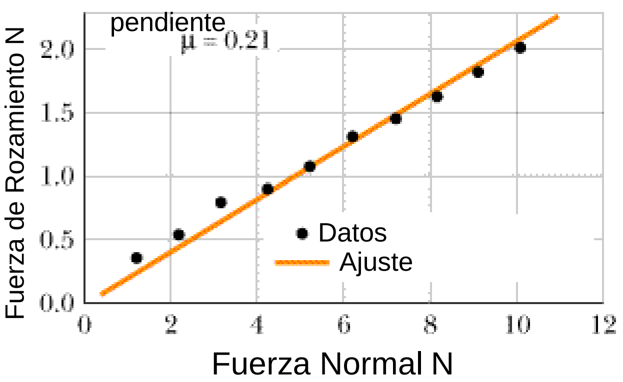
Hay dos tipos de fuerzas de rozamiento:

- **DINÁMICA**: cuando existe movimiento relativo entre los cuerpos
- **ESTÁTICA**: cuando, aunque existe una fuerza aplicada, no se produce movimiento relativo

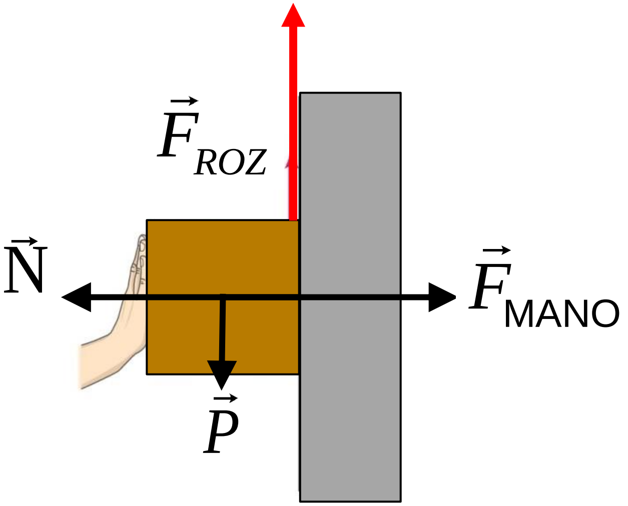


F. DE ROZAMIENTO DINÁMICA





$$F_{ROZ}^{Dina} = \mu_{DIN} N$$

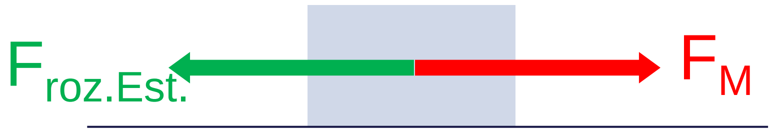


La Fuerza de Rozamiento tiene la dirección perpendicular a la Fuerza Normal entre los cuerpos que se mueven en movimiento relativo. No depende del tamaño de la superficie de contacto.

El coeficiente de rozamiento dinámico μ_{DIN} es característico del par de cuerpos

F. DE ROZAMIENTO ESTÁTICA

Si empujamos un bloque y no se mueve es porque la fuerza que ejercemos es menor que la fuerza de rozamiento estática



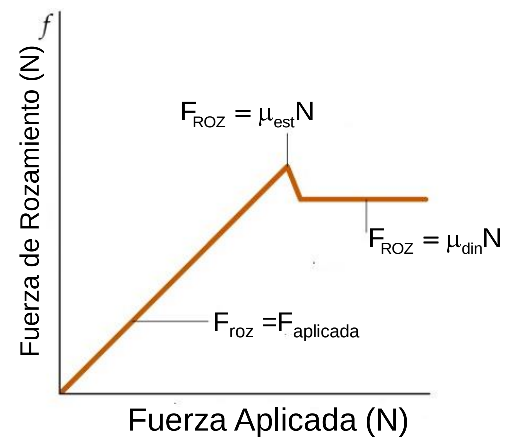
Si empujamos un poco más fuerte, el bloque todavía no se mueve. Esto quiere decir que la fuerza de rozamiento ha aumentado y ha compensado la fuerza ejercida. Sin embargo, si la fuerza sigue aumentando llega un momento en que se mueve.

La magnitud de la fuerza de rozamiento estática puede variar desde cero hasta un valor máximo.

$$0 \le F_{ROZ}^{est} \le F_{MAX}$$

El valor máximo es: $F_{ROZ}^{est}(\text{máxima}) = \mu_{est} N$

Considerando un par de objetos $\mu_{est} > \mu_{din}$



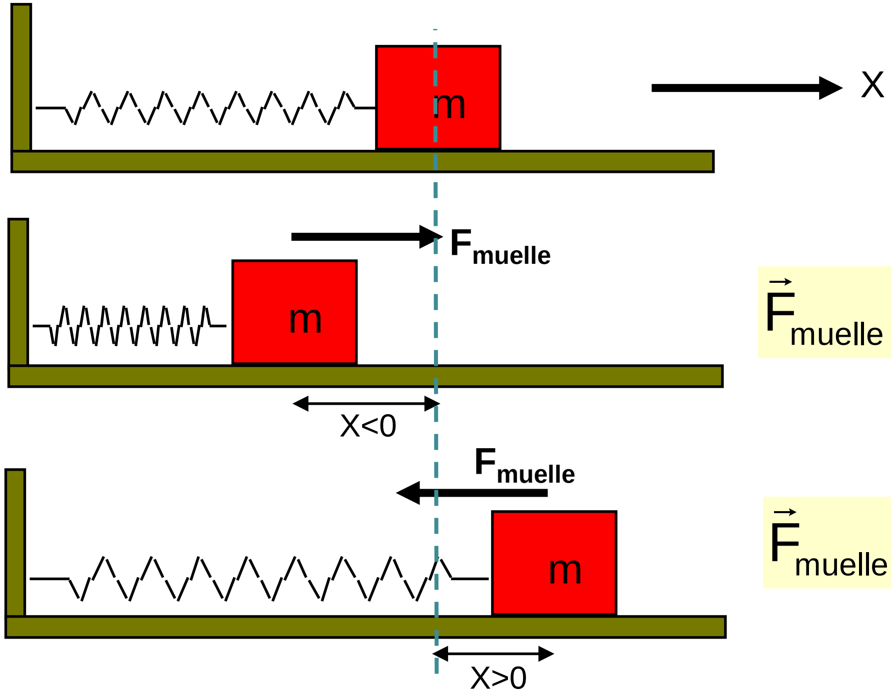
FUERZA ELÁSTICA

La fuerza que ejerce un muelle al objeto al que está unido viene dada por:

$$\vec{F}_{muelle} = -k \cdot (\vec{l} - \vec{l}_{eq}) = -k \cdot \vec{x}$$

K = cte de elasticidad del muelle N/m

IMPORTANTE: el signo (-) indica que la fuerza se opone a la deformación del muelle, es decir el muelle ejerce una fuerza cuyo sentido es tal que intenta recuperar su longitud de equilibrio. El módulo de la fuerza NO es constante y su dirección (la de $\vec{x}$) es la que tiene el muelle.



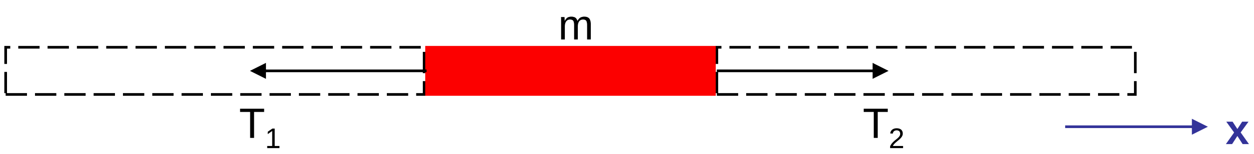
$$\vec{F}_{muelle} > 0$$ Tira del muelle para estirarlo

$$\vec{F}_{muelle} < 0$$ Tira del muelle para encogerlo

TENSIÓN

Una cuerda estirada “tira” de un objeto con una fuerza llamada **tensión,** dirigida a lo largo de la dirección de la cuerda

Si consideramos un trozo de cuerda:



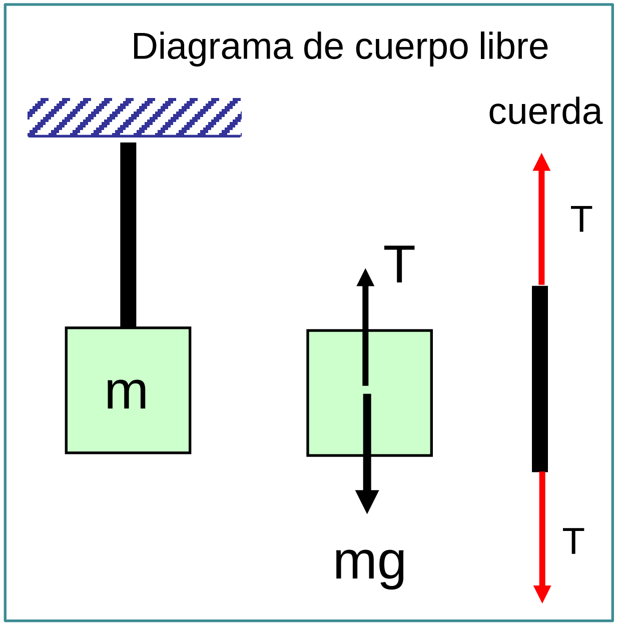
Resolvemos la 2ª Ley de Newton en la dirección ***x***:

$$\sum F_x = T_2 - T_1 = m \cdot a_x$$

Si consideramos que la cuerda tiene m~0 (SIEMPRE VA A SER ASÍ EN ESTE CURSO)

$$T_2 - T_1 = 0$$
$$T_2 = T_1$$

Estas cuerdas reciben el nombre de ideales.



PASOS PARA RESOLVER UN PROBLEMA

PRIMERO:

- Dibujar el diagrama de cuerpo libre de cada objeto por separado.

SEGUNDO:

- Elegir un sistema de coordenadas: la dirección y sentido de los ejes de coordenadas. Es conveniente elegirlo de manera que la resolución del problema sea lo más sencilla posible. Para ello nos fijamos en las direcciones de las fuerzas que se ejercen, y en las direcciones de las posibles aceleraciones.

TERCERO:

- Plantear las ecuaciones de la 2ª ley de Newton.

CUARTO:

- Buscar las posibles restricciones. Ejemplo: si en alguna dirección la **a** es cero o si tiene que cumplir alguna relación concreta, como en el caso de la aceleración normal.

MOMENTO LINEAL

El momento lineal o cantidad de movimiento $\vec{p}$ se define como:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \qquad kg \cdot m \cdot s^{-1}$$

$$p_x = m \cdot v_x$$

$$p_y = m \cdot v_y$$

$$p_z = m \cdot v_z$$

La 2ª ley de Newton se puede reformular a partir del momento lineal como:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Es decir, un cambio rápido de la cantidad de movimiento requiere una fuerza resultante grande, mientras que un cambio lento de la cantidad de movimiento requiere de una fuerza resultante menor.

CONSERVACIÓN DEL MOMENTO LINEAL

Como:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Si $\sum \vec{F} = 0$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \qquad \vec{p} = cte$$

$$\text{Si } \sum \vec{F}_x = 0 \Rightarrow p_x = cte$$

$$\text{Si } \sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow p_y = cte$$

$$\text{Si } \sum \vec{F}_z = 0 \Rightarrow p_z = cte$$

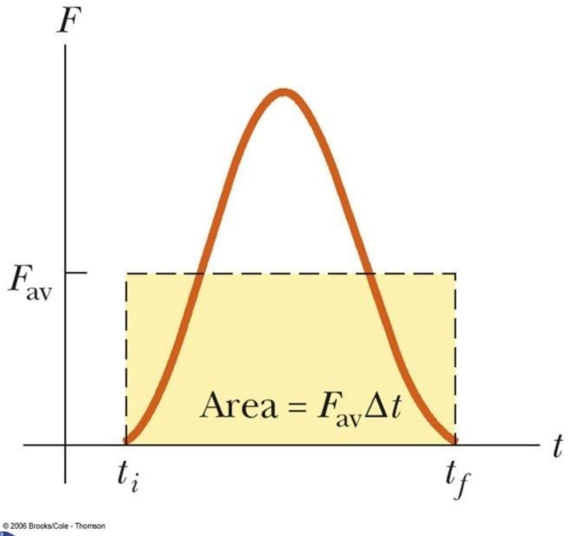
Si la resultante de Fuerzas sobre una partícula es cero, su momento lineal es constante

IMPULSO

$$\vec{F}dt = d\vec{p} \qquad \int_{\vec{p}_1}^{\vec{p}_2} d\vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt \qquad \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \Delta\vec{p} = \vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt$$

Donde I es el impulso, que es una magnitud vectorial, de dirección y sentido la de F, cuyo significado es el cambio en el momento lineal de la partícula

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt = m \cdot \vec{v}(t_2) - m \cdot \vec{v}(t_1)$$



El impulso generado por una fuerza durante un Δt, es igual al área bajo la curva fuerza-tiempo, en dicho intervalo de tiempo.

El impulso producido por una fuerza no constante es equivalente al de una fuerza promedio durante el mismo intervalo de tiempo

Ejemplo: Un tenista imprime a la pelota en el saque una velocidad de 65 m/s. Si la masa de la pelota es de 60 g, y el contacto con la raqueta dura 0.03 s, ¿Cuál es la fuerza media sobre la pelota?

MOMENTO DE UNA FUERZA

Esta cantidad evalúa la capacidad de una fuerza de producir giros.

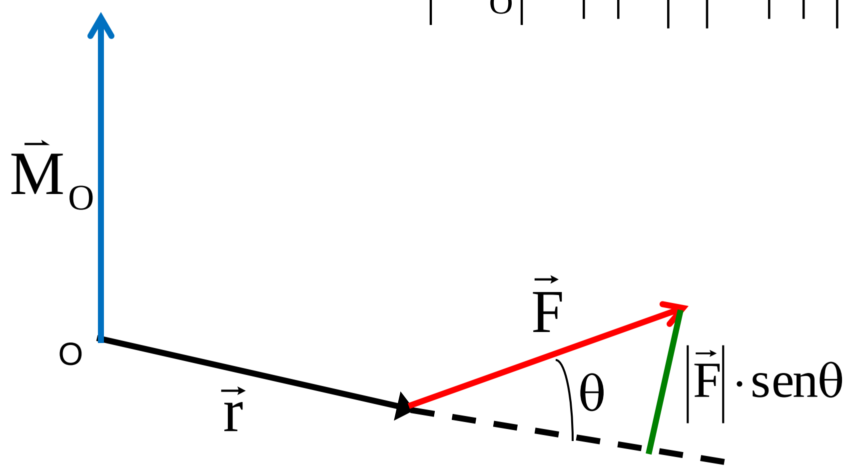
Consideremos un punto en el espacio fijo O. Si el punto de aplicación de la fuerza **F** respecto el punto O viene dado por el vector de posición **r**, se define el momento de la fuerza **M$_O$** respecto el punto O como el producto vectorial de **r** con **F**

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F} \qquad \mathrm{N \cdot m}$$

Por tanto el resultado es un vector, de módulo

$$\left|\vec{M}_O\right| = \left|\vec{r}\right| \times \left|\vec{F}\right| = \left|\vec{r}\right| \cdot \left|\vec{F}\right| \cdot \mathrm{sen}\theta$$

y perpendicular al plano formado por **r** y **F**

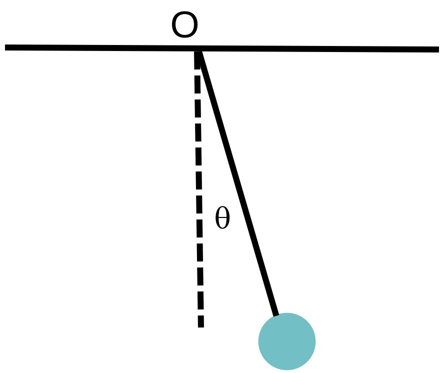


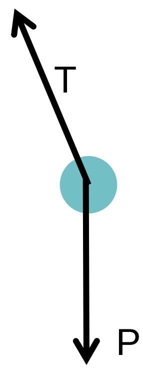
M$_O$=0 si:

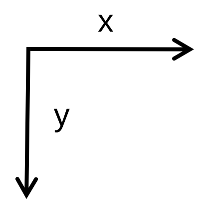
- El ángulo que forman **r** y **F** es 0º o 180º
- El punto de aplicación de **F** es O

EJEMPLO

Un péndulo está formado por una bola de masa 0.5 kg sujeto del techo en el punto O por una cuerda de longitud L=0.5 m. Cuando el péndulo forma un ángulo de 30º con la vertical, calcular el momento de las fuerzas resultante sobre la bola respecto al punto O.







$$\vec{M}_O = \sum \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r}_{Peso} \times \vec{P} + \vec{r}_{Tensión} \times \vec{T}$$

$$\vec{r}_{Peso} = L\text{sen}\theta\, \vec{i} + L\cos\theta\, \vec{j}$$

$$\vec{P} = Mg\, \vec{j}$$

$$\vec{r}_{Tension} = L\text{sen}\theta\, \vec{i} + L\cos\theta\, \vec{j}$$

$$\vec{T} = -\left|\vec{T}\right| \text{sen}\theta\, \vec{i} - \left|\vec{T}\right| \cos\theta\, \vec{j}$$

$$\vec{r}_{Peso} \times \vec{P} = MgL\text{sen}\theta\, \vec{k}$$

$$\vec{r}_{Tensión} \times \vec{T} = 0$$

$$\vec{M}_O = MgL\text{sen}\theta\, \vec{k} = 0.5 \cdot 9.8 \cdot 0.5 \cdot \text{sen}30\, \vec{k} = 1.2\, N \cdot m\, \vec{k}$$

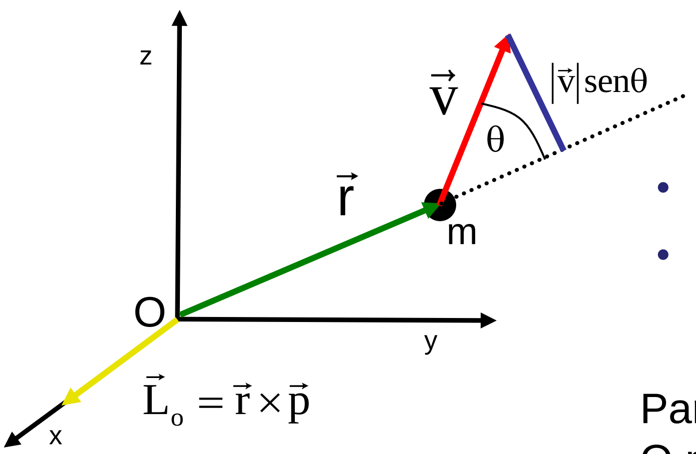
MOMENTO ANGULAR

Sea una partícula de masa m, de vector de posición **r** y que se mueve con velocidad **v**. Su momento lineal es $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

El momento angular de esta partícula respecto al origen O se define como:

$$\vec{L}_o = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times (m \cdot \vec{v})$$

$$\left|\vec{L}_o\right| = m\left|\vec{r}\right| . \left|\vec{v}\right| \mathrm{sen}\theta$$



- **L_O** es perpendicular al plano formado por **r** y **v**.
- **L_O**, en general, cambia en magnitud y dirección mientras la partícula se mueve.

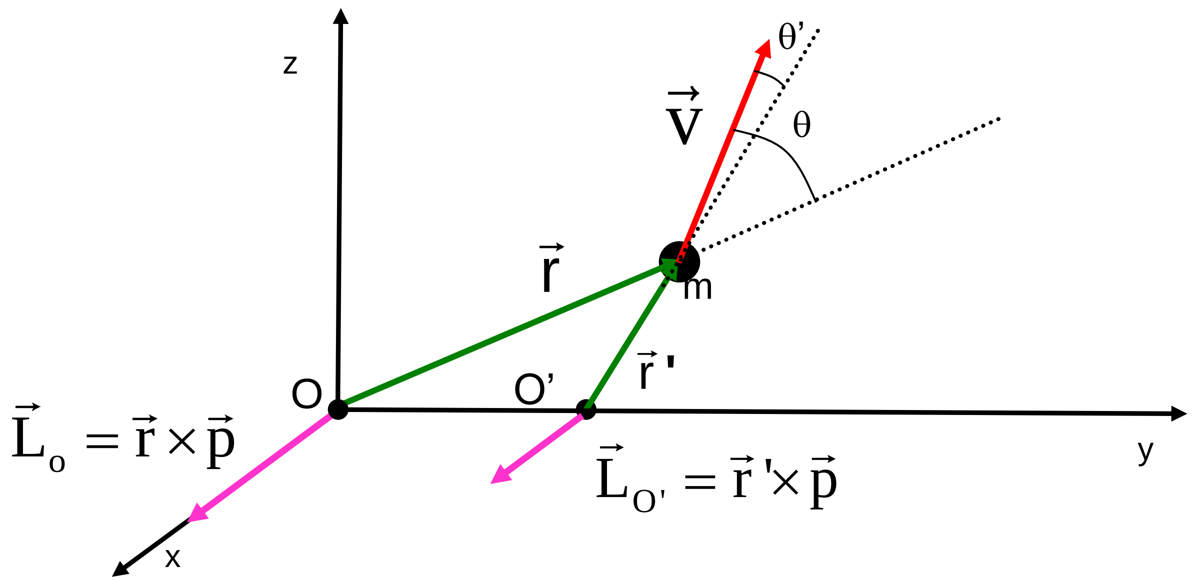
Para el caso en que la partícula se mueva en un plano, y O pertenezca al plano, la dirección de **L_O** permanecerá constante ($\perp$ plano)

MOMENTO ANGULAR

IMPORTANTE:

El momento angular SIEMPRE se calcula respecto a un punto (o respecto a un eje como veremos en el tema de sólido rígido). Por tanto, su valor depende del punto respecto al que se calcula.

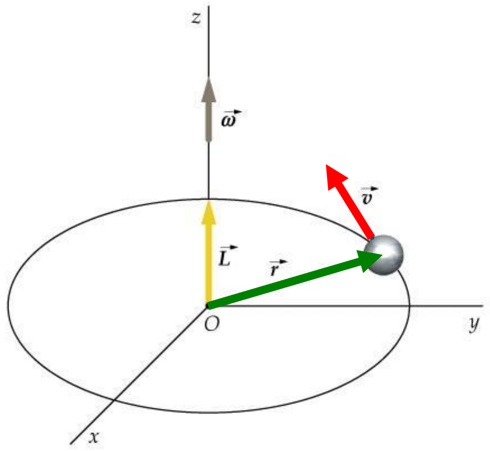
Ejemplo: Si el punto O se coloca en la masa m, **r**=0 y por tanto $\mathbf{L_O}$ =0



MOMENTO ANGULAR

Si el movimiento de la partícula es circular y el punto O está situado en el centro de la circunferencia, puesto que **r** y **v** son perpendiculares, **L** queda reducido a:

$$\left|\vec{L}_o\right| = m\left|\vec{r}\right|.\left|\vec{v}\right| \mathrm{sen}90 = m\omega R^2$$ Con dirección perpendicular al plano de movimiento



Con O en el centro de la circunferencia

MOMENTO ANGULAR

Si calculamos la variación temporal de **L**

$$\frac{d\vec{L}_o}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r}\times\vec{p}) = \frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{p} + \vec{r}\times\frac{d\vec{p}}{dt} = \cancel{\vec{v}\times\vec{p}} + \vec{r}\times\sum\vec{F} = \vec{r}\times\sum\vec{F} = \vec{M}_o(\sum\vec{F})$$

$$\frac{d\vec{L}_o}{dt} = \vec{M}_o(\vec{F})$$

donde tanto **L** como **M** están calculados respecto el mismo punto O

Variación temporal de **L=** Momento de las fuerzas

Esta ley es muy importante puesto que es la equivalente a la 2ª ley de Newton, pero referida a rotaciones

Ejercicio: Si el vector de posición de un objeto de masa 6 Kg. viene dado por: $\vec{r} = t\vec{i} + 3t^2\vec{j} - 2(t+1)\vec{k}$ determinar: momento lineal, momento angular respecto el origen, resultante de fuerzas y momento de la fuerza resultante. Comprobar la relación entre **L** y **M**

CONSERVACIÓN MOMENTO ANGULAR

Nos planteamos cuando:

$$\frac{d\vec{L}_o}{dt} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \begin{array}{l} \vec{M}_o(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F} = 0 \\ \vec{L}_0(t) = cte \end{array}$$

$$\vec{M}_o(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F} = 0 \text{ si:}$$

- **F** = 0. No hay fuerzas o la resultante es nula

- **r** = 0. La fuerza está aplicada en el punto respecto al cuál se calcula **M**

- **F** es paralela a **r**. Este caso es muy interesante porque es muy habitual. Las fuerzas que cumplen este requisito se llaman **CENTRALES.** Ejemplo: la fuerza de atracción gravitatoria entre el Sol y la Tierra.