

ENUNCIADOS DE PROBLEMAS

Autores: Profesorado del Dpto. Física
Universidad Carlos III de Madrid

TEMA 1. CINEMATICA DE LA PARTICULA Y MOVIMIENTO RELATIVO

1. Una partícula realiza un movimiento en espiral en el plano XY descrito por el vector posición $\mathbf{r} = (4 \sin t - 2t \cos t) \mathbf{i} + (4 \cos t + 2t \sin t) \mathbf{j}$, donde \mathbf{r} viene expresado en metros y t que es el tiempo en segundos. Determinar los vectores velocidad y aceleración en función del tiempo.

Sol: $\mathbf{v} = (2 \cos t + 2t \sin t) \mathbf{i} + (-2 \sin t + 2t \cos t) \mathbf{j}$ m/s $\mathbf{a} = 2t \cos t \mathbf{i} - 2t \sin t \mathbf{j}$ m/s²

2. Una partícula se mueve a lo largo de la curva $\{x=2t, y=t^2, z=3t\}$, siendo t el tiempo. Hallar a) la ecuación de la trayectoria, b) las componentes de la velocidad y de la aceleración a lo largo de la dirección $\mathbf{i}-3\mathbf{j}+2\mathbf{k}$ en el instante $t=0$ s.

Sol: a) $y=x^2/4, z=3x/2$. b) $v=8/(14^{1/2}), a=-6/(14^{1/2})$

3. El vector aceleración de una partícula en movimiento viene dado por $\mathbf{a} = 6t \mathbf{i} - 2 \mathbf{k}$ (unidades S.I.). En $t=0$ la partícula se encuentra en la posición $P_0(1,3,-2)$ m y transcurridos 3s su velocidad es $\mathbf{v} = 3 \mathbf{i} + 2 \mathbf{j} - 6 \mathbf{k}$ m/s. Determinar los vectores posición y velocidad de la partícula en cualquier instante.

Sol: $\mathbf{v}(t) = (3t^2 - 24) \mathbf{i} + 2 \mathbf{j} - 2t \mathbf{k}$ m/s; $\mathbf{r}(t) = (t^3 - 24t + 1) \mathbf{i} + (2t + 3) \mathbf{j} - (t^2 + 2) \mathbf{k}$ m.

4. Un punto P que parte del reposo, se mueve sobre la curva de ecuaciones $x=R(\omega t + \sin \omega t)$, $y=R(1 + \cos \omega t)$ con R y ω constantes. Determinar: a) Vectores velocidad y aceleración; b) Componentes intrínsecas de la aceleración; c) Radio de curvatura, r .

Sol: a) $\mathbf{v} = R(\omega + \omega \cos \omega t) \mathbf{i} - R\omega \sin \omega t \mathbf{j}$; $\mathbf{a} = -R\omega^2 \sin \omega t \mathbf{i} - R\omega^2 \cos \omega t \mathbf{j}$. b) $a_t = -R\omega^2 \sin \omega t / 2$, $a_n = R\omega^2 \cos \omega t / 2$. c) $r = 4R \cos \omega t / 2$

5. Un punto describe una trayectoria de radio $R = 20$ cm de modo que su desplazamiento angular θ (en radianes) está dado por la ecuación $\theta = 4 + 8t^3$ estando t medido en segundos. a) ¿Cuál es su aceleración normal al cabo de 2s?. b) ¿Cuál es su aceleración tangencial al cabo del mismo tiempo?. c) ¿Para que valor del ángulo θ la aceleración resultante forma un ángulo de 45° con el radio?

Sol: a) $a_n = 1843.20$ m/s²; b) $a_t = 19.20$ m/s²; c) $\theta = 14/3$ rad.

6. Una partícula de masa $m=2$ kg se mueve en el plano XY con aceleración constante. Para $t_0=0$ la partícula se encuentra en la posición $\mathbf{r}_0 = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ m con velocidad \mathbf{v}_0 . Para $t_1=2$ s la partícula se ha desplazado a la posición $\mathbf{r}_1 = 10\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ m y su velocidad ha cambiado a $\mathbf{v}_1 = 5\mathbf{i} - 6\mathbf{j}$ m/s. Determinar:

- a) aceleración de la partícula
b) velocidad de la partícula en función del tiempo
c) vector posición de la partícula en función del tiempo.

Sol: a) $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - 3.5\mathbf{j}$ m/s²; b) $\mathbf{v} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + (2\mathbf{i} - 3.5\mathbf{j})t$; c) $\mathbf{r} = (4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}) + (\mathbf{i} + \mathbf{j})t + \frac{1}{2}(2\mathbf{i} - 3.5\mathbf{j})t^2$.

7. Un muchacho hace girar una bola atada a una cuerda en un círculo horizontal de 0.8 m de radio. ¿Cuantas revoluciones por minuto realiza la bola si el módulo de su aceleración centrípeta es igual a la aceleración de la gravedad g ?

Sol: 33.5 min^{-1}

ENUNCIADOS DE PROBLEMAS

Autores: Profesorado del Dpto. Física
Universidad Carlos III de Madrid

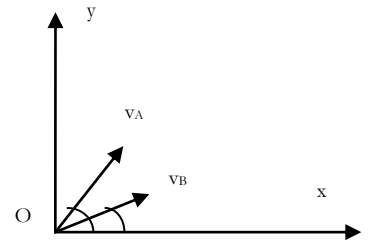
8. Un aeroplano vuela horizontalmente sobre el mar a una altura de 1 km y con una velocidad constante de 200 km/h. El aeroplano deja caer una bomba que debe impactar en un barco anclado en reposo sobre la superficie. Determinar:
- Cuanto tiempo antes de que el avión esté sobre el blanco debe dejar caer la bomba.
 - Cual es la distancia horizontal cubierta por la bomba.
 - Cual es la velocidad de la bomba cuando llega al suelo.

Sol: a) 14.29 s; b) 793.89 m; c) $\mathbf{v} = 55.55 \mathbf{i} - 140 \mathbf{j}$ m/s $v = 150.62$ m/s (módulo)

9. Un tren pasa por una estación a 30 m/s. Una pelota rueda sobre el piso del tren con una velocidad de 15 m/s de modo que a) tiene la misma dirección y el mismo sentido que el movimiento del tren; b) tiene la misma dirección, pero sentido opuesto y c) su dirección es perpendicular al movimiento. En cada caso, hallar la velocidad de la pelota con relación a un observador que se encuentra parado en el andén de la estación.

Sol: a) $45 \mathbf{i}$ (m/s), b) $15 \mathbf{i}$ (m/s); c) $30 \mathbf{i} + 15 \mathbf{j}$ (m/s).

10. Dos proyectiles A y B se disparan al mismo tiempo desde el punto O con las velocidades y ángulos siguientes ($v_A = 100$ m/s y $\theta_A = 60^\circ$; $v_B = 100$ m/s y $\theta_B = 30^\circ$) respecto al sistema de ejes coordenados fijo en tierra (ver figura). En el instante en que B alcanza su punto más alto, determinar la velocidad y aceleración de A respecto de B.

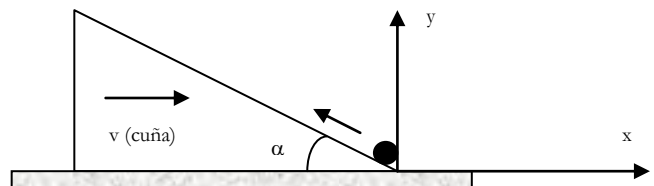


Sol: $\mathbf{v}_{A/B} = (-36.6 \mathbf{i} + 36.6 \mathbf{j})$ (m/s); $\mathbf{a}_{A/B} = 0$.

11. La posición de una partícula Q en un sistema de coordenadas S viene dada por el vector de posición $\mathbf{r} = (t^2 - 4t + 1) \mathbf{i} - 2t \mathbf{j} + 3t^2 \mathbf{k}$ (m); a) determinar la velocidad relativa constante del sistema S' respecto al sistema S si la posición de Q en S' se mide por $\mathbf{r}' = (t^2 + t + 2) \mathbf{i} - (2t + 5) \mathbf{j} + (3t^2 - 7) \mathbf{k}$ (m); b) demostrar que la aceleración de la partícula es la misma en ambos sistemas y determinar su valor.

Sol: \mathbf{v} (arrastre) = $-5 \mathbf{i}$ (m/s); b) $\mathbf{a} = \mathbf{a}' = 2 \mathbf{i} + 6 \mathbf{k}$ (m/s²).

12. Una partícula asciende por una cuña que forma con la horizontal un ángulo $\alpha = 30^\circ$ (ver figura). Su aceleración respecto a la cuña es de 3 m/s^2 . Si la cuña se mueve con velocidad $v = 2 + 4t$ a lo largo del eje x, y en $t = 0$ la partícula se encuentra en la base de la cuña y comienza a ascender por ella, determinar la posición de la partícula en función del tiempo visto por un observador inercial. Tomar como ejes del sistema de referencia inercial el mostrado en la figura.



Sol: $\mathbf{r}(t) = (2t + 0.7t^2) \mathbf{i} + 0.75t^2 \mathbf{j}$ (m)