MOVIMIENTO CIRCULAR

1. Objetivos

El objetivo de la práctica es el estudio de los movimientos circular uniforme y circular uniformemente acelerado. También se estudia la ecuación de movimiento para la rotación de un sólido rígido y se propone calcular un momento de inercia.

2. Fundamentos teóricos

El movimiento circular es un movimiento curvilíneo cuya trayectoria es un círculo. Es, por ejemplo, el movimiento de cualquier punto de un disco o de una rueda en rotación. Como primera aproximación, es el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra y del electrón alrededor del protón en un átomo de hidrógeno. Debido a la rotación diaria de la Tierra, todos los cuerpos que están en su superficie tienen un movimiento circular en relación con el eje de rotación terrestre.

2.1 Ecuaciones del movimiento circular uniforme.

En un movimiento circular con velocidad constante la velocidad, v, es tangencial al círculo. Se miden distancias recorridas a lo largo de la circunferencia (el arco), s.

Las ecuaciones son similares a las de un movimiento rectilíneo uniforme (con velocidad constante) pero en vez de espacio, s, o distancia recorrida ahora tenemos espacio angular barrido, θ, y en vez de velocidad lineal, v, velocidad angular, ω , ángulo barrido por unidad de tiempo, (Ver Figura 1).

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R} \qquad [1]$$

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\theta}}{dt} = \overrightarrow{\omega_0} \qquad [2]$$

$$\vec{\theta} = \vec{\theta_0} + \vec{\omega} t \qquad [3]$$

R es la distancia al eje de giro.

En este movimiento el vector velocidad, $\vec{v}$, tiene el mismo módulo pero varía en dirección y sentido. Esto ocasiona una aceleración, la aceleración normal,

$a_N = \frac{v^2}{R}$, dirigida hacia el eje de giro.

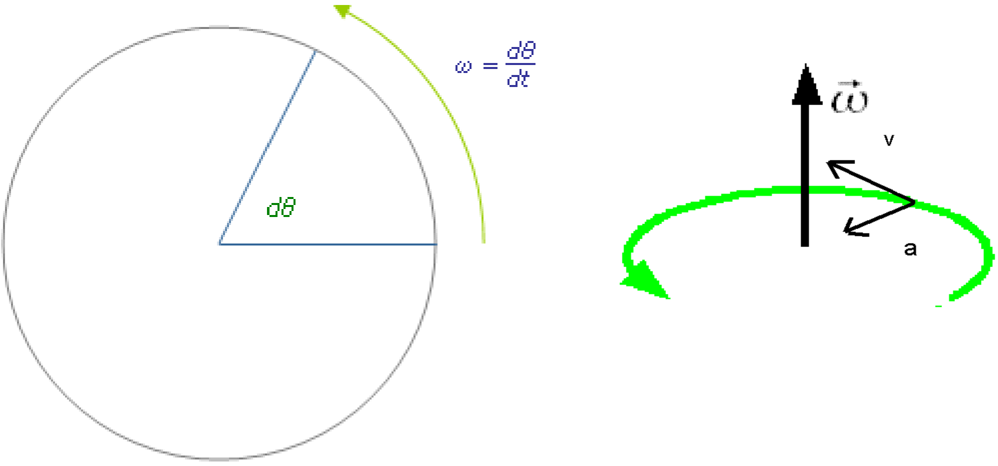

Figura 1.

2.2 Ecuaciones del movimiento circular uniformemente acelerado.

Cuando la velocidad angular de una partícula en movimiento circular cambia con el tiempo, la aceleración angular, α , se define como

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \qquad [4]$$

Las ecuaciones que se obtienen son:

$$\vec{\omega} = \vec{\omega_0} + \vec{\alpha}t \qquad [5]$$

$$\vec{\theta} = \vec{\theta_0} + \vec{\omega_0}t + \frac{1}{2}\vec{\alpha}t^2 \qquad [6]$$

Aparte de [1] y la aceleración normal ahora tenemos una aceleración tangencial, $a_T = \alpha R$. (Ver Figura 2).

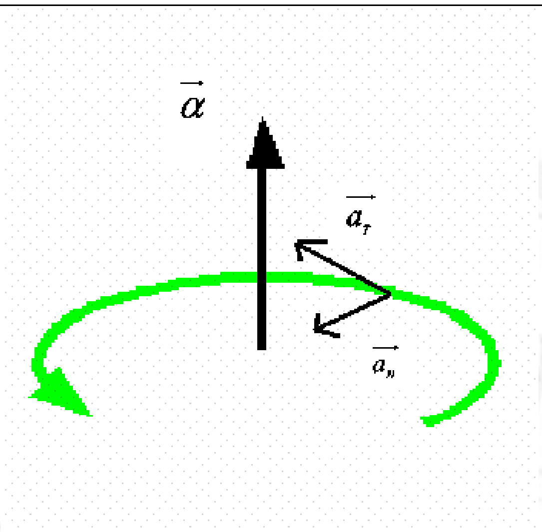

Figura 2.

2.3 Relación entre el momento de fuerzas y la aceleración angular.

La segunda ley de Newton nos indica la relación existente entre las fuerzas comunicadas a un móvil y la aceleración producida, $\vec{F} = m\vec{a}$,[7]. Ahora estamos estudiando un movimiento circular y en vez de fuerzas hablamos de momentos de fuerzas. El momento de una fuerza es la fuerza por la distancia al eje de giro, $\vec{M} = \vec{R} \times \vec{F}$. (Ver Figura 3). Éste momento de fuerzas no origina un desplazamiento, sino una rotación, produciendo una aceleración angular.
En similitud con [7] sustituyendo las fuerzas por los momentos y la aceleración por la aceleración angular se llega a $\vec{M} = I\vec{\alpha}$, [8], donde I es el momento de inercia que depende de la distribución de masas y de la geometría del cuerpo y tiene dimensiones de ML^2 . (En el caso de una moneda es $I = \frac{1}{2} mR^2$).

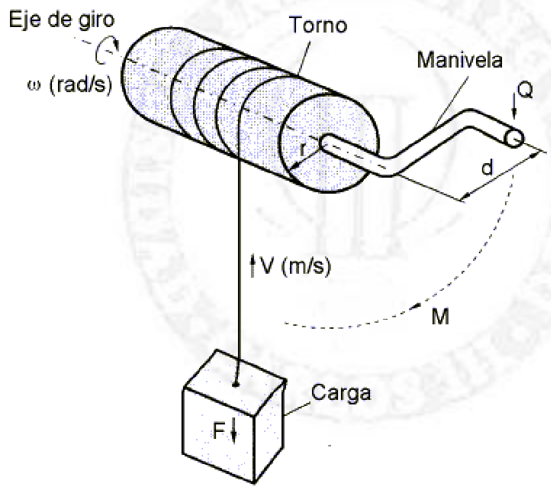

Figura 3.

3. Material

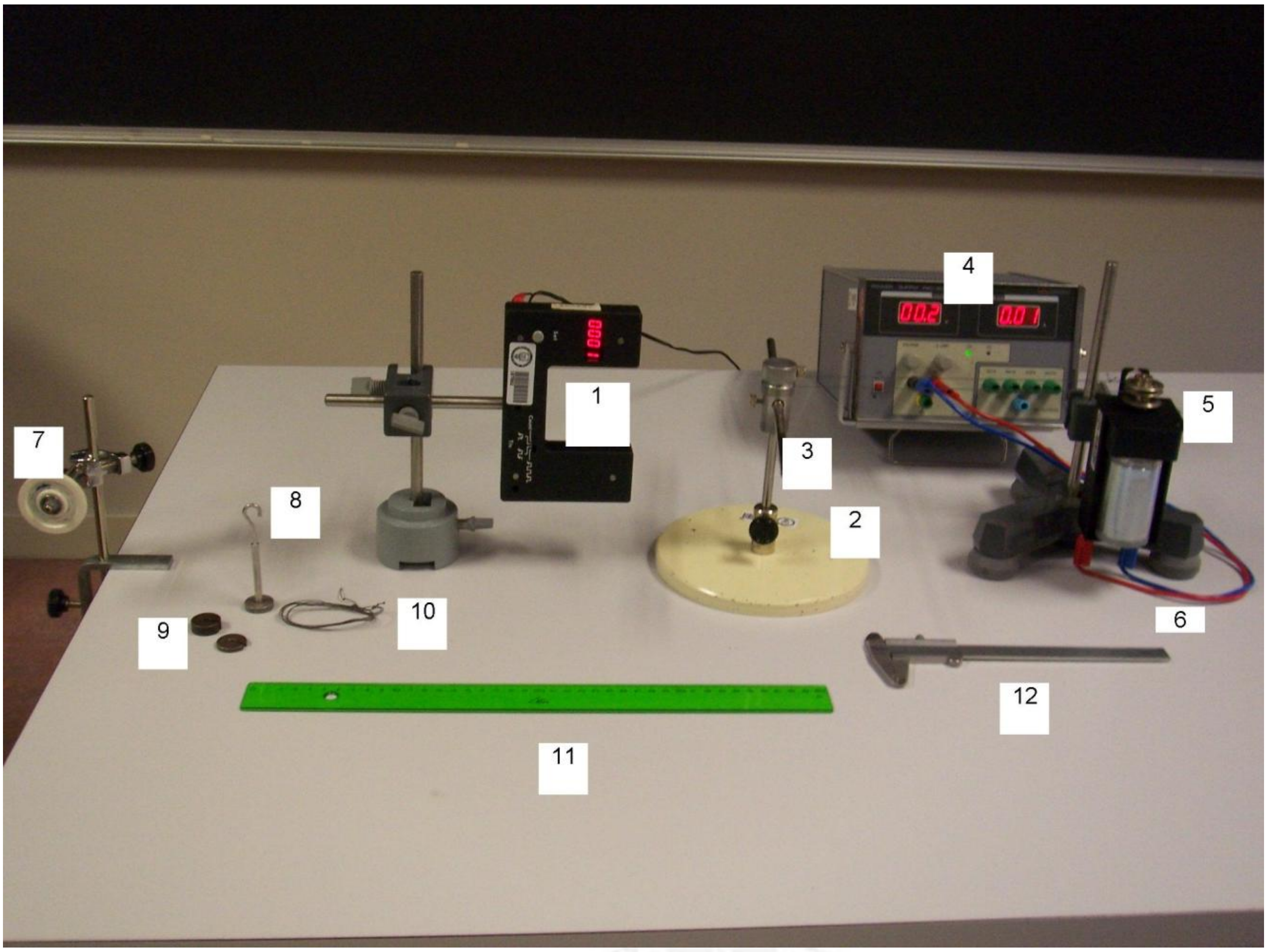

Figura 4.

1. Puerta fotoeléctrica.
2. Soporte para la varilla.
3. Varilla.
4. Fuente de alimentación.
5. Motor.
6. Cables.
7. Polea con fijación en el extremo de la mesa.
8. Portapesas.
9. Masas para colgar sobre el portapesas.
10. Cuerda.
11. Regla graduada.
12. Calibre.

4. Método experimental

4.1 Movimiento circular uniforme.

El montaje experimental se indica en la Figura 5.

Conectar el motor a la fuente de alimentación de corriente continua. Encender la fuente de alimentación y ajustar el voltaje de modo que la varilla rote lo más lentamente posible pero uniformemente (sin que el motor se pare). **En ningún caso la corriente debe superar los 1.5 A o se corre el riesgo de quemar el motor.**

Ahora vamos a medir la velocidad lineal de la varilla (en la posición de la fotocélula) y la velocidad angular de rotación. Para ello:

- Ver 4.3 para conocer como funciona la puerta fotoeléctrica.
- Para medir la velocidad lineal, realizar la medida de t_2 (tiempo que tarda en pasar el extremo de la varilla por la puerta fotoeléctrica) tres veces.
- Para medir la velocidad angular, realizar la medida de t_3 (tiempo transcurrido en el paso de dos extremos consecutivos de la varilla, lo cual corresponde a un ángulo de 180º) otras tres veces.

Realizar el proceso descrito para 5 velocidades de rotación diferentes (aumentando el voltaje). Las velocidades elegidas deben:

- Diferir lo suficiente como para que los tiempos medidos t_2 y t_3 varíen su valor.
- No superar los 1.5A en la fuente de alimentación.

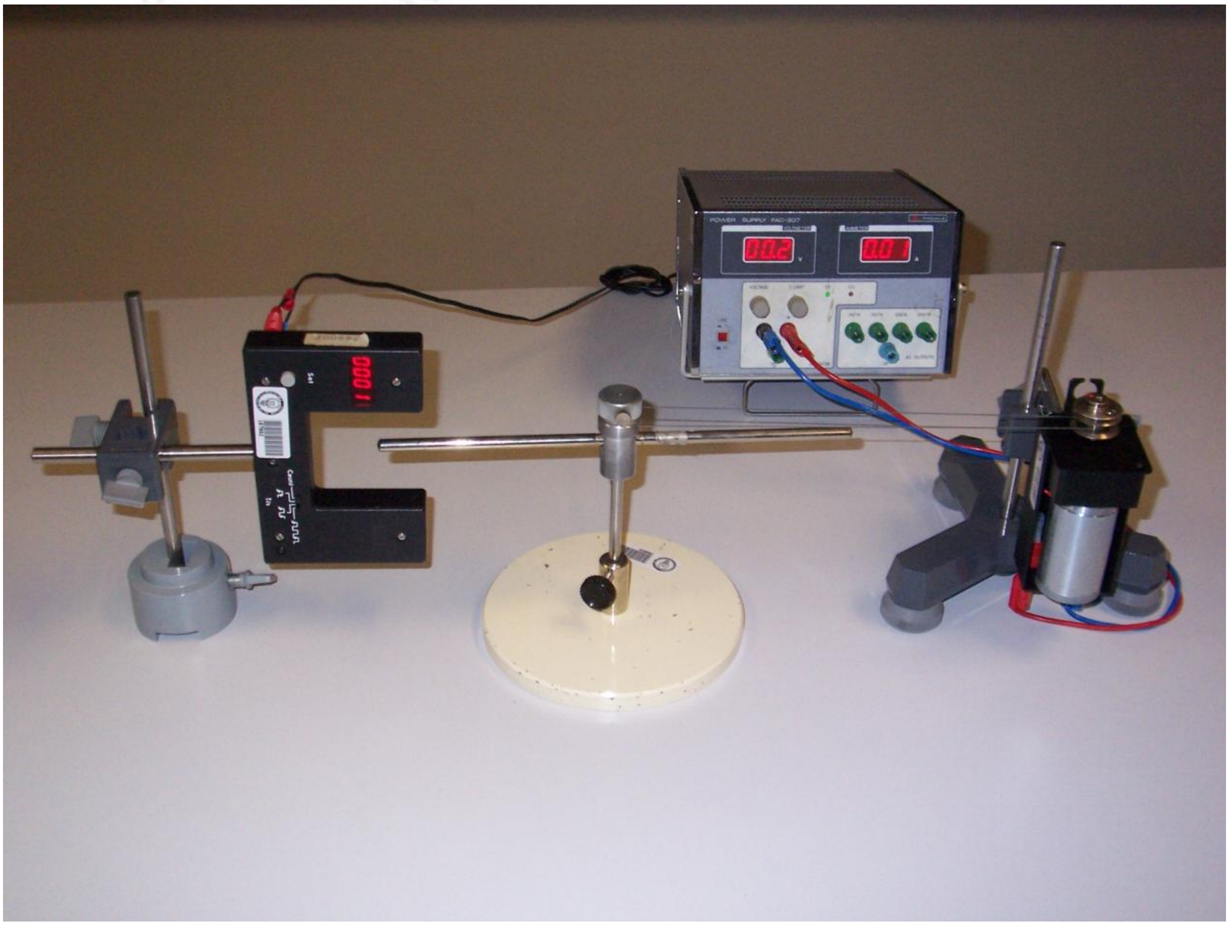

Figura 5.

4.2 Movimiento circular uniformemente acelerado.

Realizar el montaje de la Figura 6. Para ello enroscar la cuerda en el soporte de la varilla de manera que al soltarse la pesa observemos que realmente la varilla empieza a girar aumentando su velocidad. Comprobar que la varilla da varias vueltas antes de pararse, después de desenroscarse la cuerda.
r es el radio del cilindro donde se enrosca la cuerda.

Colocar sobre el portapesas una masa de 10g.

Ahora vamos a obtener experimentalmente la relación entre velocidad lineal "v" de la varilla y la distancia angular θ. Más tarde compararemos el resultado con el esperado según la teoría (ver apéndice 5.1). Se van a realizar 5 medidas (a diferente angulo θ) del tiempo de paso de la varilla por la puerta fotoeléctrica $\overline{t_2}$. La velocidad lineal **v** se podrá obtener dividiendo el ancho de la varilla por el tiempo $\overline{t_2}$ de cada paso. En concreto, vamos a medir en los 5 ángulos: $\theta = \pi/2$, $\theta = 3\pi/2$, $\theta = 5\pi/2$, $\theta = 7\pi/2$ y $\theta = 9\pi/2$. El procedimiento es como sigue:

- Seleccionar el modo de la puerta para medida de $\overline{t_2}$.
- Para medir en $\theta = \pi/2$ ponemos en posición de ángulo recto la varilla y la puerta fotoeléctrica, como en la Figura 6. Activamos el trigger de la puerta (botón set) y soltamos la varilla, por lo que comenzará a girar con movimiento uniformemente acelerado. Cuando el extremo de la varilla llega a la puerta, el espacio angular recorrido es 90º y en ese preciso instante la puerta tomará la medida de $\overline{t_2}$, y de aquí se saca la velocidad lineal, $v(\theta = \pi/2)$.
- Para medir el caso $\theta = 3\pi/2$, volvemos a la situación inicial (cuerda enroscada y varilla sujeta con la mano). Ahora soltamos la varilla **sin activar el trigger de la puerta**. Una vez que pase el primer extremo (ángulo recorrido: $\pi/2$) por la puerta hay que activar el trigger antes de que pase el otro extremo de la varilla (ángulo recorrido: $3\pi/2$). En el momento en que dicho extremo corte el haz de la puerta, ésta tomará la medida deseada, ya que el espacio de giro recorrido antes de que el segundo extremo pase por la puerta será de $\theta = 3\pi/2$.
- Seguimos hasta tener los 5 ángulos diferentes, teniendo en cuenta que la puerta debe ser activada justo antes del paso de la varilla en que deseemos medir, por lo que cada vez se requerirán "más reflejos" para realizar la medida. Por ejemplo para el caso de $\theta = 9\pi/2$ habrá que dejar que la varilla pase 4 veces por la fotocélula antes de activar el trigger y se medirá el quinto paso (por supuesto, esto equivale a dos pasos de cada uno de los dos extremos de la varilla).

Completar la tabla con los 5 valores de $\overline{t_2}$ obtenidos y calcular a partir de ellos las velocidades lineales **v** que poseía la varilla en cada ángulo.

Repetir el mismo procedimiento sustituyendo la masa de 10g sobre el portapesas por una de 20g.

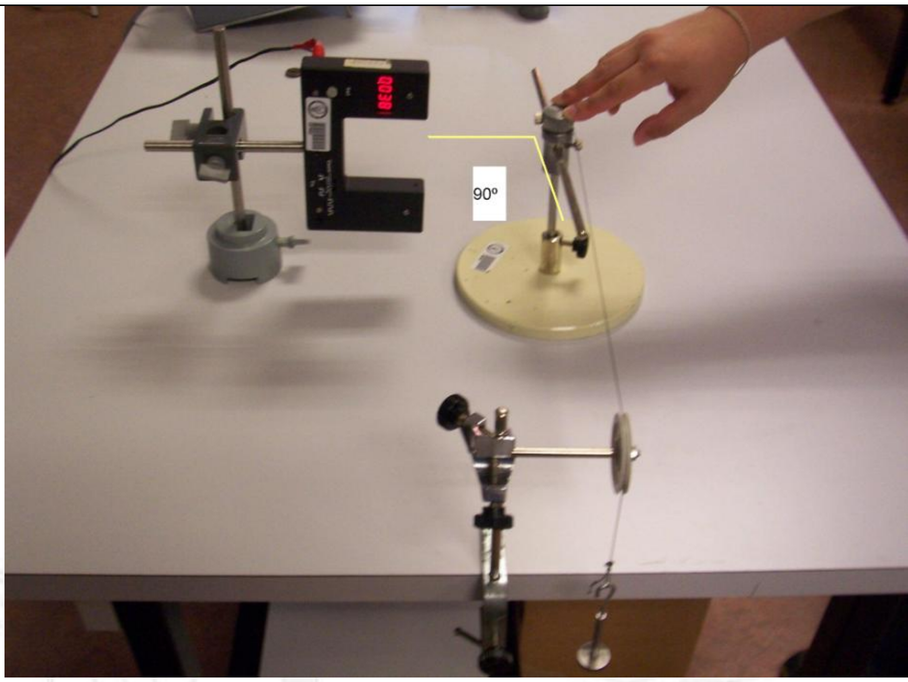

Figura 6.

4.3. Puerta fotoeléctrica.

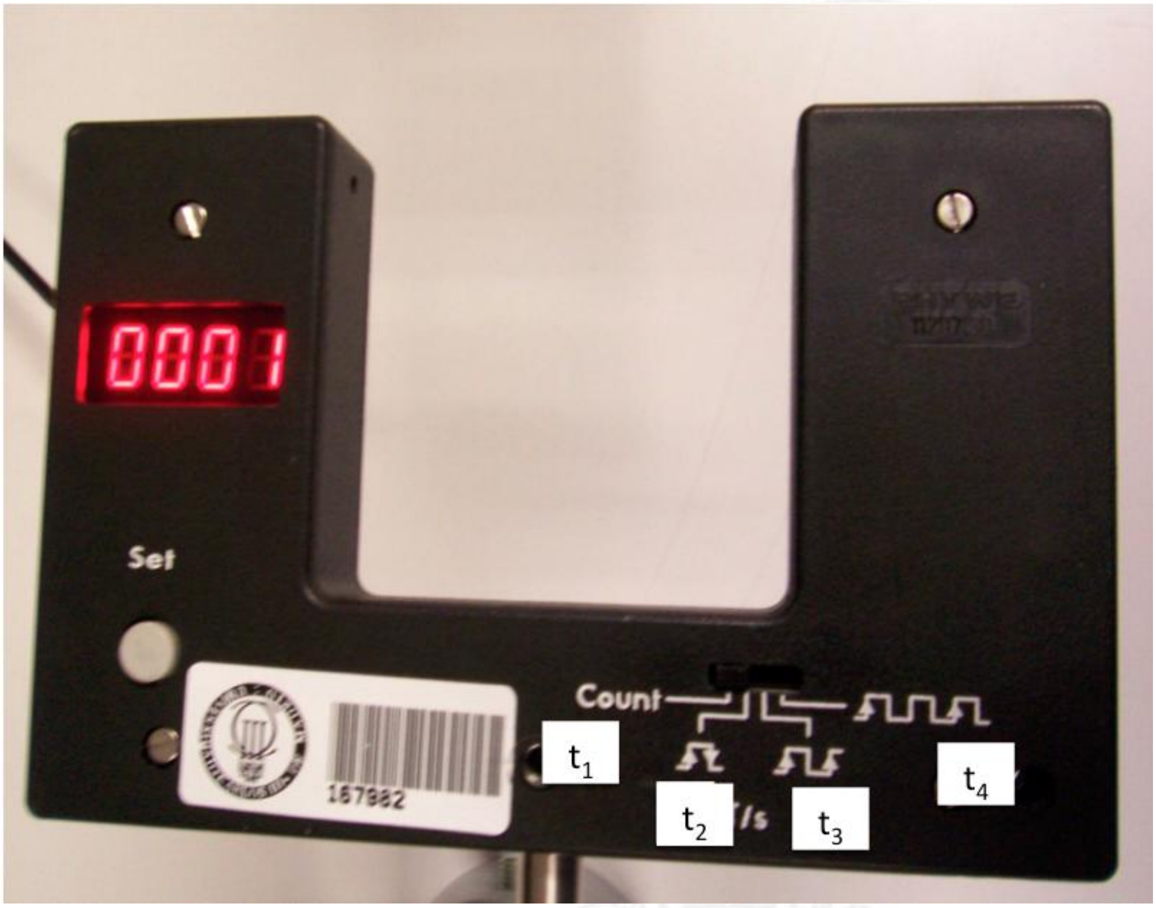

Figura 7.

Comprobar que la puerta está conectada a la red.

Para medir t_2 poner la pestaña (parte inferior derecha de la figura) en la segunda posición (al lado de *Count*). Se mide el tiempo en segundos que tarda en pasar el extremo de la varilla por la puerta, es decir, el tiempo que la célula está tapada.

Poner a cero de nuevo la puerta con el botón *Set*.

Para medir $t_3$poner la pestaña en la tercera posición (contando desde *Count* otra vez).
La puerta empieza a contar cuando pasa un extremo y se para cuando pasa el siguiente extremo. Luego t_3 es el tiempo empleado para barrer un espacio angular de 180º.

5.1 Relación entre la velocidad lineal y el espacio angular recorrido en un movimiento circular uniformemente acelerado.

El movimiento comienza del reposo. En $v = wR$ sustituimos $w = \alpha t$ con lo que nos queda $v = \alpha R t$. De [6] $t = \sqrt{2\theta / \alpha}$ y sustituyendo se llega a:

$$v = \sqrt{2\alpha\theta}R \qquad [9]$$

En esta ecuación tomamos logaritmos.

$$\ln v = \frac{1}{2}\ln(2\alpha) + \frac{1}{2}\ln\theta + \ln R \qquad [10]$$

5.2 Relación entre el momento de fuerzas y la aceleración angular.

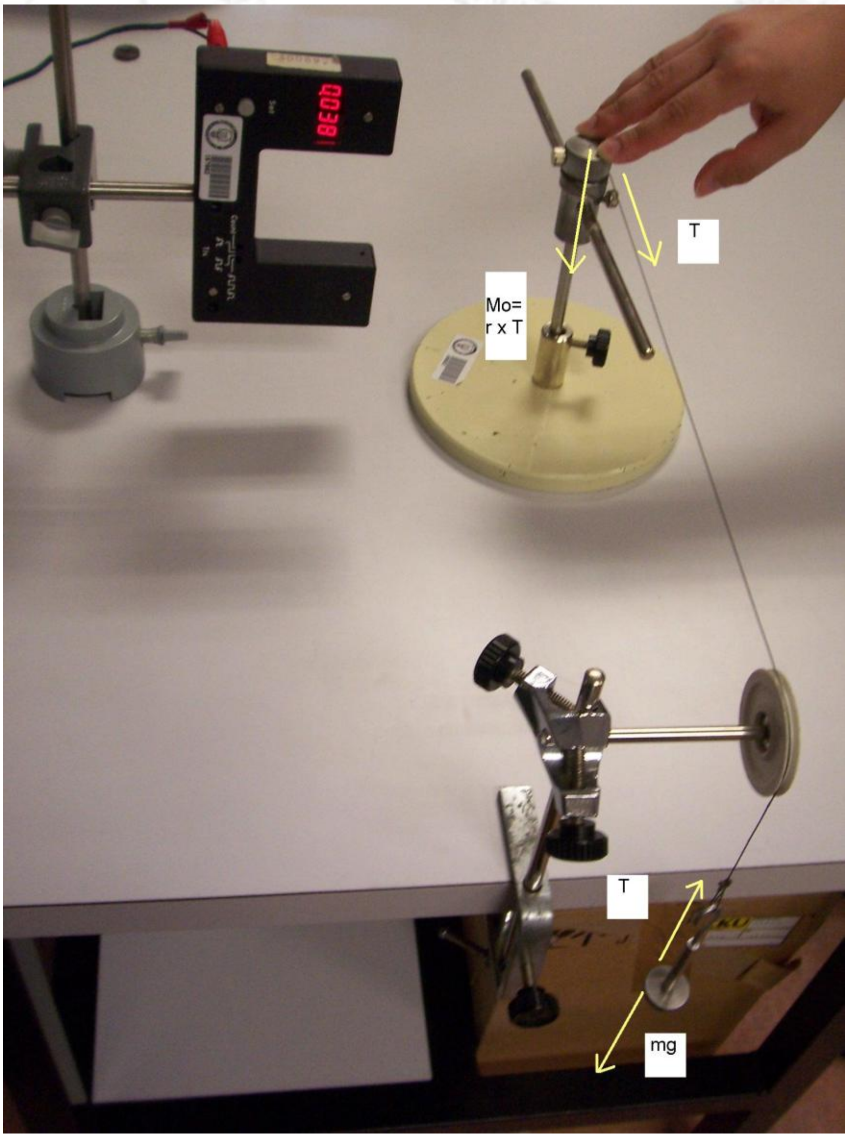

Figura 8.

Ver Figura 8. De la ecuación [8] y teniendo en cuenta que la única fuerza que actúa es la tensión de la cuerda, en módulo:

$$rT = I\alpha \qquad [11]$$

Para obtener la tensión de la cuerda nos fijamos en el portapesas y aplicamos [7].

$$m_{porta}g - T = m_{porta}a \qquad [12]$$

De $a = \alpha r$ sustituimos en [11] y el momento de inercia nos queda:

$$I = \frac{m_{porta}gr}{\alpha} - m_{porta}r^2 \qquad [13]$$

El momento de inercia es siempre positivo, $I > 0$:

$$\alpha r < g \qquad [14]$$