Departamento de Física
Laboratorio de Mecánica

MOMENTO DE INERCIA DE UN DISCO. EL PÉNDULO DE TORSIÓN.

1. Objetivos

El objetivo de esta práctica es determinar, a través de medidas experimentales, el momento de inercia de un sólido rígido y la constante de torsión de un muelle helicoidal mediante el procedimiento dinámico.

2. Fundamentos teóricos

La balanza de torsión es un dispositivo creado por el físico Charles-Augustin de Coulomb en el año 1777, con el objeto de medir fuerzas débiles. El principio físico en el que se basa es la resistencia que opone un alambre o un muelle helicoidal a la torsión.

En un muelle elástico, la fuerza aplicada es proporcional a la deformación del muelle según la ley de Hooke:

$$F = k \cdot x \quad [1]$$

donde k se denomina constante elástica del muelle y se mide en N/m.

Para los muelles helicoidales existe una ley similar, la diferencia es que se aplica un momento en vez de una fuerza, y la deformación es un desplazamiento angular θ:

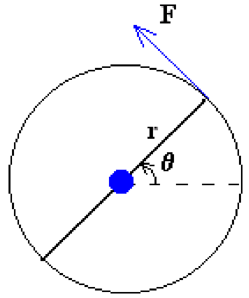

Figura 1

$$\tau = F \cdot r = K \cdot \theta \quad [2]$$

K se denomina constante de torsión (o momento director) y se mide en N·m

Cálculo dinámico de la constante de torsión

Si se separa el disco soporte un cierto ángulo de su posición de equilibrio y se suelta, el disco comienza a oscilar. Cuando el disco soporte se ha desviado un ángulo θ y se suelta el muelle ejerce sobre el disco soporte un momento de sentido contrario al desplazamiento angular:

$$\tau = -K \cdot \theta \quad [3]$$

Aplicando la segunda ley de Newton para movimiento rotacional se obtiene:

$$\tau = -K \cdot \theta = I \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad [4]$$

donde I es el momento de inercia total. Esta expresión se puede escribir como:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{K}{I}\cdot\theta=0 \;, \qquad [5]$$

ecuación que corresponde a un movimiento armónico simple (M.A.S.) de frecuencia $\omega=\sqrt{K/I}$ y periodo:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{K}} \qquad [6]$$

Momento de inercia del sistema

Si se sitúan dos cuerpos iguales de masa conocida, simétricamente dispuestos sobre el soporte a una distancia *x* del eje de rotación, el momento de inercia total del sistema será:

$$I=I_D+2\cdot I_E \qquad [7]$$

donde I_D es el momento de inercia del disco soporte (incluyendo el eje y tornillo de sujeción) e I_E es el momento de inercia de cada una de las masas con respecto al eje de rotación.

El momento de inercia I_E se puede calcular mediante el teorema de Steiner:

$$I_E=I_C+m\cdot x^2 \qquad [8]$$

donde I_C es el momento de inercia con respecto a un eje paralelo al eje *E* que pase por el centro de masas, *m* es la masa del cuerpo y *x* la distancia del centro de masas al eje *E*.

El momento de inercia de un cilindro de radio *R*, altura *h* y masa *m*, alrededor del eje del cilindro es:

$$I_C=\frac{1}{2}m\cdot R^2 \qquad [9]$$

3. Para saber más...

• **SERWAY, RA & JEWETT, JW. "FISICA" Volumen 2. 3ª edición Ed Thomson 2003**
Cap. 15 "Movimiento Oscilatorio"
- 15.5 Péndulo de Torsión

• **ALONSO, M & FINN, EJ "FISICA" Volumen I Ed Addison-Wesley Iberoamericana 1986**
Cap. 12 "Movimiento Oscilatorio"
- 12.6 El péndulo

En internet
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_/solido/rotacion/torsion/torsion.xhtml

4. Material

Figura 2

1. Disco soporte.

2. Dos parejas de cilindros de distintas masas y dimensiones

3. Cronómetro

4. Regla y calibre

5. Método experimental

5.1 Cálculo del momento de inercia de los cilindros con respecto al eje de rotación I_E

Para cada pareja de cilindros:

a) Medir su masa en la balanza de laboratorio y calcular el valor medio junto con su error.

b) Medir el diámetro con el calibre y calcular el valor medio junto con su error. A partir de este dato calcular el radio de los cilindros junto con su error.

c) Medir con la regla las distancias x_1,x_2... etc. desde el centro de los cilindros hasta el eje de rotación.

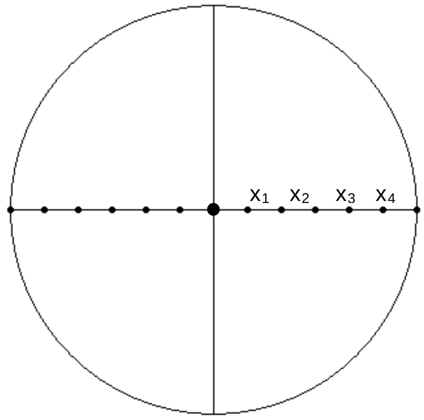

Figura 3

d) Calcular para cada masa y posición x_i de los cilindros con respecto al eje E su momento de inercia I_E mediante las expresiones [8] y [9].

5.2 Cálculo del periodo de oscilación

Para cada masa y posición x_i:

a) Situar simétricamente cada pareja de cilindros en el disco soporte a una distancia x_i del eje. Desplazar el disco de su posición de equilibrio ($\theta \sim 90^o$ -- 180^o) y medir con el cronómetro el tiempo que tarda en dar 5 oscilaciones COMPLETAS (reducir el número de oscilaciones si el disco se frena demasiado). Repetir cada medida 3 veces y hallar el valor medio junto con su error.

b) Calcular a partir de cada dato anterior el periodo de las oscilaciones junto con su error.

5.3 Cálculo de la constante de torsión *K* y el momento de inercia del disco soporte I_D

a) Obtener a partir de las ecuaciones [6] y [7] la expresión que relaciona el periodo al cuadrado T^2 con el momento de inercia de los cilindros respecto al eje I_E.

b) Representar gráficamente T^2 frente a I_E para los dos juegos de cilindros por separado. Realizar los ajustes por mínimos cuadrados y representar las rectas de ajuste.

c) Interpretar el significado de los parámetros de ajuste, de acuerdo a la ecuación obtenida en el apartado a).

d) Obtener a partir de los parámetros del ajuste el valor de la constante de torsión *K* del muelle helicoidal y el momento de inercia del disco soporte I_D, junto con sus correspondientes errores para cada juego de cilindros.

5.4 Comparar y hacer un análisis crítico de los resultados