

Dieléctricos

Campo electrostático

1. Modelo atómico de un dieléctrico.
2. Dieléctricos en presencia de campos eléctricos: E, D y P.
3. Ruptura dieléctrica.
4. Energía en presencia de dieléctricos.

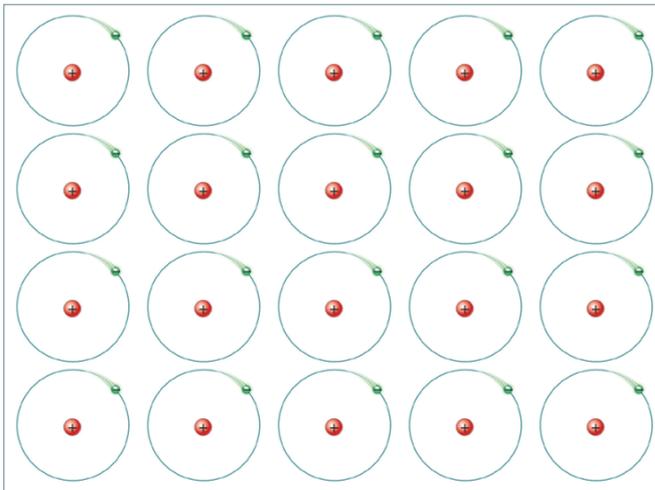
BIBLIOGRAFÍA:

- Tipler. "Física". Cap. 24, vol.2, 5 ed.. Reverté.
- Serway. "Física". Cap. 20 vol 2. 3 ed McGraw-Hill.

Introducción

Los materiales aislantes son los materiales en los que toda su carga eléctrica es **ligada**.

En estos materiales no hay cargas libres como en los conductores que se puedan mover por el material.



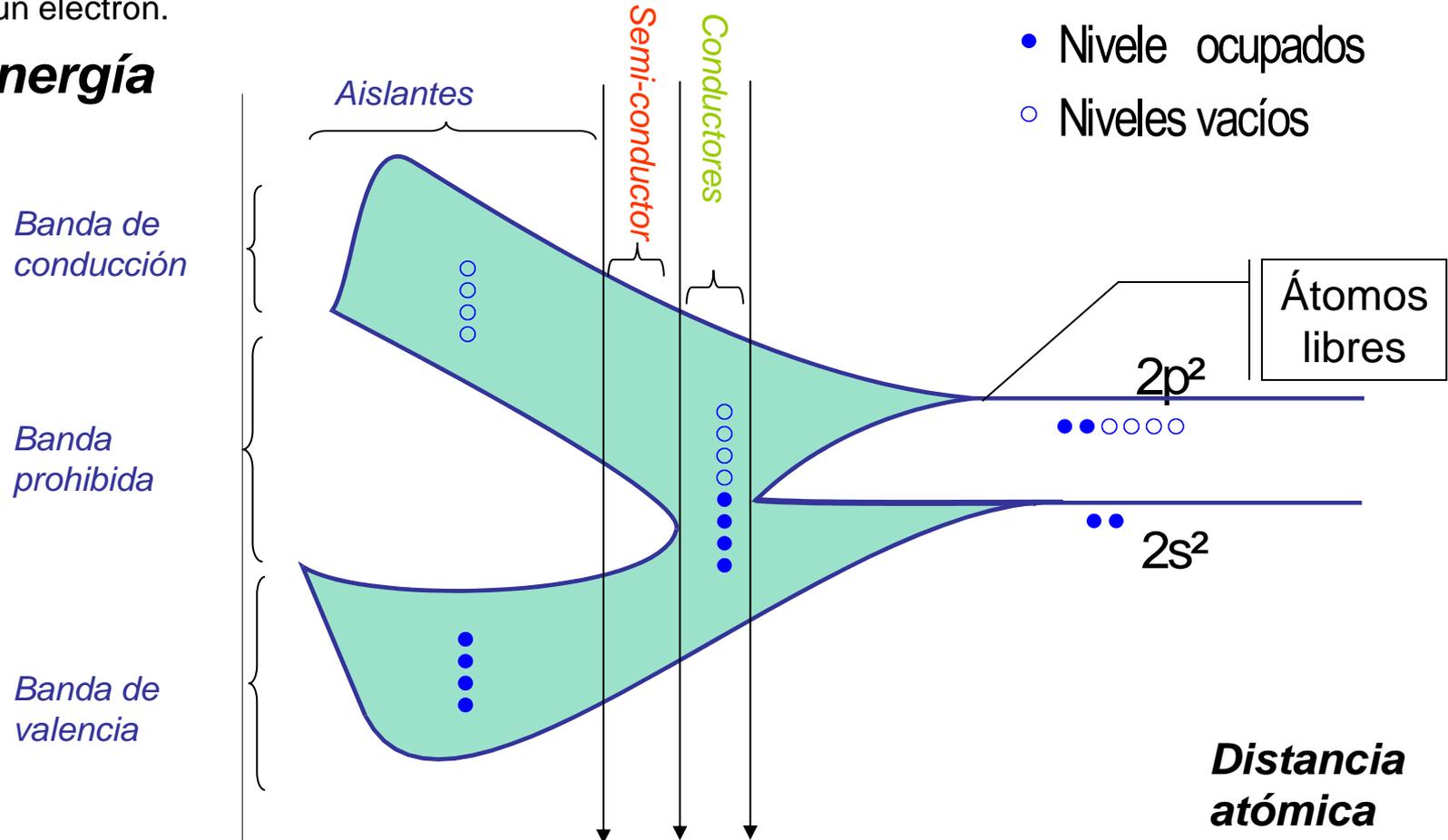
http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/ab/Ligne_haute-tension.jpg

Las cargas eléctricas están fuertemente ligadas a los átomos o moléculas del material, no hay electrones libres.

Introducción: Conductores y aislantes

Los sólidos están formados por átomos que interactúan entre sí. En esta interacción los orbitales electrónicos más externos (los de mayor energía) se pueden mezclar con los orbitales de los átomos vecinos, dando lugar a las bandas de energía **continuas** en las que se pueden mover los electrones, **bandas de conducción**, y regiones de energía prohibidas, **banda prohibida**, donde no puede haber ningún electrón.

Energía



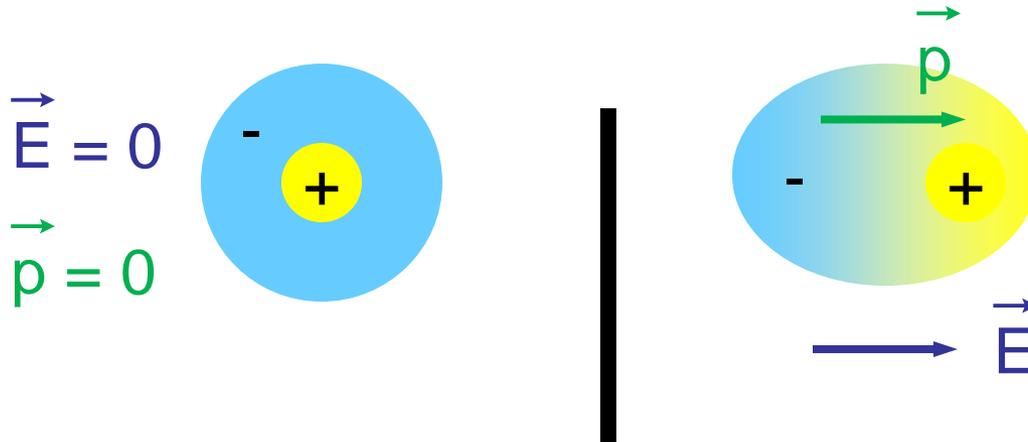
Modelo atómico de un dieléctrico

En un dieléctrico o aislante, todas las cargas eléctricas del material son cargas ligadas.

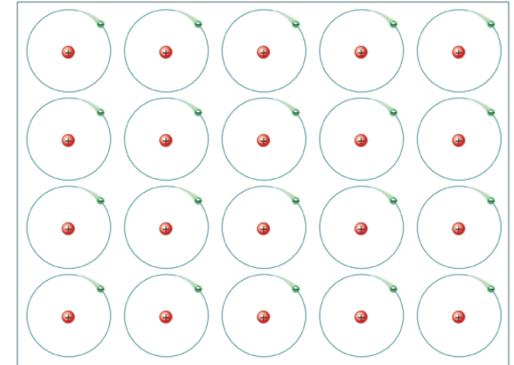
Las **cargas ligadas** son las responsables de la interacción del material con el campo eléctrico en el dieléctrico. Las cargas ligadas se orientan al interactuar con el campo eléctrico, creando una distribución nueva de carga que se llama carga de polarización.

Modelo atómico simple

Una carga puntual $+Ze$ rodeada por una distribución esférica de carga negativa $-Ze$ formada por electrones (un modelo de un átomo) se polariza en presencia de un campo eléctrico:



La presencia del campo eléctrico polariza el átomo. El átomo o molécula adquiere un momento dipolar \vec{p} .

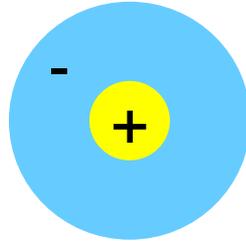


Dieléctricos en presencia de campos eléctricos

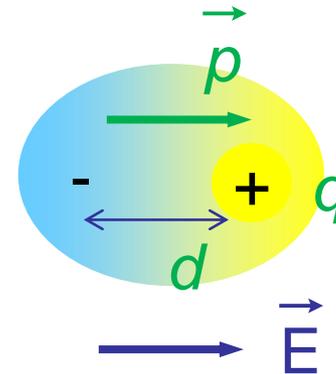
El campo eléctrico polariza los átomos o moléculas dando lugar a dipolos (átomos polarizados), cada uno con un momento dipolar $p = d \times q$.

$$\vec{E} = 0$$

$$\vec{p} = 0$$



Dipolo de momento dipolar p

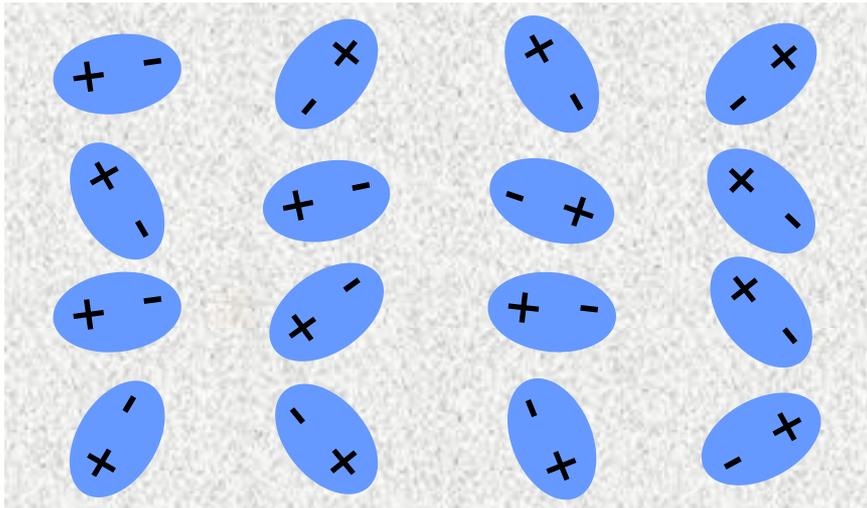


Cada dipolo tiende a orientarse en la dirección de campo eléctrico, dado que es la dirección en que su energía es mínima: $U = -E \cdot p$.

Un material está formado por una inmensa cantidad de átomos que se polarizan al ser sometidos a un campo eléctrico.

Dieléctricos en presencia de campos eléctricos

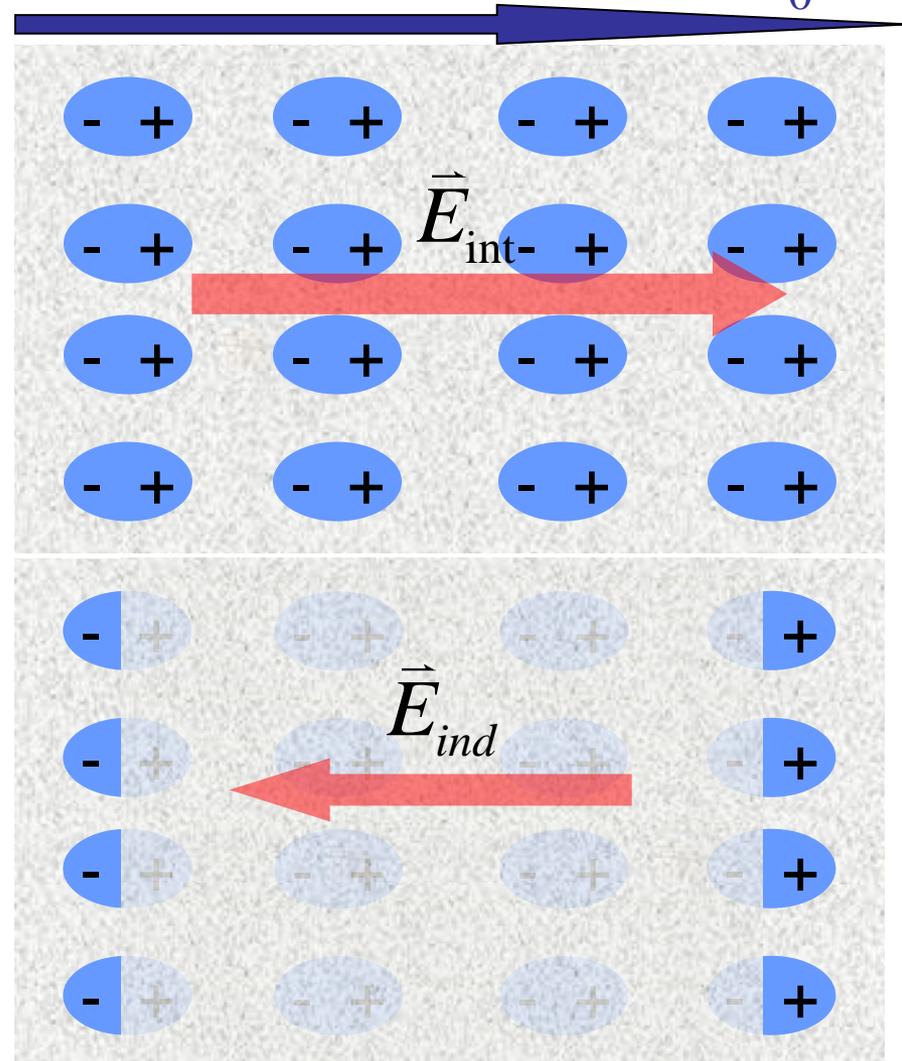
Campo $E=0$. Orientación de los átomos o moléculas al azar



Aplicando el principio de superposición, el campo en el material, \vec{E}_{int} , es el que se aplica \vec{E}_0 menos el inducido \vec{E}_{ind} por la polarización

$$\vec{E}_{int} = \vec{E}_0 - \vec{E}_{ind}$$

\vec{E}_0



Campo $\vec{E} \neq 0$ los dipolos (átomos) se orientan.



Dieléctricos en presencia de campos eléctricos

Al aplicar el campo eléctrico, el material se polariza, dando lugar a la aparición de cargas de polarización, o carga polarizada, que antes no existían.

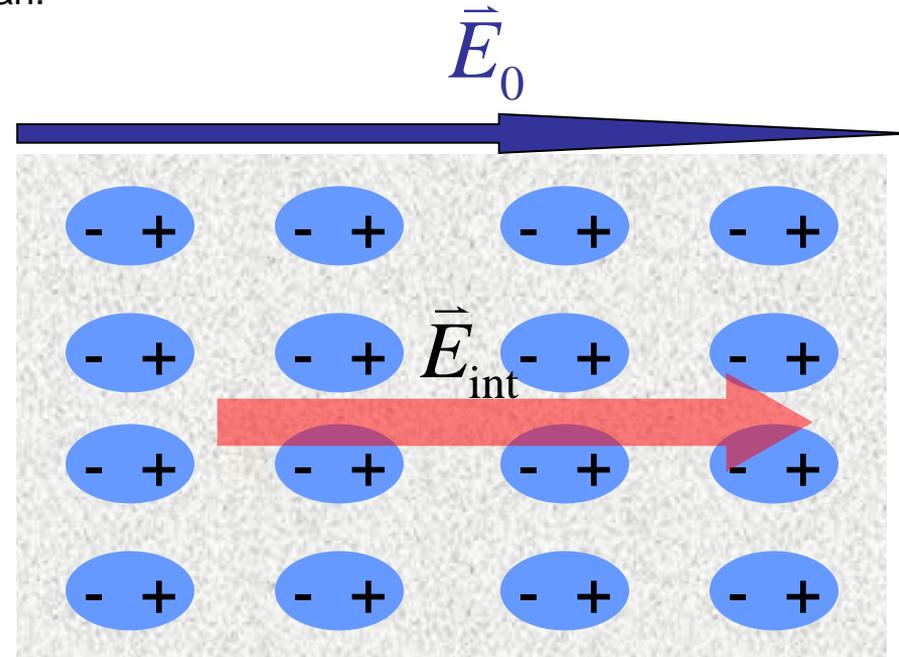
Se puede obtener el campo en el interior del material si conocemos el campo aplicado y la constante de permeabilidad dieléctrica ϵ del material (es una propiedad de cada material).

Se llama constante de permeabilidad dieléctrica relativa, ϵ_r o k_r , a:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

Su valor siempre es mayor que 1, en general, ya que los dieléctricos hacen que el campo eléctrico en su interior sea menor que el aplicado:

$$\vec{E}_{\text{int}} = \vec{E}_0 - \vec{E}_{\text{ind}} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon_r}$$



Nota: Supondremos la situación más sencilla en que los materiales son isótropos, homogéneos y lineales, para los cuales ϵ_r es constante y mayor que 1.

Hay materiales en que ϵ no es constante y una dependencia funcional complicada.

Dieléctricos en presencia de campos eléctricos

Como el material está polarizado, se dice que su polarización total, \vec{P} , es igual a la suma de la *polarización* de cada uno de sus átomos:

$$\vec{P} = \sum \vec{p} = n\vec{p} \text{ si todos los dipolos son iguales.}$$

Se puede obtener el momento dipolar total si se conoce la susceptibilidad eléctrica del material, χ :

$$\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E} ; \text{ Unidades SI } [P]=\text{C/m}^2$$

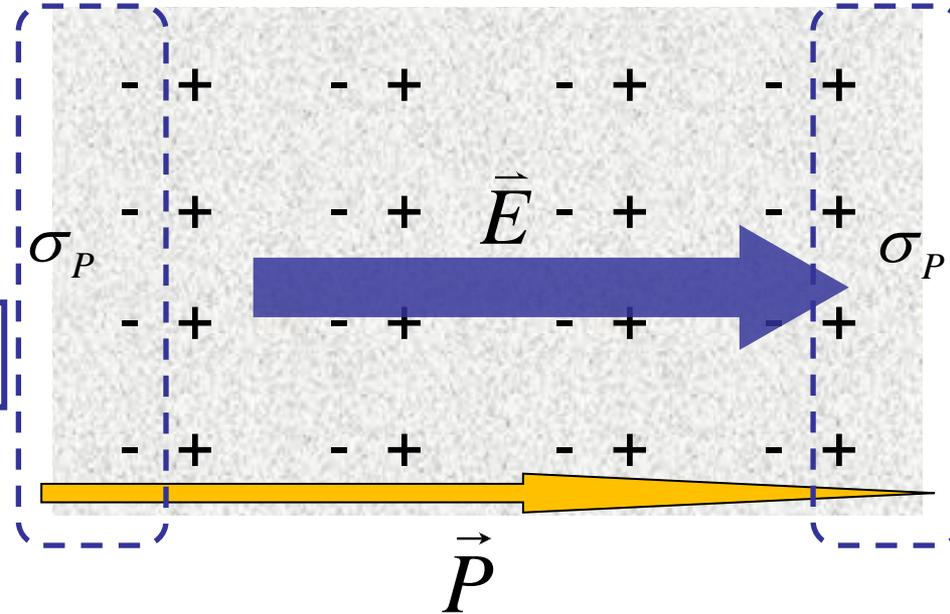
La densidad de carga polarizada en la superficie del material es:

$$\sigma_p = \vec{n} \vec{P}$$

Donde \vec{n} es un vector unitario normal a la superficie.

Se define el **desplazamiento eléctrico** como: $\vec{D} = \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E}$

El **desplazamiento eléctrico** es un campo que solo depende de las cargas libres.



Dieléctricos en presencia de campos eléctricos

Efecto de los dieléctricos.

Los dieléctricos producen una reducción del campo eléctrico respecto al que habría en caso de vacío debido a la aparición de cargas de polarización.

Todos los resultados vistos hasta ahora son iguales en dieléctricos homogéneos, isotrópicos y lineales sin más que sustituir:

$$\epsilon_0 \rightarrow \epsilon$$

Es decir, si solo tenemos en cuenta las cargas libres y suponemos ϵ es constante:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{dq}{r^2} \vec{u}_{\vec{r}}$$

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{\text{Total libre en el interior}}}{\epsilon}$$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{dq}{r} = - \int_C \vec{E} d\vec{l}$$

Donde
hay
carga

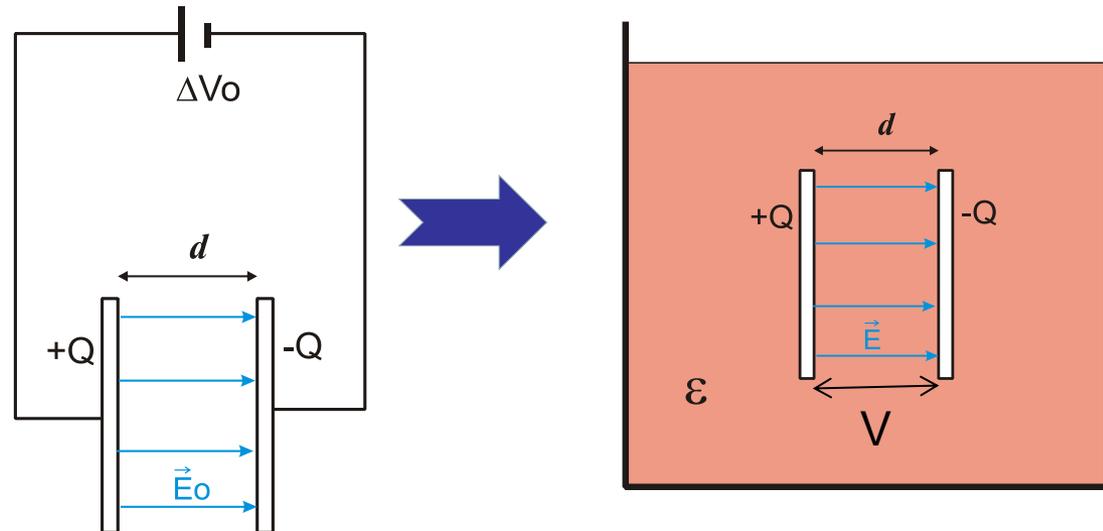
$$U = \frac{\epsilon}{2} \int \left| \vec{E} \right|^2 dV$$

Donde
hay E

Dieléctricos en presencia de campos eléctricos

El dieléctrico hace que el campo eléctrico en su interior sea distinto que el campo eléctrico en el vacío.

En las imágenes se muestra el efecto de introducir un dieléctrico entre las placas de un condensador aislado que inicialmente tenía una carga almacenada.



Se definen las siguientes constantes:

Constante dieléctrica del medio material: ϵ

Constante dieléctrica relativa:

$$\epsilon_r = K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

A partir de ellas podemos calcular la capacidad del condensador con dieléctrico

$$E = \frac{E_0}{\epsilon_r} \quad V = \frac{V_0}{\epsilon_r}$$

$$C = \epsilon_r C_0$$

Dieléctricos en presencia de campos eléctricos

Calculemos el campo eléctrico cuando se rellena un condensador plano paralelo de superficie S y distancia entre placas d con un dieléctrico homogéneo, isótropo y lineal de constante dieléctrica relativa ϵ_r :

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{\text{Total libre en el interior}}}{\epsilon} \quad E = \frac{Q_{\text{libre}}}{\epsilon}$$

Como \vec{E} es cte en el interior del condensador:

$$V = -\int \vec{E} d\vec{l} = E \times d \Rightarrow E = \frac{V}{d} = \frac{Q_{\text{libre}}}{\epsilon} \Rightarrow Q_{\text{libre}} = \epsilon \frac{V}{d}$$

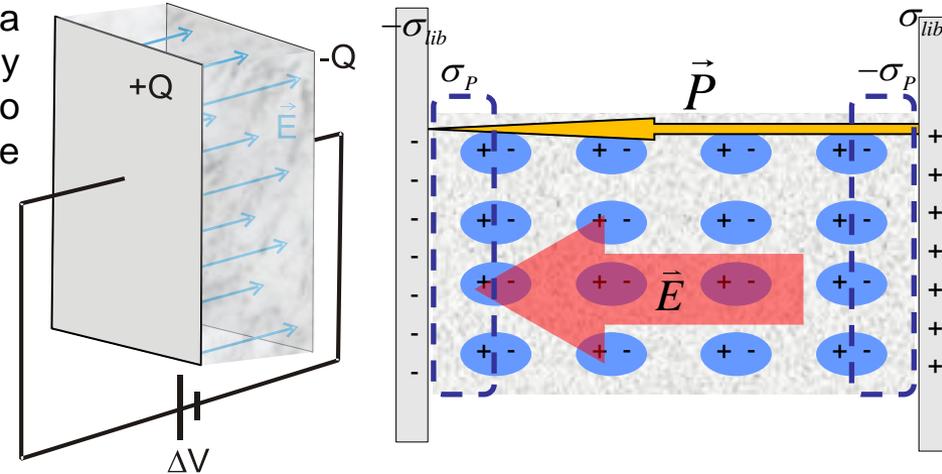
El material dieléctrico se polariza al ser introducido entre las placas del condensador, ya que hay un campo eléctrico en su interior. La polarización del dieléctrico es:

$$\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E}$$

la densidad superficial de carga de polarización es: $\sigma_p = \vec{n} \cdot \vec{P} = \pm \chi_e \epsilon_0 E$

Su capacidad es:

$$C = \frac{Q}{V} = \epsilon \frac{S}{d} = \epsilon_r C_0$$

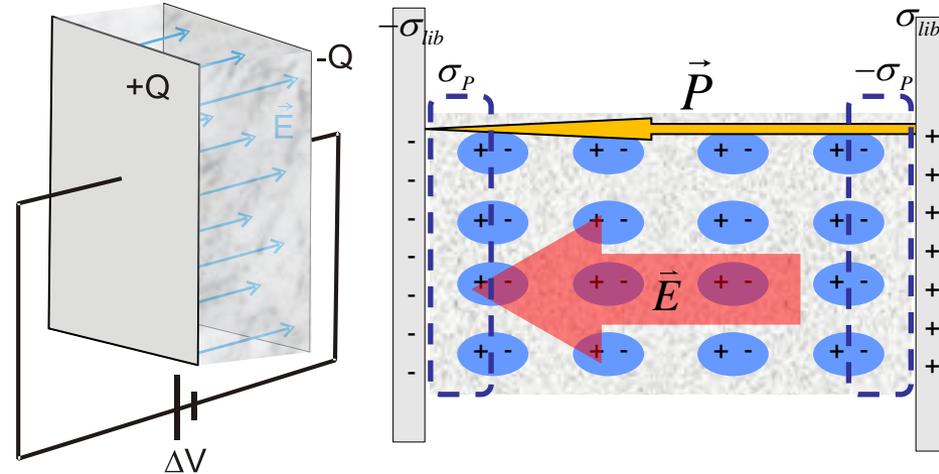


Dieléctricos en presencia de campos eléctricos

Calculemos qué relación existe entre ϵ_r y χ . Hay que distinguir entre cargas libres y cargas polarizadas.

Aplicamos la ley de Gauss teniendo en cuenta ambas cargas: libres y polarizadas (sin usar la constante dieléctrica del dieléctrico).

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{\text{Total en el interior}}}{\epsilon_0} = \frac{Q_{\text{lib}} + Q_{\text{pol}}}{\epsilon_0}$$

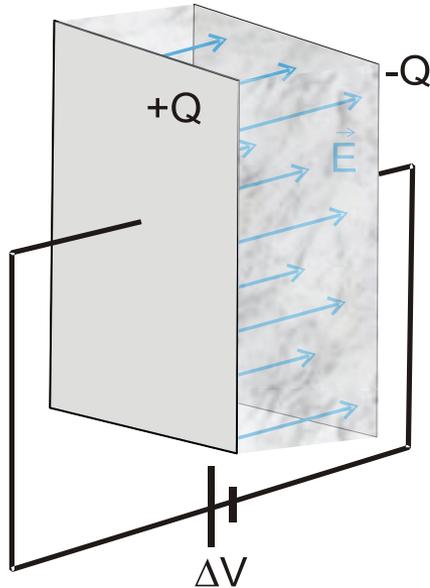


$$|\vec{E}|_A = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} = \frac{Q_{\text{lib}} + Q_{\text{pol}}}{\epsilon_0} \Rightarrow |\vec{E}| = \frac{Q_{\text{lib}}/A}{\epsilon_0} + \frac{Q_{\text{pol}}/A}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_{\text{lib}}}{\epsilon_0} + \frac{\sigma_{\text{pol}}}{\epsilon_0}$$

$$|\vec{E}| = \frac{|\sigma_{\text{lib}}|}{\epsilon_0} - \frac{|\sigma_{\text{pol}}|}{\epsilon_0} = |\vec{E}_0| - \frac{|\vec{P}|}{\epsilon_0} = |\vec{E}_0| - \frac{\chi \epsilon_0 |\vec{E}|}{\epsilon_0} \Rightarrow |\vec{E}_0| = (1 + \chi) |\vec{E}| = \epsilon_r |\vec{E}| \Rightarrow \epsilon_r = 1 + \chi$$

Como $\epsilon_r > 1 \Rightarrow \chi > 0$ siempre

Energía en presencia de dieléctricos.



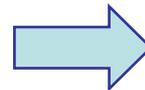
¿En cuánto aumenta la energía almacenada en el condensador relleno de dieléctrico al cargarlo?

$$\left. \begin{aligned} dU &= VdQ \\ C &= \frac{Q}{V} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \int_0^U dU = \int_0^Q VdQ = \frac{1}{C} \int_0^Q QdQ$$

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2$$

La energía electrostática almacenada en el condensador es la energía que se encuentra confinada en la región del espacio donde está confinado el campo E creado por las cargas del condensador

$$\left. \begin{aligned} C &= \epsilon \frac{A}{d} \\ V &= Ed \\ V_{vol} &= Ad \end{aligned} \right\} \Rightarrow U = \frac{1}{2} \epsilon \frac{A}{d} (Ed)^2 = \frac{1}{2} \epsilon E^2 V_{vol}$$



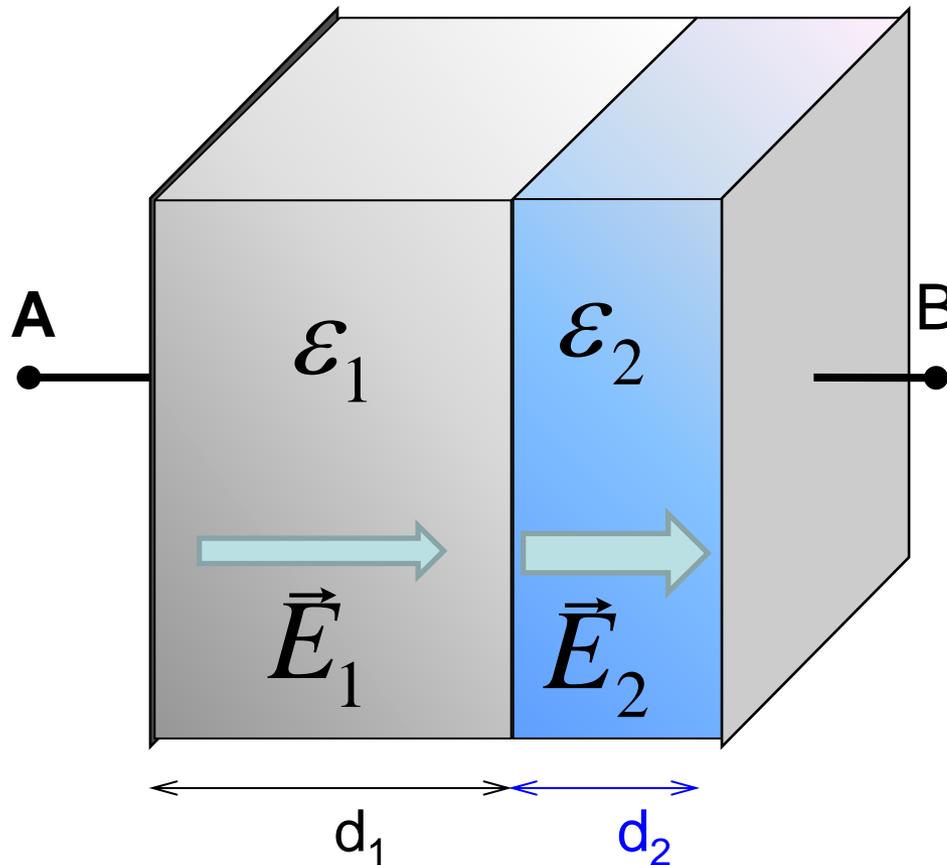
$$u = \frac{U}{V_{vol}} = \frac{1}{2} \epsilon E^2 = \frac{1}{2} \vec{D} \vec{E} = \frac{1}{2} \frac{D^2}{\epsilon}$$



Densidad de energía, u , almacenada debida al campo \mathbf{E} ,

Dieléctricos en presencia de campos eléctricos

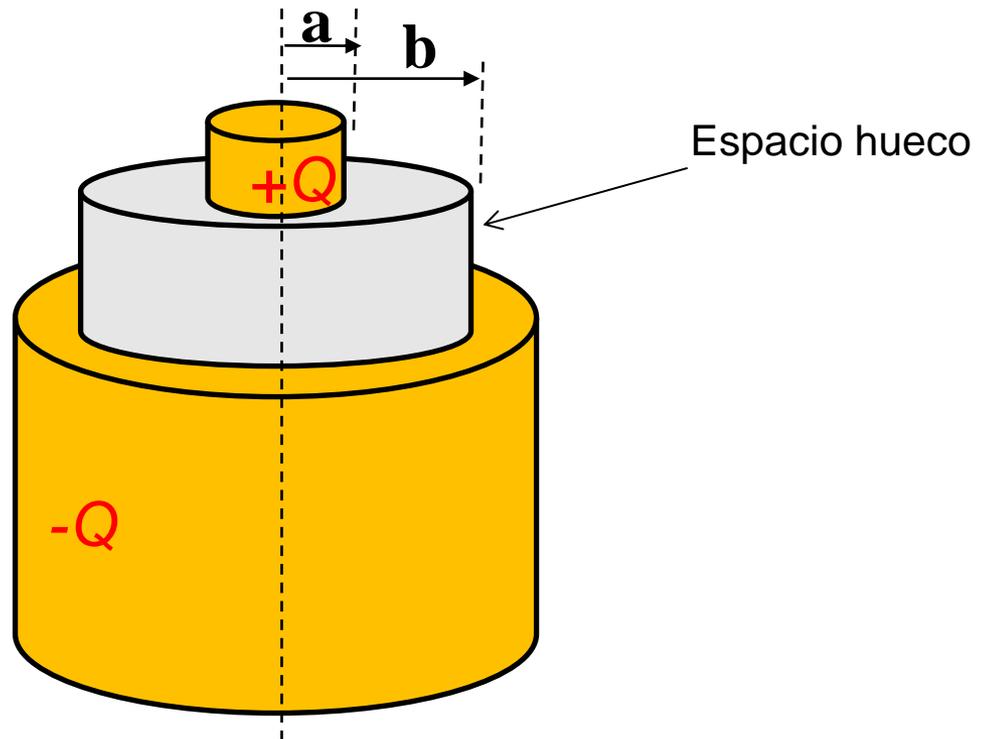
Ejemplo: Sea el condensador planoparalelo de la figura, relleno de dos dieléctricos. Calcule la capacidad total de dicho condensador.



Solución en los problemas. Intenta solucionarlo sin mirar el resultado

Dieléctricos en presencia de campos eléctricos

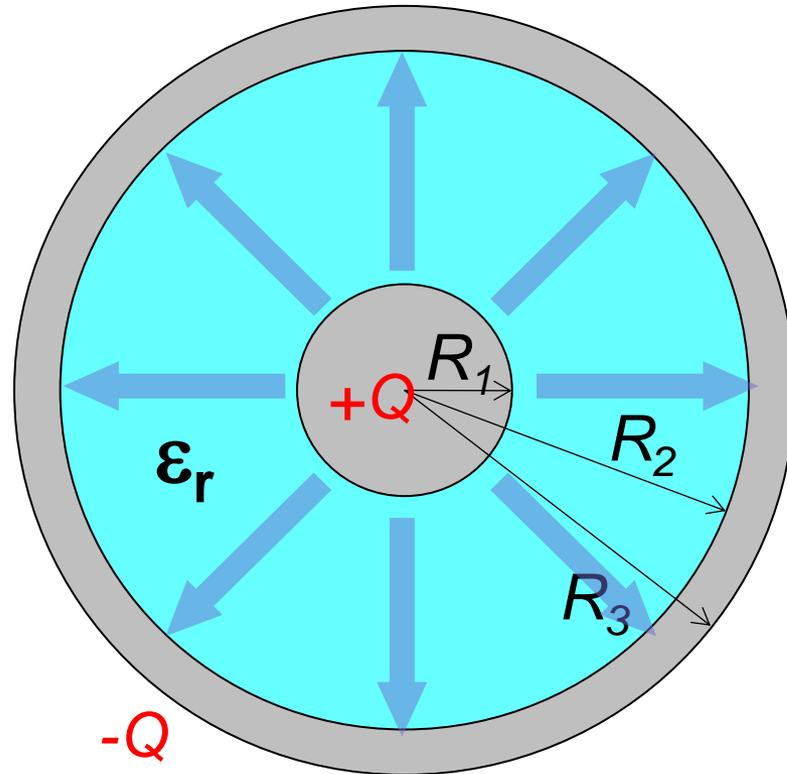
Ejemplo: Sea un cable apantallado formado por dos conductores cilíndricos de radios a y b respectivamente. Si el espacio entre los conductores está relleno de un dieléctrico, y la longitud del cable es L , calcule la capacidad total del cable.



Solución en los problemas. Intenta solucionarlo sin mirar el resultado

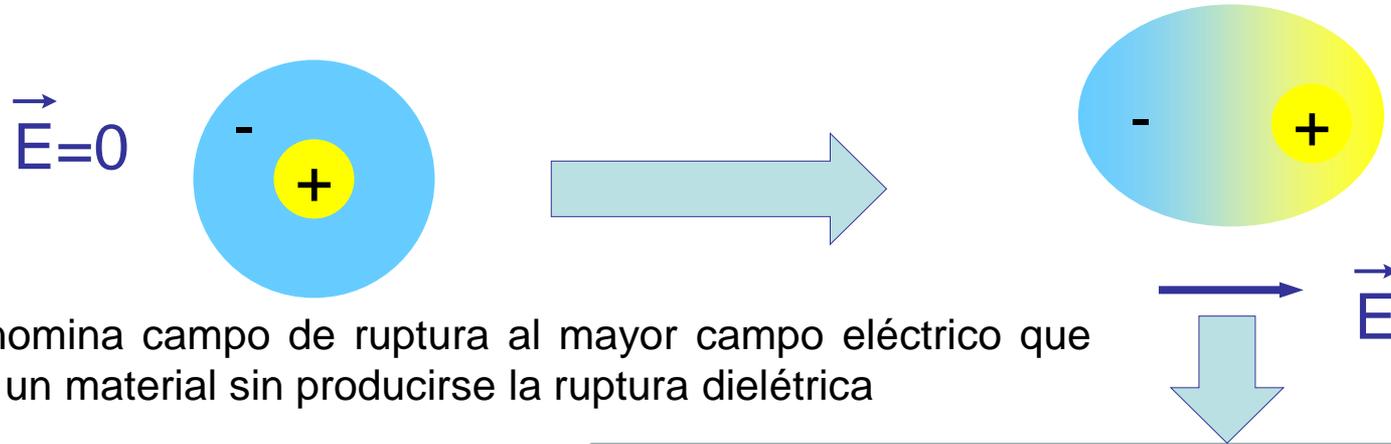
Dieléctricos en presencia de campos eléctricos

Ejemplo: Calcule la capacidad de un condensador esférico relleno de un dieléctrico. ¿Cuál es la energía que puede almacenar?



Ruptura dieléctrica

La ruptura dieléctrica se produce cuando los átomos o moléculas son ionizados produciendo la pérdida de electrones, creando una corriente eléctrica.



Se denomina campo de ruptura al mayor campo eléctrico que resiste un material sin producirse la ruptura dieléctrica



<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Plasma-filaments.jpg>

Miguel Ángel Monge / Begoña Savoini

