INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTCA Y ENERGÍA DEL CAMPO MAGNÉTICO

1. Ley de inducción de Faraday. Ley de Lenz.
2. Ejemplos: fem de movimiento y por variación temporal de B.
3. Autoinductancia.
4. Energía magnética.

BIBLIOGRAFÍA:.

-Tipler-Mosca. "Física". Cap. 30, vol 2, 5ª ed.
-Serway-Jewett. "Física". Cap.31 . Vol 2. 3ª ed.

Miguel Ángel Monge
Begoña Savoini

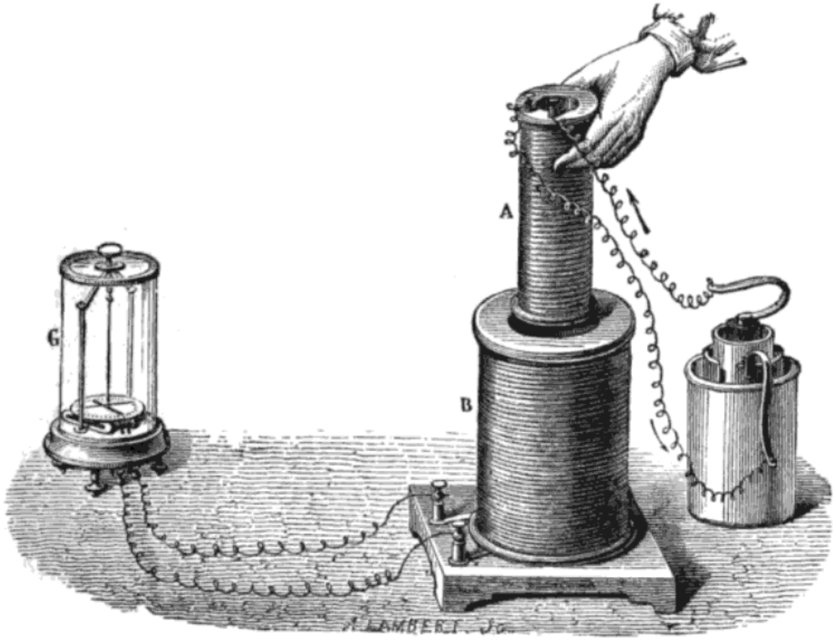
Departamento de Física

Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

Introducción

Michael Faraday en Inglaterra descubrió en torno 1893 que un campo magnético induce una corriente en un conductor si varía el flujo del campo magnético a través del conductor. El fenómeno se conoce como inducción electromagnética.

upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/88/M_Faraday_Th_Phillips_oil_1842.jpg



http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1c/Induction_experiment.png

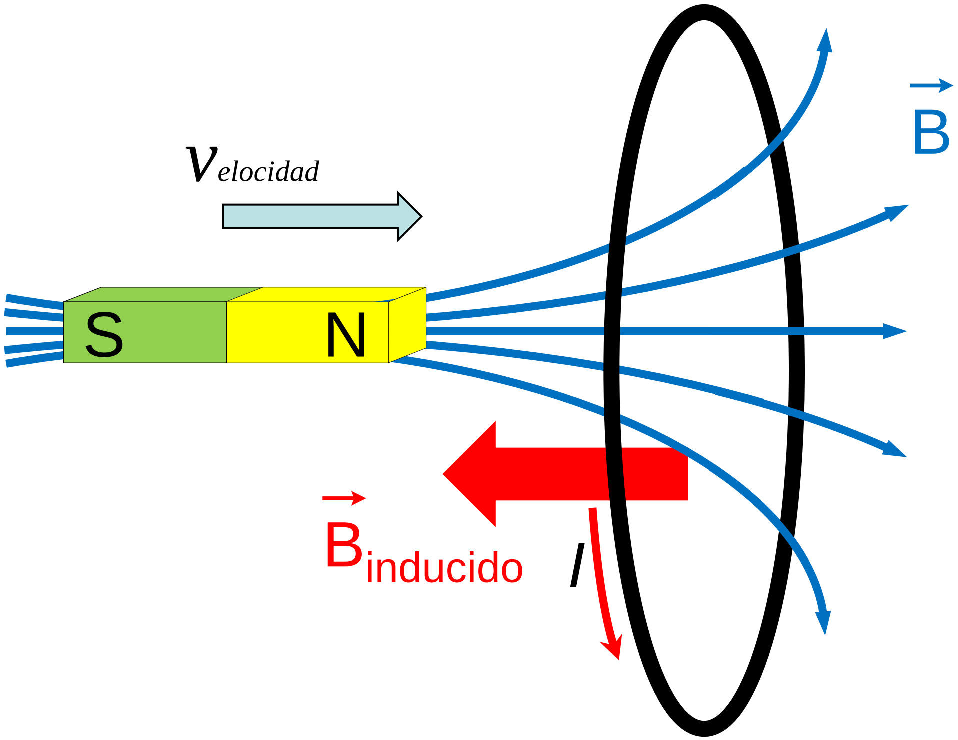
Experimento de Faraday mostrando la inducción de una corriente eléctrica por la variación del flujo de un campo magnético en una bobina conductora.

La inducción electromagnética permite transformar trabajo mecánico en corriente eléctrica (energía eléctrica), y lo contrario. El funcionamiento de los transformadores, de muchos medidores, detectores y sensores se basan en el fenómeno de inducción electromagnética

Ley de Faraday Lenz

Siempre que el flujo magnético a través de un circuito vara con el tiempo aparece una fuerza electromotriz inducida **ε**, f.e.m., en el circuito cuya magnitud es proporcional a la velocidad con que varía el flujo, es decir a dΦ/dt.

El sentido de la corriente inducida en el circuito genera, "*induce*", un campo magnético inducido que se opone al cambio del flujo magnético que lo produce.



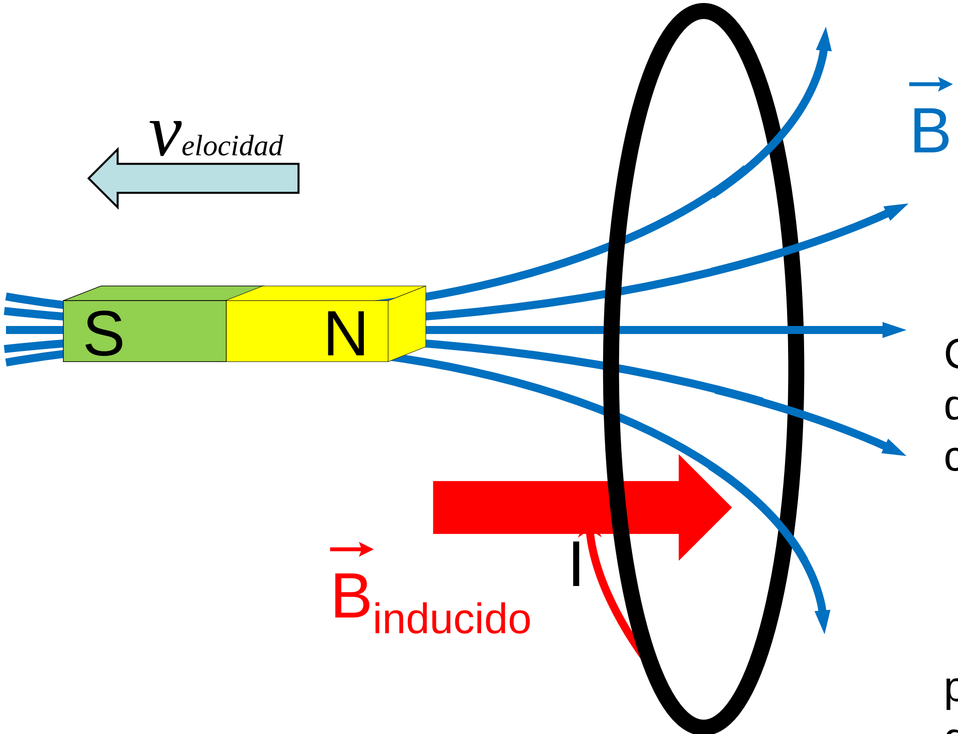
$$\boxed{\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

Como el imán se aproxima a la espira, el flujo de ***B*** es cada vez mayor en la espira. La corriente ***I*** inducida por la ley de Ohm

$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$

producirá un campo magnético inducido que tiene sentido opuesto que ***B*** en el interior de la espira.

Ley de Faraday Lenz



Si el imán se aleja de la espira, el flujo de ***B*** en la espira es cada vez menor, la corriente ***I*** inducida producirá un campo que tiene el mismo sentido que el que genera la fem.

Como el imán se aleja de la espira, el flujo de ***B*** es cada vez menor en la espira. La corriente ***I*** inducida por la ley de Ohm

$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$

producirá un campo magnético inducido que tiene el miso sentido que ***B*** en el interior de la espira.

En los dos casos vistos, el flujo varía al variar la intensidad del campo ***B*** que atraviesa la espira produciendo una corrientes inducidas en sentidos opuestos.

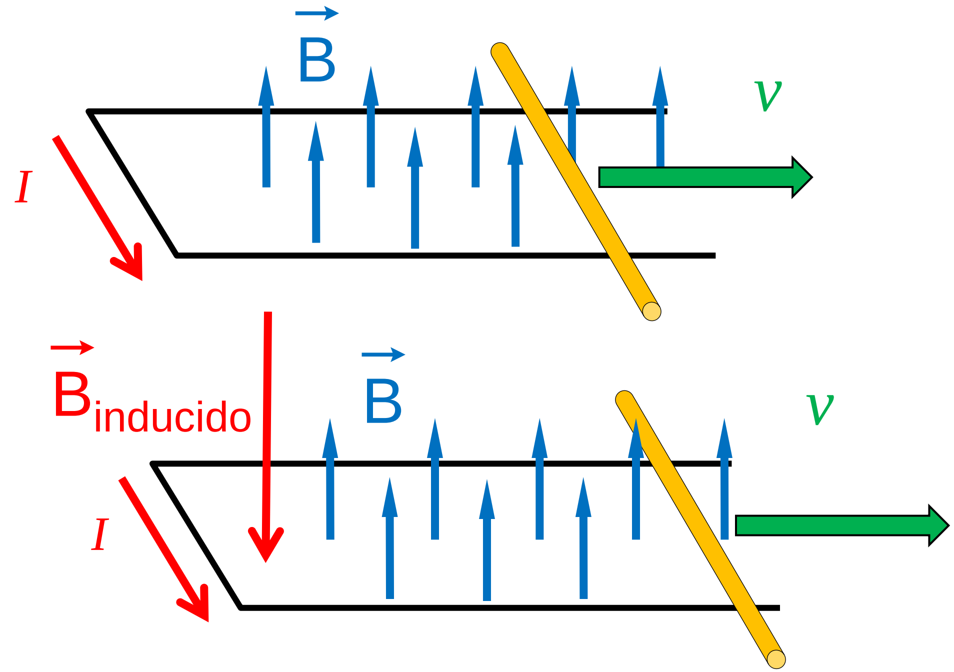
Ley de Faraday Lenz

El flujo puede variar aunque el campo ***B*** sea constante, como es el caso en que la superficie por donde se produce el flujo varíe con el tiempo.

Por ejemplo, si tenemos el circuito de la figura con un lado móvil y un campo ***B***=cte.

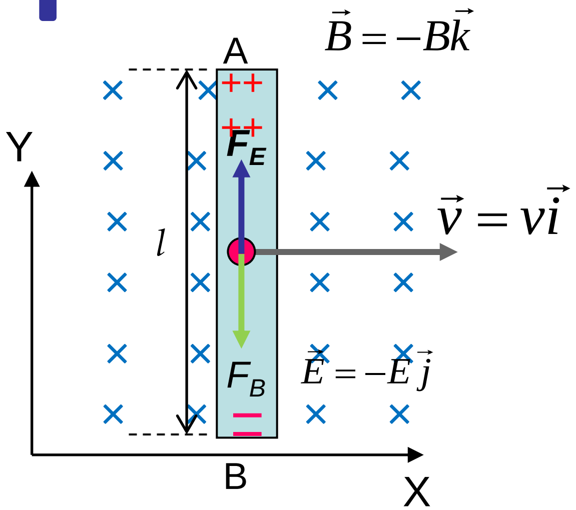
Al aumentar el área el flujo aumenta. Por tanto, la corriente inducida producirá un campo magnético inducido que se opondrá a ese aumento de flujo.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

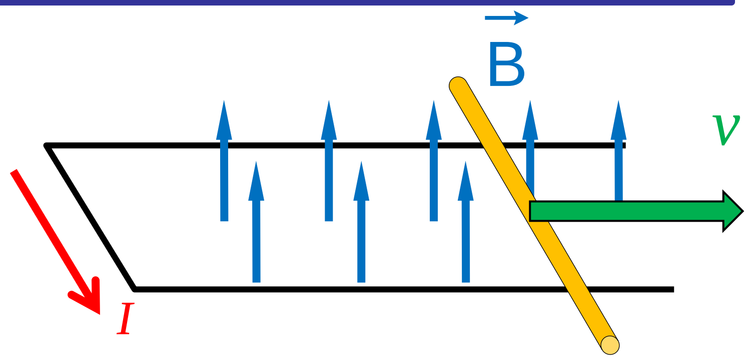


Por tanto, si se produce una variación del flujo del campo magnético se induce una fuerza electromotriz en el circuito **ε**. Esta f.e.m. inducida, **ε,** produce una corriente en el circuito que da lugar aun campo $\boldsymbol{B}_{ind}$ inducido que se opone al cambio del flujo.

Ley de Faraday Lenz: fem debida al movimiento



Analicemos el caso del circuito anterior en el que la barra está en movimiento.



Los e⁻ libres de la barra experimentan un fuerza de Lorentz:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} = -evB\vec{j}$$

Esta fuerza $\boldsymbol{F_B}$ produce que los e⁻ libres se desplacen al extremo inferior de la barra. El extremo superior tendrá exceso de carga positiva, apareciendo un acampo eléctrico ***E*** que origina una fuerza $\boldsymbol{F_E}$ que contrarresta la fuerza $\boldsymbol{F_B}$ debida al campo ***B***

$$\vec{F}_E = q\vec{E} = eE\vec{j}$$

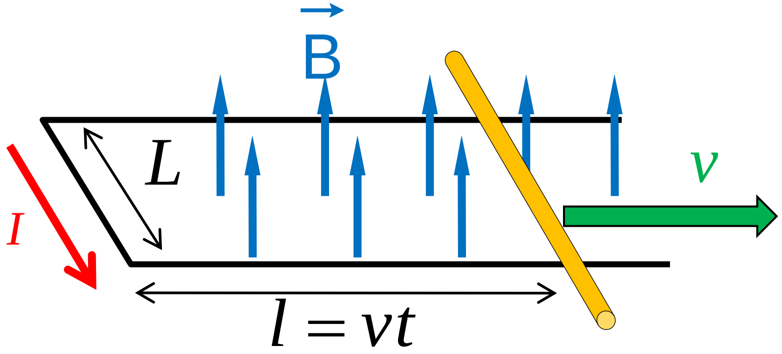
En el equilibrio, al ser $F_E = F_B$ *no hay ninguna fuerza neta actuando sobre los* e⁻ libres a lo largo de la barra. El campo eléctrico ***E*** inducido se mantiene constante entre los extremos de la barra. Como hay un campo ***E***, habrá una diferencia de potencial entre los dada por:

$$\boxed{\left.\begin{array}{l} F_B = F_E \quad \Rightarrow \quad evB = eE \\ V_A - V_B = El \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \Delta V = V_A - V_B = vBl}$$

Miguel Ángel Monge / Begoña Savoini

Ley de Faraday Lenz: fem debida al movimiento

Esta diferencia de potencial puede obtener aplicando la ley de Faraday-Lentz



El flujo del campo magnético B es:

$$\Phi = \int_{S_{circ}} \vec{B} d\vec{S} = \int_{S_{circ}} \left|\vec{B}\right| \cos(\theta) dS =$$

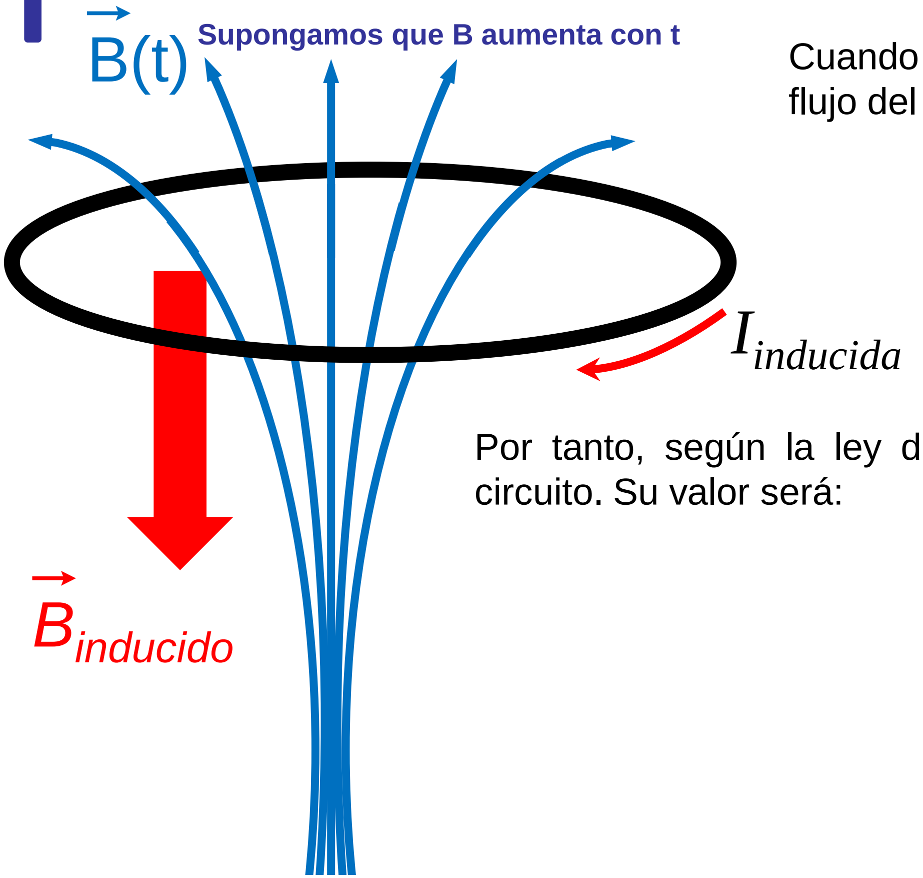
$$= \left|\vec{B}\right| \int_{S_{circ}} dS = \left|\vec{B}\right| S_{circ} = \left|\vec{B}\right| vtL$$

La fuerza electromotriz inducida es:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_{S_{circ}} \vec{B} d\vec{S} = -\frac{d\left(\left|\vec{B}\right| vtL\right)}{dt} = -\left|\vec{B}\right| vL$$

Que coincide con el resultado obtenido en el cálculo anterior.

Ley de Faraday Lenz: fem debida a B(t)



Cuando un campo magnético es variable con el tiempo, el flujo del campo magnético puede ser variable con el tiempo:

$$\Phi(t) = \int_{S_{circ}} \vec{B}(t) d\vec{S}$$

Por tanto, según la ley de Faraday se producirá una f.e.m inducida en el circuito. Su valor será:

$$\boxed{\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

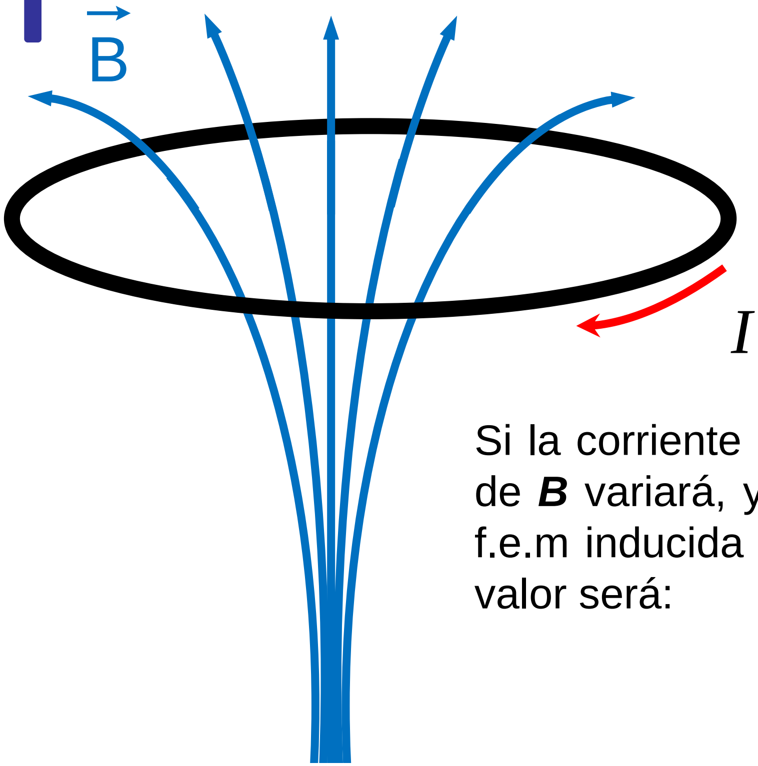
Como se ve, siempre que el flujo del campo magnético es variable, aparece un fem inducida. No importa si esa dependencia temporal es por ser el campo ***B*** variable o por tener un movimiento del circuito en un campo ***B*** cte.

Ley de Faraday Lenz

Ejemplo: Sea un campo magnético que forma un perpendicular a una espira de radio R. Si el campo magnético varía con el tiempo como $B(t)=B_0t$. Si la resistencia de la espira es r ¿qué corriente circula y en que sentido?

Solución en hojas de problemas. Intenta solucionarlo sin mirar el resultado

Autoinducción



Cuando una corriente circula por un circuito, esta corriente produce un campo ***B***.

Este campo ***B*** fluye por el circuito, dando lugar a un flujo del campo magnético ***B*** por el propio circuito:

$$\Phi = \int_{S_{circ}} \vec{B} d\vec{S}$$

Si la corriente que circula por el circuito varía con el tiempo, el flujo de ***B*** variará, y por tanto según la ley de Faraday se producirá una f.e.m inducida en el circuito que se conoce como autoinducción. Su valor será:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Si el circuito no cambia de forma, la variación del flujo se debe únicamente a la variación de la corriente I, luego se puede decir (aplicando la regla de la cadena):

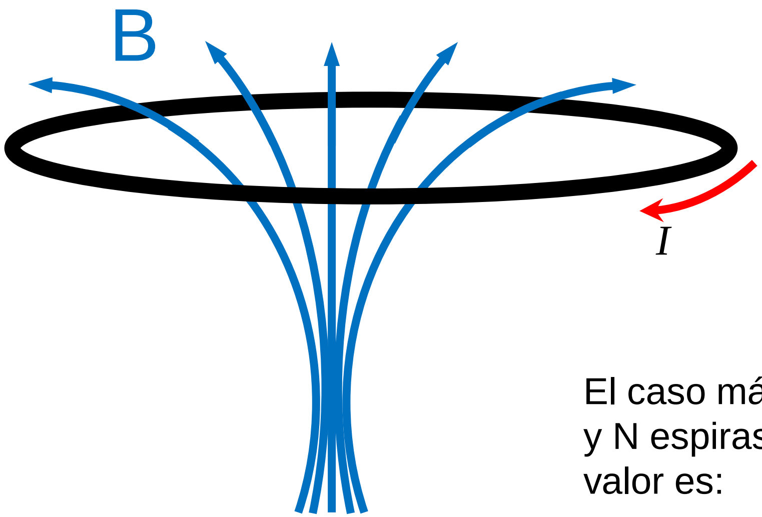
$$\boxed{\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi}{dI}\frac{dI(t)}{dt} = -\ \mathrm{L}\frac{dI(t)}{dt}}$$

Siendo L el denominado coeficiente de autoinducción.

Autoinducción

Se define una magnitud técnica, denominada coeficiente de autoinducción o inductancia de un dispositivo, L , como:

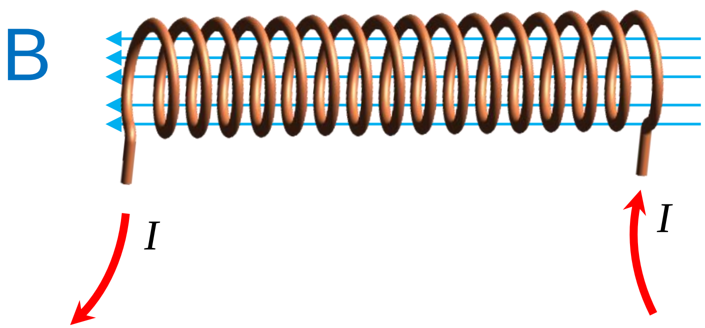
$$\boxed{L = \frac{d\Phi}{dt}}$$



Las unidades del coeficiente de autoinducción son:

[*L*]=V s/A=Ω s ≡ H (henrio)

El caso más sencillo es la inductancia, L, de un solenoide de longitud l y N espiras, con una sección S y por el que circula una corriente *I*. Su valor es:



en.wikipedia.org/wiki/File:Solenoid-1.png

$$\Phi = BNS = \frac{\mu_0 N^2 S I}{l}$$

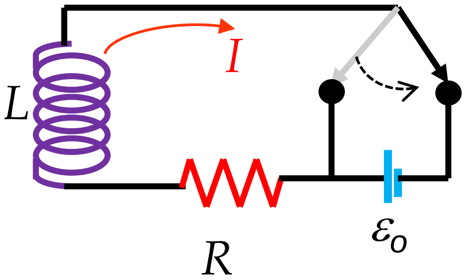
$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 S}{L}$$

Energía magnética

De igual manera que un condensador almacena energía en forma de campo eléctrico ***E***, un solenoide almacena energía magnética en forma de campo magnético ***B***. Para demostrarlo usaremos el circuito de la figura:

Inicialmente el circuito está abierto, con lo que I=0. Al cerrar el circuito se produce un campo magnético en el solenoide que pasa de valer 0 a su valor máximo ***B***, y por tanto se induce una f.e.m. que es ε=- L(dI/dt), luego el circuito cumplirá:

$$\varepsilon_0 = RI + L\frac{dI}{dt}$$



Multiplicando por I la ecuación:

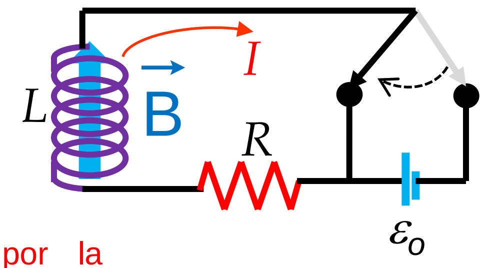
$$\underbrace{\varepsilon_0 I}_{\text{Potencia suministrada por la fuente.}} = \overbrace{RI^2}^{\text{Potencia consumida por la resistencia.}} + \underbrace{LI\frac{dI}{dt}}_{\text{Potencia consumida por la inductancia.}}$$

Si el circuito no cambia de forma, la variación del flujo se debe únicamente a la variación de la corriente I, luego se puede decir en términos de energía :

$$\underbrace{\varepsilon_0 Idt}_{\text{Energía suministrada por la fuente.}} = \overbrace{RI^2}^{\text{Potencia consumida por la resistencia.}}dt + \underbrace{LIdI}_{\text{Energía consumida por la inductancia.}}$$

Energía magnética

Si desconectamos el circuito de la fuente, el campo magnético en el solenoide pasa de valer ***B*** a cero, con lo que se inducirá una f.e.m, ε_L. La ecuación anterior queda:



$$0 = RI + L\frac{dI}{dt}$$

Multiplicando por I la ecuación y despejando RI:

$$RI^2 = -LI\frac{dI}{dt} = \varepsilon_L I \Rightarrow \overbrace{RI^2 dt}^{\text{Energía consumida por la resistencia.}} = -LIdI = \underbrace{\varepsilon_L Idt}_{\text{Energía suministrada por la fuente.}}$$

Pero el circuito no tiene una fuente, ¿de dónde sale la energía consumida en la resistencia? La respuesta es: Del campo ***B*** que existía en la inductancia y que desaparece.

i) Al conectar el circuito a la fuente, se crea un campo magnético ***B***, para ello, la bobina extrae energía de la fuente, *L I dI>0*.

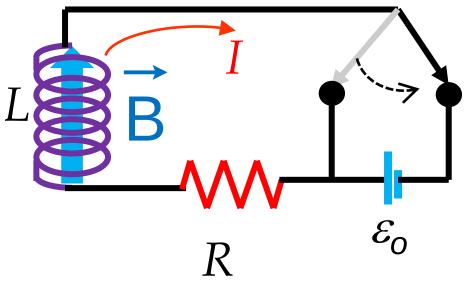
ii) Al desconectar el circuito, la energía almacenada en forma de campo ***B***, se consume por efecto Joule en la resistencia: $RI^2dt=-LIdI.$

iii) Esto nos indica que $LIdI$ es la variación de energía almacenada en el solenoide o inductancia .

Energía magnética

Todo circuito que tenga una inductancia L almacenará energía en forma de campo magnético ***B***, de forma:

$$dU_m = LIdI$$



La energía total que se almacena cuando al conectar el circuito la corriente pasa de 0 a I es:

$$\int_0^U dU_m = \int_0^I LIdI \Rightarrow U_m = \frac{1}{2}LI^2$$

Fijarse que se parece mucho a la expresión de la energía almacenada en un condensador en forma de campo eléctrico:

$$U_E = \frac{1}{2}CV^2$$

La conclusión es: Todo circuito que cree campo magnéticos, almacena energía en forma de campo magnético B:

$$\boxed{U_m = \frac{1}{2}LI^2}$$

Energía magnética

Si recordamos la expresión de L para un solenoide o bobina:

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 S}{L} = \frac{\mu_0 N^2 SL}{L^2} = \mu_0 n^2 Vol$$

Siendo *Vol* el volumen del solenoide y n el número de espiras por unidad de longitud:

El campo en el solenoide es: $$B = \mu_0 n I$$

Si sustituimos en la expresión de la energía almacenada:

$$U_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} I^2 \mu_0 n^2 Vol = \frac{1}{2}\left(\frac{B}{\mu_0 n}\right)^2 \mu_0 n^2 Vol = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} Vol$$

Por tanto la energía se almacena en forma de campo ***B***. La energía almacenada por unidad de volumen por un campo magnético es:

$$\frac{U_m}{Vol} = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} \Rightarrow u_m = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$$

La energía total almacenada en un campo ***B*** es:

$$\boxed{U_m = \frac{1}{2\mu_0} \int_{\text{Vol}} B^2 d\text{Vol}}$$