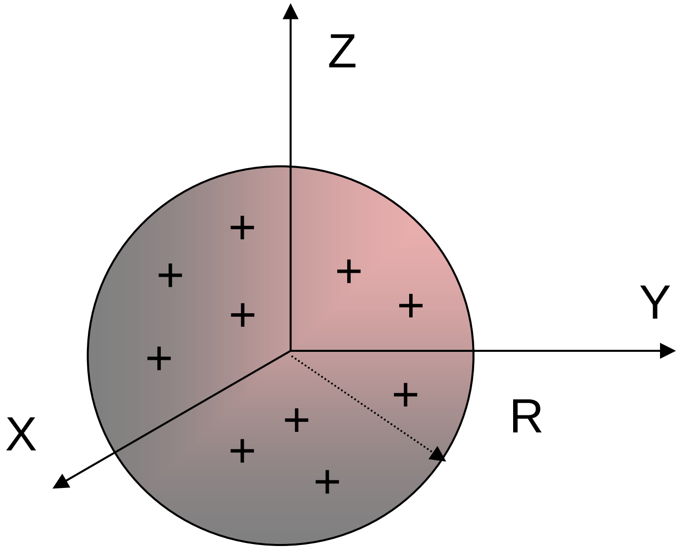
Ley de Gauss: Aplicaciones

Ejemplo 2: Calcule el campo eléctrico producido por una esfera cargada uniformemente de radio R con una carga total tanto en el interior de la distribución de carga como en el exterior.



Ley de Gauss: Aplicaciones

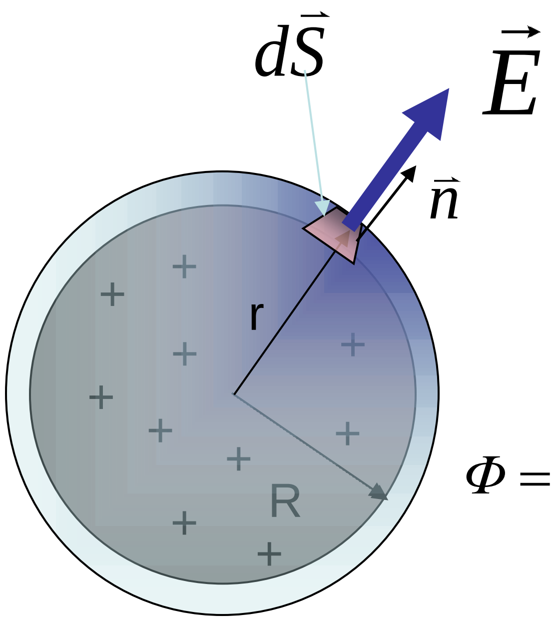
<u>Para r>R)</u>

Para calcular el flujo a través de la superficie esférica (azul) que pasa por el punto r donde queremos obtener E aplicamos el Teorema de Gauss, y tenemos en cuenta que:

1) el campo eléctrico ***E*** es paralelo la normal ***n*** a la superficie en cada punto.

2) El módulo de E es constante sobre la superficie.

Para cumplir lo anterior elegimos una superficie gaussiana esférica (en azul).



$$\Phi = \oint_s \vec{E}d\vec{S} = \oint_s \left|\vec{E}\right| \bullet \cos\left(\widehat{\vec{E}\vec{n}}\right)dS = \oint_s \left|\vec{E}\right| \bullet \cos(0)dS = \left|\vec{E}\right| 4\pi r^2$$

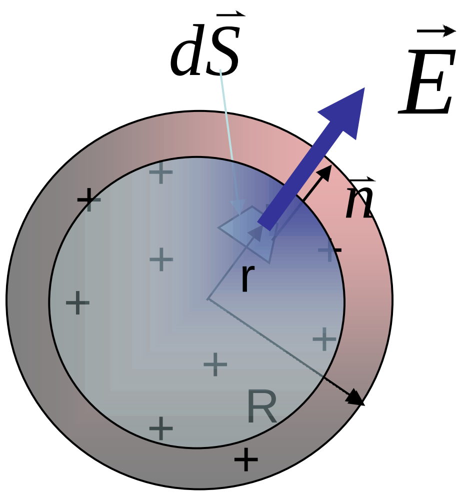
$$Q_{\text{Encerrada en la superficie}} = Q$$

por ser el área de una superficie esférica es $S = 4\pi r^2$. Aplicando el teorema de Gauss:

$$\Phi = \oint_{s=Superficie\ cerrada} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \left|\vec{E}\right| 4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{Encerrada en la superficie}}}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{\left|\vec{E}(\vec{r})\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}}$$

Ley de Gauss: Aplicaciones

Para R>r)



Para calcular el flujo a través de la superficie esférica (azul) que pasa por el punto r donde queremos obtener E aplicamos el Teorema de Gauss, y tenemos en cuenta que:

1) el campo eléctrico ***E*** es paralelo la normal ***n*** a la superficie en cada punto.

2) El módulo de E es constante sobre la superficie.

Para cumplir lo anterior elegimos una superficie gaussiana esférica.

$$\Phi = \oint_{s=Superficie\ cerrada} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint \left|\vec{E}\right| \cos\left(\vec{E}\vec{n}\right) dS = \left|\vec{E}\right| \oint \cos(0)\, dS = \left|\vec{E}\right|\ 4\pi r^2$$

La carga encerrada dentro de la superficie esférica de radio r es la densidad de carga ρ por el volumen de dicha esfera:

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$Q_{\text{Encerrada en la superficie}} = \rho \frac{4}{3}\pi r^3$$

Por ser el área de una superficie esférica es $S = 4\pi r^2$. Aplicando el teorema de Gauss:

$$\Phi = \oint_{s=Superficie\ cerrada} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \left|\vec{E}\right| 4\pi r^2 = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0} \Rightarrow \qquad \left|\vec{E}(\vec{r})\right| = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r$$