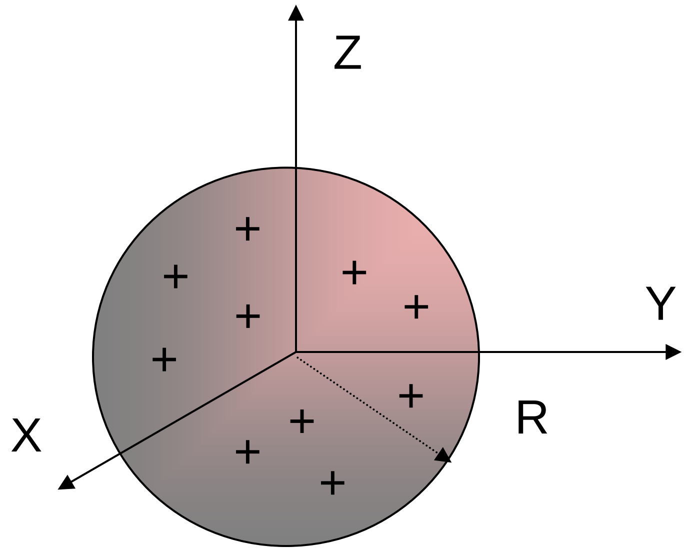
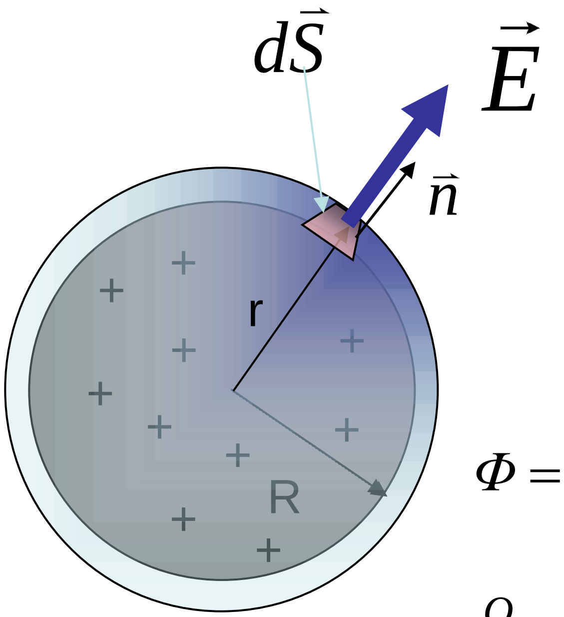
Ley de Gauss: Aplicaciones

Ejemplo 4: Calcule el campo eléctrico producido por un casquete esférico de radio R (la carga solo esta en la superficie) cargado uniformemente con una carga Q distribuida en toda la superficie.



Ley de Gauss: Aplicaciones

Para r>R)



En este caso se calcula igual que en el ejemplo anterior.

Para calcular el flujo a través de la superficie esférica (azul) que pasa por el punto r donde queremos obtener E aplicamos el Teorema de Gauss, y tenemos en cuenta que:

1) el campo eléctrico ***E*** es paralelo la normal ***n*** a la superficie en cada punto.

2) El módulo de E es constante sobre la superficie.

Para cumplir lo anterior elegimos una superficie gaussiana esférica (en azul).

$$\Phi = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S |\vec{E}| \bullet \cos\left(\widehat{\vec{E}\vec{n}}\right) dS = \oint_S |\vec{E}| \bullet \cos(0) dS = |\vec{E}| \, 4\pi r^2$$

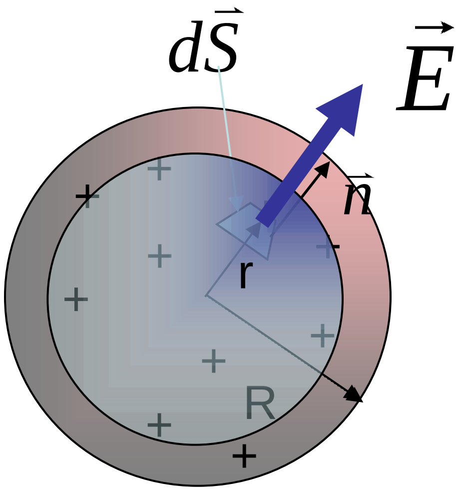
$$Q_{\text{Encerrada en la superficie}} = Q$$

por ser el área de una superficie esférica es $S = 4\pi r^2$. Aplicando el teorema de Gauss:

$$\Phi = \oint_{s=Superficie\ cerrada} \vec{E} \cdot d\vec{S} = |\vec{E}| 4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{Encerrada en la superficie}}}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{|\vec{E}(\vec{r})| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}}$$

Ley de Gauss: Aplicaciones

Para R>r)



Para calcular el flujo a través de la superficie esférica (azul) que pasa por el punto r donde queremos obtener E aplicamos el Teorema de Gauss, y tenemos en cuenta que:

1) el campo eléctrico ***E*** es paralelo la normal ***n*** a la superficie en cada punto.

2) El módulo de E es constante sobre la superficie.

Para cumplir lo anterior elegimos una superficie gaussiana esférica.

$$\Phi = \oint_s \vec{E}d\vec{S} = \oint_s |\vec{E}| \bullet \cos\left(\widehat{\vec{E}\vec{n}}\right)dS = \oint_s |\vec{E}| \bullet \cos(0)dS = |\vec{E}|\ 4\pi r^2$$

La carga encerrada dentro de la superficie esférica de radio r es cero ya que está hueca:

$$Q_{\text{Encerrada en la superficie}} = 0$$

$$\Phi = \oint_{s=Superficie\ cerrada} \vec{E}\cdot d\vec{S} = |\vec{E}|4\pi r^2 = \frac{0}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{|\vec{E}(\vec{r})| = 0}$$