Enunciado

En la figura 1 se representa un inversor trifásico para el que las señales de control de los transistores S_1, S_2 y S_3 se obtienen respectivamente por comparación de las señales $v_{CONTROL\_A}$, $v_{CONTROL\_B}$, $v_{CONTROL\_C}$, con la señal $v_{TRIANGULAR}$, tal y como se muestra en la figura 2.

DATOS: V_G = 400 V, L = 5 mH, R = 3Ω

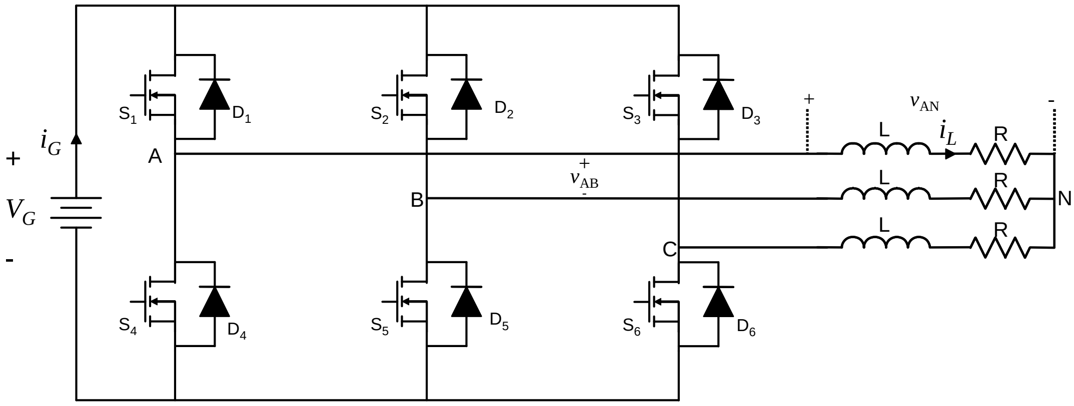

Figura 1

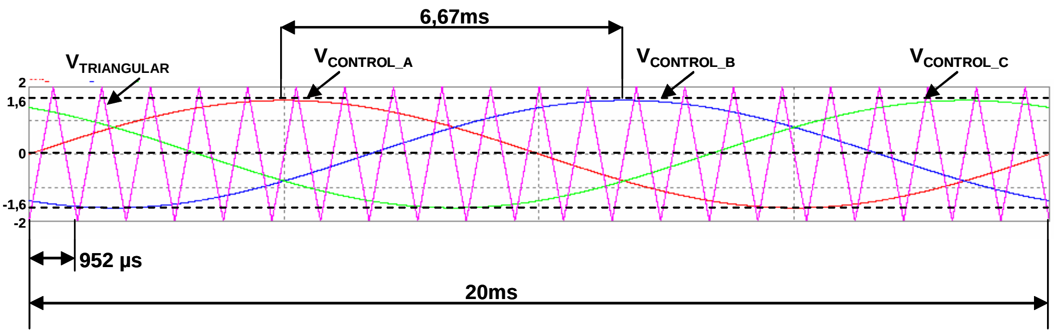

Figura 2

Se pide:

1. Determinar el índice de modulación en amplitud, m_a, y el índice de modulación en frecuencia, m_f. ¿Qué valor eficaz presenta el primer armónico de la tensión v_{AB}?
2. Considerando únicamente los tres primeros armónicos de la corriente y para los valores de m_a y m_f deducidos en el apartado anterior, calcular la potencia que se cede a la carga.

Intentando obtener un mayor valor eficaz para primer armónico de la tensión de línea, se ha incrementado el **<u>índice de modulación en amplitud</u>** hasta: **<u>m_a=8</u>**.

3. Representar las tensiones de los puntos A, B y C.
4. Representar la nueva forma de onda de la tensión v_{AB} (tensión en la carga fase-fase). ¿Presentará tercer armónico esta forma de onda?.
5. Representar la nueva forma de onda de la tensión v_{AN} (tensión en la carga fase-neutro).

6. Determinar el nuevo valor de la DAT de la corriente de la carga, i_L, (considerando únicamente los tres primeros armónicos).

NOTA: Se sugiere consultar las tablas de Series de Fourier

Solución propuesta

Apartado 1

Según la definición del índice de modulación en amplitud, m_a, este se obtiene como cociente de la amplitud de la moduladora sinusoidal entre la amplitud de la portadora triangular, por tanto:

$$m_a = \frac{1{,}6}{2} = 0{,}8 \qquad (1)$$

El primer armónico de v_{AB} viene dado por:

$$v_{AB\,1\,ef} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot m_{a_1} \cdot V_G$$

por tanto:

$$v_{AB\,1\,ef} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 0{,}693 \cdot 400V = 196V$$

El índice de modulación en frecuencia como cociente entre la frecuencia de la portadora triangular dividido por la frecuencia de la moduladora sinusoidal, por tanto:

$$m_f = \frac{f_{TRI}}{f_{SEN}} = \frac{1/T_{TRI}}{1/T_{SEN}} = \frac{T_{SEN}}{T_{TRI}} \qquad (2)$$

Los valores de los periodos de las señales moduladora sinusoidal (T_{SEN}) y portadora triangular (T_{TRI}) se obtienen de la Figura 7 del enunciado, obteniéndose:

T_{SEN}=20ms , T_{TRI}=952µs

y por tanto:

$$m_f = \frac{20 \cdot 10^{-3} s}{952 \cdot 10^{-6} s} = 21 \;;\quad m_f = 21$$

Apartado 2

Teniendo en cuenta la tabla de amplitudes normalizadas para la modulación PWM sinusoidal, que se proporciona en el enunciado, se tiene que la amplitud de los tres primeros armónicos de tensión presentan unas amplitudes y frecuencias que se recogen en la Tabla P2.1

índice armónico	frecuencia	Valor eficaz
$n=1$	50Hz	$\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot 0{,}693\cdot V_G=196V$
$n=m_f-2$	$(m_f-2)f_1=950Hz$	$\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot 0{,}190\cdot V_G=53{,}74V$
$n=m_f+2$	$(m_f+2)f_1=1150Hz$	$\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot 0{,}190\cdot V_G=53{,}74V$

Tabla P2.1

Para calcular los tres primeros armónicos de corriente, es necesario tener en cuenta la impedancia de la carga RL a la frecuencia correspondiente a cada uno de estos armónicos.

La primera consideración que ha de tenerse en cuenta, es que se conocen los armónicos de la tensión de línea (fase-fase), pero la carga está conectada en estrella (Y).

Para calcular la potencia, basta con conocer la corriente de la carga conectada en triángulo (Δ). La impedancia de la carga en Δ es 3 veces superior a la impedancia de la carga en Y, por tanto:

$$Z_\Delta=3Z_Y=3\sqrt{R^2+(L\cdot 2\pi\cdot f)^2} \qquad (3)$$

Particularizando la expresión anterior para los datos del enunciado y las frecuencias de los 3 primeros armónicos de tensión, se obtienen los valores eficaces de cada armónico de corriente según la expresión general (para el armónico enésimo).

$$I_{AB\,n\,ef}=\frac{V_{AB\,n\,ef}}{Z_n} \qquad (4)$$

Por ejemplo para el armónico de frecuencia 950Hz se tiene:

$$I_{AB(2mf\text{-}2)ef}=\frac{53{,}74V}{3\sqrt{(3\Omega)^2+\left(2\pi\cdot 950\cdot 3\cdot 10^{-3}\Omega\right)^2}}=0{,}597A$$

En la Tabla P2.2 se recogen los valores necesarios para calcular los tres primeros armónicos de corriente:

índice armónico	frecuencia (Hz)	Impedancia (Ω)	Valor eficaz de corriente (A)
$n=1$	50	10,16	19,3
$n=m_f-2$	950	89,98	0,597
$n=m_f+2$	1150	108,76	0,494

Tabla P2.2

Por tanto el valor eficaz total de la corriente de fase (dentro del triángulo) se calcula:

$$I_{ef}=\sqrt{(19{,}3A)^2+(0{,}597A)^2(0{,}494A)^2}=19{,}31A$$

La potencia se obtendrá de multiplicar por tres la potencia consumida por cada rama del triángulo:

$$P=3\cdot\left(R_\Delta\cdot I_{ef}^2\right)=3\cdot\left(3R_Y\cdot I_{ef}^2\right)=9\cdot R_Y\cdot I_{ef}^2=9\cdot 3\Omega\cdot 19{,}31^2=10KW$$

Apartado 3

Considerando un índice de modulación, m_a=8, la amplitud de la moduladora sinusoidal ($V_{CONTROL\_A}$) es ocho veces superior a la de la portadora triangular ($V_{TRIANGULAR}$), por lo que se puede considerar que el inversor opera en zona de onda cuadrada.

En este caso, para m_a=8, como la tensión del punto A (respecto del terminal de referencia de la fuente de tensión continua de entrada), v_{A0}, coincide con V_G cuando $V_{CONTROL\_A}$ es mayor que $V_{TRIANGULAR}$ (ver Figura 7 del enunciado), se tiene que $v_{A0}=V_G$ para todo en semiciclo positivo de $V_{CONTROL\_A}$, y v_{A0} =0V para todo el semiciclo negativo de $V_{CONTROL\_A}$.

Por tanto v_A es una onda cuadrada entre V_G y 0V. Como $V_{CONTROL\_B}$ y $V_{CONTROL\_C}$ van desfasadas 120º y 240º respectivamente respecto a $V_{CONTROL\_A}$, las tensiones de los puntos B y C son idénticas a la tensión v_{A0} pero desfasadas los correspondientes 120º y 240º. Estas formas de onda (v_{A0}, v_{B0}, v_{C0}) se representan en la Figura P2.1.

Apartado 4

Las tensiones de línea (fase-fase) se pueden obtener por resta simple de las tensiones v_{A0} y v_{B0}:

$$v_{AB} = v_{A0} - v_{B0}$$ (véase forma de onda en Figura P2.1)

Considérese el tercer armónico de la tensión V_A:

$$v_{A_3} = A_3 \cdot sen(3\omega t)$$

Ya que la tensión v_{B0} es idéntica a la tensión v_{A0}, pero desfasada 120º (2π/3), el tercer armónico de v_{B0} viene dado por:

$$v_{B_3} = A_3 \cdot sen\left[3\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)\right] = A_3 \cdot sen(3\omega t - 2\pi) = A_3 \cdot sen(3\omega t)$$

El tercer armónico de la tensión de línea se obtendrá según:

$$v_{AB_3} = v_{A_3} - v_{B_3} = A_3 \cdot sen(3\omega t) - A_3 \cdot sen(3\omega t) = 0$$

Idéntico razonamiento es aplicable a cualquier otro armónico de orden triple; 6, 9, 12,…. (n=6k+3; K=0, 1, 2,…).

Por tanto y de forma general, si dos tensiones son idénticas en forma de onda pero van desfasadas en el tiempo 2π/3rad, su resta (composición trifásica) carece de armónicos de orden triple.

Apartado 5

Para calcular la tensión de fase (fase-neutro) se puede proceder como sigue:

Considérese la tensión v_{AN} obtenida como resta de las tensiones del punto A respecto a la masa de continua (punto 0):

$$v_{AN} = v_{A0} - v_{N0} \tag{5}$$

Por otro lado, también ha de cumplirse:

$$v_{BN} = v_{B0} - v_{N0} \quad (6)$$

$$v_{CN} = v_{C0} - v_{N0} \quad (7)$$

En un sistema trifásico a tres hilos como la carga en estrella de la Figura 7 del enunciado, se tiene que:

$$i_A + i_B + i_C = 0 \quad (8)$$

Por tanto:

$$\frac{v_{AN}}{Z} + \frac{v_{BN}}{Z} + \frac{v_{CN}}{Z} = 0 \text{ o bien: } v_{AN} + v_{BN} + v_{CN} = 0 \quad (9)$$

donde Z es la impedancia de la carga.

Se puede escribir por tanto:

$$v_{A0} - v_{N0} + v_{B0} - v_{N0} + v_{C0} - v_{N0} = 0$$

y de aquí

$$v_{N0} = \frac{v_{A0} + v_{B0} + v_{C0}}{3} \quad (10)$$

Considerando (10), la tensión fase neutro v_{AN} se puede calcular como sigue:

$$v_{AN} = v_{A0} - v_{N0} = v_{A0} - \frac{v_{A0} + v_{B0} + v_{C0}}{3} \quad (11)$$

Teniendo en cuenta que las magnitudes anteriores son instantáneas, aplicando (11) instante a instante se obtiene la forma de onda de v_{AN} , que se representa en la Figura P2.1.

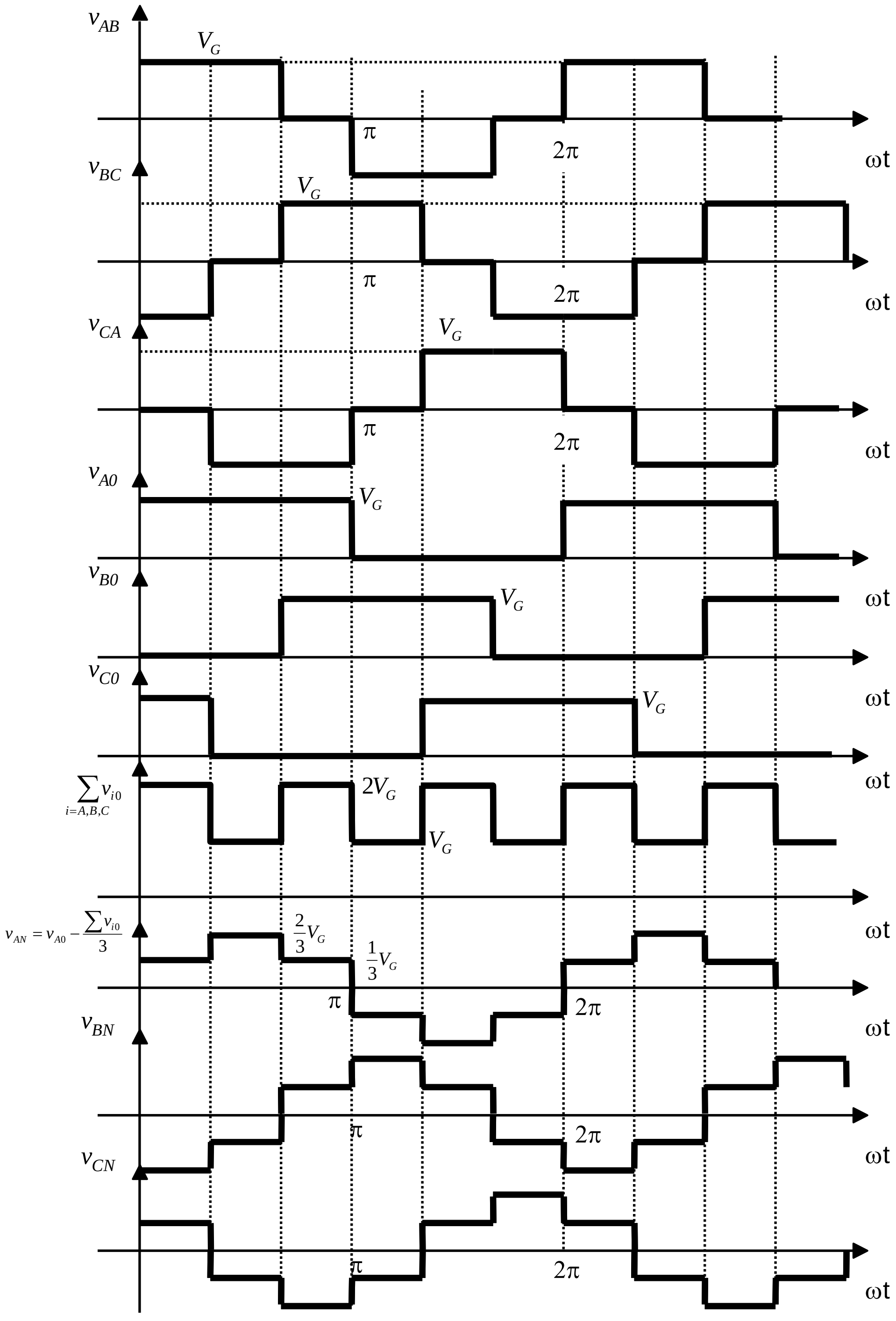

Figura P2.1

Apartado 6

A partir de la forma de onda para v_{AN} que se muestra en la Figura P2.1, se puede observar en la Tabla de Series de Fourier del enunciado, que la amplitud del armónico enésimo de la tensión fase-neutro, v_{AN} viene dado por:

$$v_{AN\,n} = \frac{2V_G}{3\pi} \cdot \frac{1}{n} \cdot \left[2 + \cos\left(n \cdot \frac{\pi}{3} \right) - \cos\left(n \cdot \frac{2\pi}{3} \right) \right] \qquad (12)$$

$n = 1{,}5{,}7....$

Como en este caso se conocen los armónicos de la tensión fase-neutro, se utilizará la impedancia de la carga en estrella.

$$Z_Y = \sqrt{R^2 + (L \cdot 2\pi \cdot f)^2}$$

En la Tabla P2.3 se muestran los resultados necesarios para calcular los tres primeros armónicos de corriente.

índice armónico	frecuencia (Hz)	Impedancia (Ω)	Valor eficaz $V_{AN\,n}$ (V)	Valor eficaz $I_{A\,n}$ (A)
1	50	3,38	180,06	53,17
5	250	8,4	36,013	4,28
7	350	11,4	25,72	2,257

Tabla P2.3

Por tanto la DAT de la corriente vendrá dada por:

$$DAT = \frac{\sqrt{4{,}28^2 + 2{,}257^2}}{53{,}17} = 9{,}1\%$$