

Control Inteligente

Modelado Fuzzy de Sistemas L3

Luis Moreno, Santiago Garrido, Dorin Copaci

Dpto. Ing. de Sistemas y Automática
Universidad Carlos III
Madrid

Oct 2019



Table of contents

- 1 Modelado Fuzzy de Sistemas

Introducción

- Los sistemas de inferencia borrosos (fuzzy inference systems, FIS) son **aproximadores universales** de funciones, lo que significa que un FIS es capaz de aproximar cualquier función continua en un dominio compacto con un cierto nivel de precisión (ϵ).
- Los modelos borrosos pueden ser dinámicos o estáticos. Se han propuesto diversas estrategias. Entre las más usadas (sobre todo con sistemas no lineales) están los sistemas borrosos basados en reglas de tipo:
 - **Mamdani**, en que los modelos tienen reglas donde los antecedentes y consecuentes son proposiciones borrosas.
 - **Takagi-Sugeno**, en los que los modelos tienen reglas donde los antecedentes son proposiciones borrosas y los consecuentes son funciones crisp o precisas de los antecedentes.

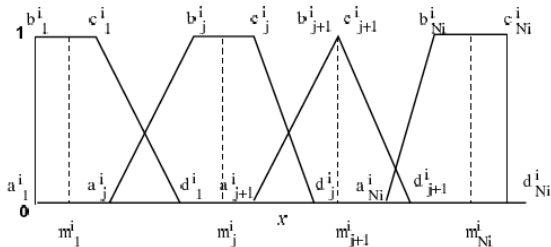
Aproximación de funciones

Descripción del sistema

- Para el análisis del error de aproximación usaremos una clase de sistemas borrosos descrita por medio de funciones de pertenencia trapezoidales (o triangulares) y normales ($\max \mu_i(x) = 1$), con un solapamiento máximo de 0,5 con las funciones de pertenencia vecinas, es decir

$$\text{hgt}(\mu_i \cap \mu_{i+1}) \leq 0,5 \quad (1)$$

- El centro del conjunto fuzzy (valor modal para las f de pertenencia triangulares) se indicará por m_i^j .



Aproximación de funciones

Descripción del sistema

- Se usará el producto como operador AND, consecuentes de tipo singleton y el promedio de centros (center average).
- El proceso de inferencia para un sistema fuzzy con dos entradas puede representarse por:

$$f(x) = \frac{\sum_{j_1=1}^{N_1} \sum_{j_2=1}^{N_2} \bar{y}^{j_1 j_2} (\mu_{j_1}^1(x_1) \mu_{j_2}^2(x_2))}{\sum_{j_1=1}^{N_1} \sum_{j_2=1}^{N_2} (\mu_{j_1}^1(x_1) \mu_{j_2}^2(x_2))} \quad (2)$$

donde $x \in \mathbb{R}^2$ y x_1 y x_2 son los componentes, μ_j^i es la función de pertenencia del conjunto is the membership A_j^i definido sobre el universo de discurso de la i -ésima entrada del vector x y $\bar{y}^{j_1 j_2}$ representa un singleton consecuencia de la regla

$$\text{IF } x_1 \text{ is } A_{j_1}^1 \text{ AND } x_2 \text{ is } A_{j_2}^2 \text{ THEN } f(x) \text{ is } \bar{y}^{j_1 j_2} \quad (3)$$

Aproximación de funciones

Descripción del sistema

- Una representación mas general es la siguiente:

$$f(x) = \frac{\sum_{l=1}^L \bar{y}^l (\prod_{i=1}^N \mu_l^i(x_i))}{\sum_{l=1}^L (\prod_{i=1}^N \mu_l^i(x_i))} \quad (4)$$

donde $x \in \mathbb{R}^N$, L es el número de reglas, y x_i representa cada componente de x .

- Para funciones de pertenencia trapezoidales y para el caso de la i -ésima entrada su parametrización tiene la forma que se vio en la figura previa y su expresión es:

$$\mu_j^i(x) = \min \left[\max \left(\frac{x_i - a_j^i}{b_j^i - a_j^i}, 0 \right), \max \left(1 - \frac{x_i - c_j^i}{d_j^i - c_j^i}, 0 \right), 1 \right] \quad (5)$$

Error de aproximación

- **Teorema 1.** Sea $f(x)$ un sistema de inferencia borroso con un número arbitrario de funciones de pertenencia normales (triangulares o trapezoidales) con centros m_j^i , distribuidos sobre los intervalos $[a_i, b_i], \forall i = 1, \dots, N$ y recubriendo el intervalo de forma que al menos una y como mucho dos funciones de pertenencia sean distintas de cero para un valor dado x_i y sea $g(x) : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$ una función desconocida. Si $g(x)$ es continuamente diferenciable en el intervalo $U = [a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times \dots \times [a_N, b_N]$, entonces el sistema borroso $f(x)$ puede aproximar la función $g(x)$ con un error ϵ arbitrariamente acotado

$$\|g(x) - f(x)\|_{\infty} \leq \epsilon \quad (6)$$

donde $\|\cdot\|_{\infty}$ se define como $\|e(x)\|_{\infty} = \sup_{x \in U} |e(x)|$.

Error de aproximación

- En el teorema anterior (cuya demostración se omite) es interesante observar que el error global cuya expresión es

$$\begin{aligned}\|g(x) - f(x)\|_\infty &= \sup_{x \in U} |g(x) - f(x)| \\ &\leq \left\| \frac{\partial g}{\partial x_1} \right\|_\infty \max_{1 \leq j_1 \leq N_1 - 1} |m_{j_1+1}^1 - m_{j_1}^1| \\ &\quad + \left\| \frac{\partial g}{\partial x_2} \right\|_\infty \max_{1 \leq j_2 \leq N_2 - 1} |m_{j_2+1}^1 - m_{j_2}^1| \\ &= \left\| \frac{\partial g}{\partial x_1} \right\|_\infty e_1 + \left\| \frac{\partial g}{\partial x_2} \right\|_\infty e_2\end{aligned}\tag{7}$$

donde $e_i = \max_{1 \leq j_i \leq N_i - 1} |m_{j_i+1}^1 - m_{j_i}^1|$

Error de aproximación

- Y extendiendo este resultado a N dimensiones se tiene

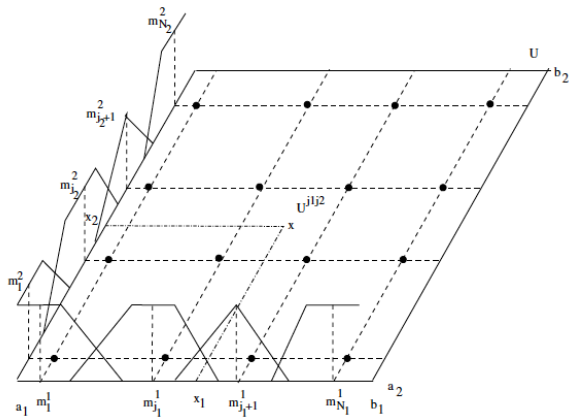
$$\|g(x) - f(x)\|_{\infty} \leq \left\| \frac{\partial g}{\partial x_1} \right\|_{\infty} e_1 + \left\| \frac{\partial g}{\partial x_2} \right\|_{\infty} e_2 + \dots + \left\| \frac{\partial g}{\partial x_N} \right\|_{\infty} e_N \quad (8)$$

- Y en esta expresión se ve que el error máximo en la aproximación está acotado y que dicho error puede reducirse a un cierto valor $\|g(x) - f(x)\|_{\infty} \leq \epsilon$ jugando con las distancias e_i
- Es decir, el sistema borroso que hemos descrito $f(x)$ es un **aproximador universal** de la función $g(x)$ en un dominio finito $x \in U$.

Precisión de la aproximación

- Obsérvese que la precisión de la aproximación depende directamente de dos factores:
 - ① El valor máximo del gradiente de la función $\|\frac{\partial g}{\partial x_j}\|_{\infty}$.
 - ② La distancia entre los centros de las funciones de pertenencia $|m_{j_i+1}^1 - m_{j_i}^1|$

Puntos de entrada en el espacio de reglas



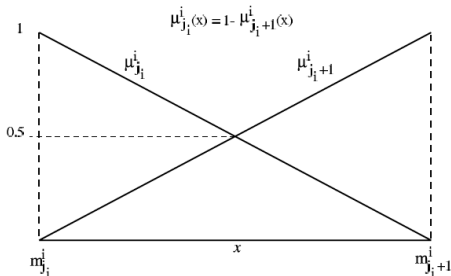
Capacidad de aproximación



Funciones de pertenencia triangulares

Grado de solapamiento $\frac{1}{2}$

- Supongamos funciones de pertenencia triangulares con grado de solapamiento $\frac{1}{2}$ como las mostradas.
- Estas funciones de pertenencia tienen dos propiedades interesantes:
 - El solapamiento es igual a $\frac{1}{2}$.
 - $\mu_{j_i}^i(x_i) = 1 - \mu_{j_i+1}^i(x_i)$. Es decir la suma de las funciones de pertenencia que se solapan suma 1.



Funciones de pertenencia triangulares

Grado de solapamiento $\frac{1}{2}$

- Suponiendo un sistema simple con una entrada y una salida para simplificar el análisis del sistema
- Las reglas para el intervalo $x \in [m_{j_1}, m_{j_1+1}]$ son

$$\begin{aligned} & \text{IF } x \text{ is } A_{j_1} \text{ THEN } \bar{y}_{j_1} \\ & \text{IF } x \text{ is } A_{j_1+1} \text{ THEN } \bar{y}_{j_1+1} \end{aligned} \quad (9)$$

- La expresión para la función de salida definida por el sistema borroso cuando la entrada está en el intervalo $x \in [m_{j_1}, m_{j_1+1}]$ es

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{\bar{y}^{j_1} \mu_{j_1}(x) + \bar{y}^{j_1+1} \mu_{j_1+1}(x)}{\mu_{j_1}(x) + \mu_{j_1+1}(x)} \\ &= \bar{y}^{j_1} \mu_{j_1}(x) + \bar{y}^{j_1+1} \mu_{j_1+1}(x) \end{aligned} \quad (10)$$

Funciones de pertenencia triangulares

Grado de solapamiento $\frac{1}{2}$

- donde las funciones de pertenencia están parametrizadas como

$$\mu_{j_1}(x) = \frac{m_{j_1+1} - x}{m_{j_1+1} - m_{j_1}} \quad (11)$$

$$\mu_{j_1+1}(x) = \frac{x - m_{j_1}}{m_{j_1+1} - m_{j_1}} \quad (12)$$

- y reemplazando en 10:

$$\begin{aligned} f(x) &= \bar{y}^{j_1} \left(\frac{m_{j_1+1} - x}{m_{j_1+1} - m_{j_1}} \right) + \bar{y}^{j_1+1} \left(\frac{x - m_{j_1}}{m_{j_1+1} - m_{j_1}} \right) \\ &= \underbrace{\left(\frac{\bar{y}^{j_1+1} - \bar{y}^{j_1}}{m_{j_1+1} - m_{j_1}} \right)}_a x + \underbrace{\left(\frac{m_{j_1+1} \bar{y}^{j_1}}{m_{j_1+1} - m_{j_1}} - \frac{m_{j_1} \bar{y}^{j_1+1}}{m_{j_1+1} - m_{j_1}} \right)}_b \\ &= ax + b \end{aligned} \quad (13)$$

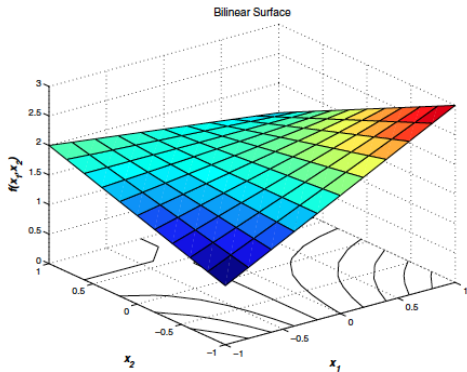
- La ecuación 13 es una función afín de x (interpolador lineal).

Funciones de pertenencia triangulares

Grado de solapamiento $\frac{1}{2}$

- Extendiendo el análisis al caso de dos entradas ($x \in \mathbb{R}^2$), la función definida por el sistema borroso en el intervalo $x \in [m_{j_1}^1, m_{j_1+1}^1] \times [m_{j_2}^2, m_{j_2+1}^2]$ es una expresión bilineal de la forma

$$f(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2 + cx_1x_2 + d \quad (14)$$



Funciones de pertenencia triangulares

Grado de solapamiento $\frac{1}{2}$

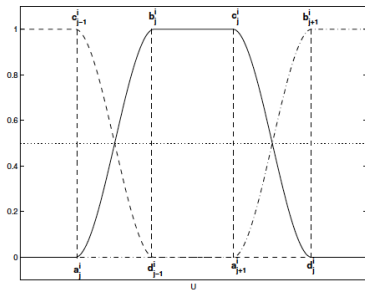
- En general, este tipo de sistemas borrosos producen elementos multilineales de interpolación entre los centros de las reglas o en otras palabras se crea una hipersuperficie multilineal finita.

Funciones de pertenencia polinómicas

Grado de solapamiento $\frac{1}{2}$

- Para funciones polinómicas del tipo:

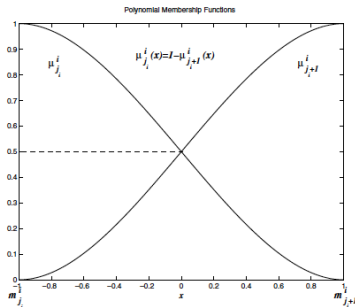
$$\mu_{j_i}^i(x_i) = \begin{cases} 0 & \text{if } x_i < a_{j_i}^i \\ \frac{(x_i - a_{j_i}^i)^2(2x_i + a_{j_i}^i - 3b_{j_i}^i)}{(a_{j_i}^i - b_{j_i}^i)^3} & \text{if } a_{j_i}^i < x_i < b_{j_i}^i \\ 1 & \text{if } b_{j_i}^i \leq x_i < c_{j_i}^i \\ \frac{(x_i - d_{j_i}^i)^2(2x_i + d_{j_i}^i - 3c_{j_i}^i)}{(c_{j_i}^i - d_{j_i}^i)^3} & \text{if } c_{j_i}^i < x_i < d_{j_i}^i \\ 0 & \text{if } x_i > d_{j_i}^i \end{cases} \quad (15)$$



Funciones de pertenencia polinómicas

Grado de solapamiento $\frac{1}{2}$

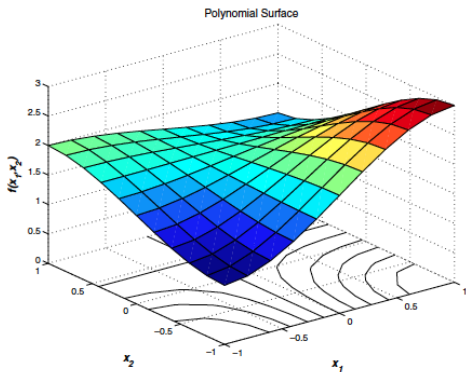
- Supongamos funciones de pertenencia polinómicas con grado de solapamiento $\frac{1}{2}$ como las mostradas.
- Estas funciones de pertenencia tienen las siguientes propiedades:
 - El solapamiento es igual a $\frac{1}{2}$.
 - $\mu_{j_i}^i(x_i) = 1 - \mu_{j_i+1}^i(x_i)$. Es decir la suma de las funciones de pertenencia que se solapan suma 1.
 - $\frac{\partial \mu_{j_i}^i(m_{j_i})}{\partial x_i} = \frac{\partial \mu_{j_i}^i(m_{j_i+1})}{\partial x_i} = 0$



Funciones de pertenencia polinómicas

Grado de solapamiento $\frac{1}{2}$

- Para estas funciones de pertenencia y dos reglas con dos entradas dan una expresión de la forma

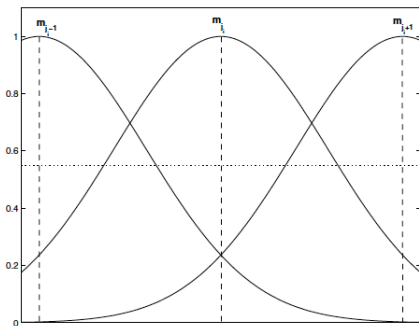


Funciones de pertenencia Gaussianas

Grado de solapamiento $\sigma = 0,6(m_{j_i+1}^i - m_{j_i}^i)$

- Para funciones de pertenencia Gaussianas con solapamiento en $\sigma = 0,6(m_{j_i+1}^i - m_{j_i}^i)$ se tendrá

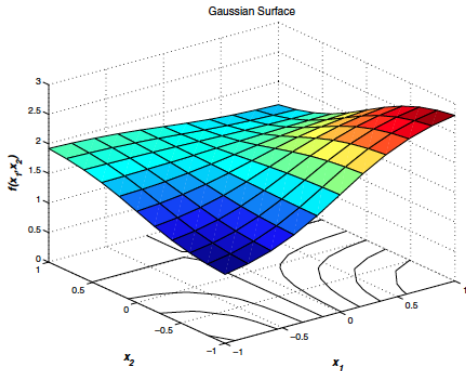
$$\mu_{j_i}^i(x_i) = e^{-\left(\frac{x(i)-m_{j_i}^i}{\sigma_{j_i}^i}\right)^2} \quad (16)$$



Funciones de pertenencia Gaussianas

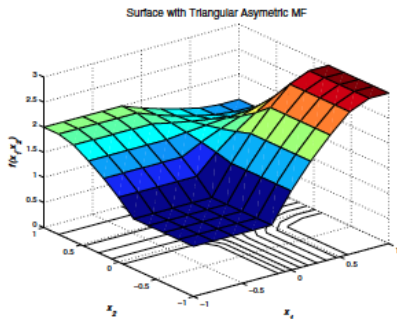
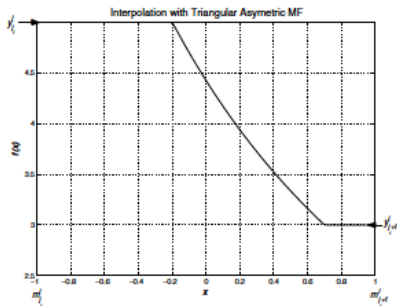
$$\text{Grado de solapamiento } \sigma = 0,6(m_{ji+1}^i - m_{ji}^i)$$

- Se genera una superficie suave de interpolación entre los puntos próximos a los consecuentes de sus reglas correspondientes. Estas interpolaciones corresponden a una suma de funciones Gaussianas.



Otros grados de solapamiento

- Para funciones triangulares con grado distinto de $1/2$ tenemos algo de la forma:



Sistemas borrosos Takagi-Sugeno

- El análisis es algo mas complejo, pero:
 - Los modelos borrosos Takagi-Sugeno son también aproximadores universales.
 - Los modelos borrosos Takagi-Sugeno con funciones de pertenencia **triangulares** y solapamiento $1/2$ generan **interpolaciones lineales** entre los valores de las funciones usadas como consecuentes en las reglas.
 - Los modelos borrosos Takagi-Sugeno con funciones de pertenencia **polinómicas** y solapamiento $1/2$ generan interpolaciones descritas por secciones monótonas de **polinomios de tercer orden** que conectan los valores de las funciones usadas como consecuentes en las reglas.
 - Los modelos borrosos Takagi-Sugeno con funciones de pertenencia **Gaussianas** generan **interpolaciones no lineales** descritas por funciones monótonas que conectan los valores de las funciones usadas como consecuentes en las reglas.

Construcción de modelos borrosos

A partir de datos de Entrada/Salida

- La construcción de modelos borrosos lleva consigo la selección de diferentes parámetros, entre ellos:
 - Posición, forma y distribución de las funciones de pertenencia.
 - Construcción de la base de reglas.
 - Selección de las operaciones lógicas y consecuencias de las reglas.
- Esto implica un número grande de grados de libertad lo que hace que sea difícil implementar un único método para seleccionar todos los parámetros a la vez. Un enfoque usual consiste en:
 - Fijar a priori las operaciones lógicas y las funciones de pertenencia usando algún criterio (diferenciabilidad, integridad lingüística, facilidad de implementación, etc.).
 - El resto de los parámetros puede ser estimado a partir de los datos usando diferentes estrategias, que en general suelen basarse en minimizar el error de aproximación entre los valores de salida y los valores que da el sistema borroso.

Métodos

- De acuerdo con los parámetros ajustados y las estrategias se han propuesto diferentes métodos, entre ellos:
 - *Mosaicos o esquemas basados en tablas de búsqueda* (table lookup schemes) en los que se fija previamente el tipo, número y posición de las funciones de pertenencia y sólo se calculan los consecuentes de las reglas.
 - *Descenso del gradiente* (gradient descent) en los que se fija a priori el tipo y número de las funciones de pertenencia y se calculan las posiciones y valores de los consecuentes.
 - *Agrupación (clustering) y descenso del gradiente (gradient descent)* donde se sólo se fijan los tipos de las funciones de pertenencia y mediante algoritmos de clustering se seleccionan el número y las posiciones de las f. de pertenencia. Los consecuentes y un ajuste fino de las posiciones de las f. de pertenencia se hace mediante un método de descenso del gradiente aplicado posteriormente.
 - *Estrategias evolutivas (evolutionary strategies)*, en estas se puede usar algoritmos evolutivos para optimizar todos los aspectos del modelo borroso since they can be incluyendo el conjunto de entradas usadas para construir el modelo.

Métodos

- Parámetros ajustados por cada tipo de método de modelado.

Method	Type of MFs	Number of MFs	Location of the MFs	Consequences
Mosaic scheme	Fixed	Fixed	Fixed	Adjusted
Gradient descent	Fixed	Fixed	Adjusted	Adjusted
Clustering + gradient descent	Fixed	Adjusted	Adjusted	Adjusted
Evolutionary strategies (1)	Adjusted	Adjusted	Adjusted	Adjusted

Mosaicos o esquemas basados en tablas de búsqueda

- El esquema básico de este método fue propuesto por Wang en 1994.
- En este método la posición, forma y distribución de las funciones de pertenencia son elegidas por el diseñador.
- La base de reglas es compuesta a partir de ellas y el método determina las consecuencias de las reglas.
- Supongamos que se ha recopilado una secuencia de datos de entrada-salida $\{x_i, y_i\}, i = 1, \dots, N$, las entradas $x_i \in U \subset \mathbb{R}^p$ y las salidas $y_i \in V \subset \mathbb{R}$. El subconjunto U es una porción del espacio \mathbb{R}^p y es definida como $U = [a_1, b_1] \times \dots \times [a_p, b_p]$.
- Veamos los pasos a seguir para construir el modelo.

Mosaicos o esquemas basados en tablas de búsqueda

Método

- Paso 1
 - Para cada una de las p entradas del sistema distribuir las N_i funciones de pertenencia a lo largo del intervalo $[a_i, b_i]$.
 - La posición, forma y distribución de las funciones de pertenencia son elegidas por el diseñador.
 - La única condición es que el se cubra todo el intervalo y que al menos dos funciones de pertenencia estén situadas sobre cada punto del dominio de entrada.
 - Tal y como se ha visto anteriormente la forma y la distribución afectan a la suavidad y precisión de la aproximación.

Mosaicos o esquemas basados en tablas de búsqueda

Método

- Paso 2.
 - Generar la base de reglas usando todas las posibles combinaciones entre los antecedentes y el operador AND (se elige previamente el operador **min** o **producto**).
 - La regla l de la base de reglas para un sistema borroso de tipo *Mamdani* es:

$$\text{IF } x_1^i \text{ is } A_1^l \text{ AND } \dots \text{ AND } x_p^i \text{ is } A_p^l \text{ THEN } y \text{ is } \bar{y}^l \quad (17)$$

- y para un sistema borroso del tipo *Takagi-Sugeno* es

$$\text{IF } x_1^i \text{ is } A_1^l \text{ AND } \dots \text{ AND } x_p^i \text{ is } A_p^l \text{ THEN } y = a_1^l x_1^i + \dots + a_p^l x_p^i + b^l \quad (18)$$

Mosaicos o esquemas basados en tablas de búsqueda

Método

- Paso 3.
 - Calcular la inferencia de cada regla. Para la regla l de la forma

$$\mu_l(x^i) = \min\{\mu_l^1(x_1^i), \mu_l^2(x_2^i), \dots, \mu_l^p(x_p^i)\} \quad (19)$$

o

$$\mu_l(x^i) = \mu_l^1(x_1^i) \cdot \mu_l^2(x_2^i) \cdot \dots \cdot \mu_l^p(x_p^i) \quad (20)$$

- la expresión general resultante para un sistemas borrosos de tipo Mandani con L reglas viene dada por

$$f(x^i) = \frac{\sum_{l=1}^L \bar{y}^l \mu_l(x^i)}{\sum_{l=1}^L \mu_l(x^i)} \quad (21)$$

- y para un modelo Tagaki-Sugeno

$$f(x^i) = \frac{\sum_{l=1}^L (a_l^1 x_1^i + \dots + a_l^p x_p^i + b^l) \mu_l(x^i)}{\sum_{l=1}^L \mu_l(x^i)} \quad (22)$$

Mosaicos o esquemas basados en tablas de búsqueda

Método

- Paso 4.
 - Calcular los parámetros del consecuente.
 - Para el modelo Mamdani los parámetros a ser calculados son $\bar{y}^l, l = 1, \dots, L$ tal que $f(x^i) \approx y^i$. Obsérvese que la ec. 21 puede reescribirse como

$$f(x^i) = \sum_{l=1}^L \bar{y}^l \omega_l(x^i) \quad (23)$$

con

$$\omega_l(x^i) = \frac{\mu_l(x^i)}{\sum_{l=1}^L \mu_l(x^i)} = \omega_l^i \quad (24)$$

- Los N valores de salida pueden ser representados como un vector Y en términos del proceso de inferencia:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y^1 \\ y^2 \\ \vdots \\ y^N \end{bmatrix}}_Y = \underbrace{\begin{bmatrix} \omega_1^1 & \omega_2^1 & \dots & \omega_L^1 \\ \omega_1^2 & \omega_2^2 & \dots & \omega_L^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_1^N & \omega_2^N & \dots & \omega_L^N \end{bmatrix}}_W \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{y}^1 \\ \bar{y}^2 \\ \vdots \\ \bar{y}^L \end{bmatrix}}_\theta + \underbrace{\begin{bmatrix} e^1 \\ e^2 \\ \vdots \\ e^N \end{bmatrix}}_E \quad (25)$$

Mosaicos o esquemas basados en tablas de búsqueda

Método

- Paso 4.
 - Calcular los parámetros del consecuente.
 - Para el modelo Tagaki-Sugeno los parámetros a ser calculados son $a_1^l \dots a_p^l$ y b^l , $l = 1, \dots, L$ tales que $f(x^i) \approx y^i$. Usando un razonamiento similar al usado antes para los modelos tipo Mamdani la ec. 22 puede reescribirse como:

$$f(x^i) = \sum_{l=1}^L (a_1^l x_1^i + \dots + a_p^l x_p^i + b^l) \omega_l(x^i) \quad (26)$$

donde $\omega_l(x^i)$ tiene la forma mostrada en 24.

- Los N valores de salida pueden ser representados como un vector Y en términos del proceso de inferencia:

$$Y = W.\theta + E \quad (27)$$

Mosaicos o esquemas basados en tablas de búsqueda

Método

- Paso 4. Cont
 - donde Y , W son:

$$Y = \begin{bmatrix} y^1 \\ y^2 \\ \vdots \\ y^N \end{bmatrix}, W = \begin{bmatrix} \omega_1^1 x_1^1 & \dots & \omega_1^1 x_p^1 & \omega_1^1 & \omega_2^1 x_1^1 & \dots & \omega_L^1 x_p^1 & \omega_L^1 \\ \omega_1^2 x_1^1 & \dots & \omega_1^2 x_p^1 & \omega_1^2 & \omega_2^2 x_1^1 & \dots & \omega_L^2 x_p^1 & \omega_L^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \omega_1^N x_1^1 & \dots & \omega_1^N x_p^1 & \omega_1^N & \omega_2^N x_1^1 & \dots & \omega_L^N x_p^1 & \omega_L^N \end{bmatrix} \quad (28)$$

- y θ y E :

$$\theta = \begin{bmatrix} a_1^1 \\ a_2^1 \\ \vdots \\ a_p^1 \\ b^1 \\ a_1^2 \\ \vdots \\ a_p^L \\ b^L \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} e^1 \\ e^2 \\ \vdots \\ e^N \end{bmatrix} \quad (29)$$

- Paso 5.

- En ambos casos el vector E es el error de aproximación y el propósito es reducir la norma de este vector tanto como sea posible. Utilizando la norma cuadrática como medida de error de aproximación tendremos

$$\min_{\theta} \|E\|_2 = \min_{\theta} \|Y - W\theta\|_2 \quad (30)$$

- Esto es un problema de mínimos cuadrados y los consecuentes puede ser calculados usando mínimos cuadrados. La solución al problema de mínimos cuadrados viene dada por

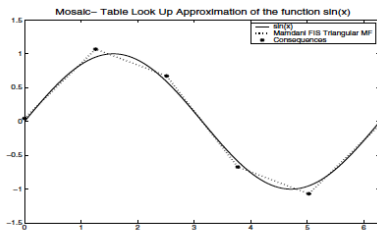
$$\theta = \arg \min_{\theta} \|E\|_2 = (W^T W)^{-1} Y^T W \quad (31)$$

- Esta solución es aplicable si el rango $\text{rank}(W^T W) = \text{dim}(\theta)$; en otro caso es necesario aplicar otro método para garantizar un conjunto de consecuentes fiables para las reglas.

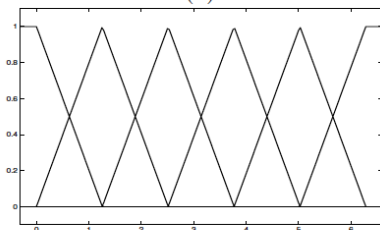
Ejemplo

- Queremos aproximar mediante el método del mosaico la función $f(x) = \sin(x)$ en el intervalo $[0, 2\pi]$ usando 629 puntos equidistantes a lo largo del dominio en x . Usaremos en este ejemplo 6 f. de pertenencia sobre el dominio. Veremos cuatro modelos: tres de tipo Mamdani y uno de tipo Takagi-Sugeno. Los tres Mamdani usarán tres tipos de funciones de pertenencia: triangulares, polinómicas y Gaussianas y el modelo Takagi-Sugeno de tipo triangular.

- Mandani, con f. de pertenencia triangulares



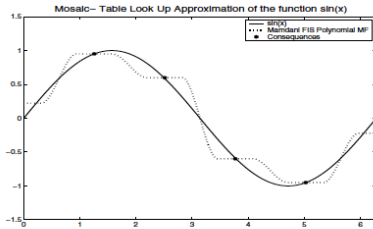
(a)



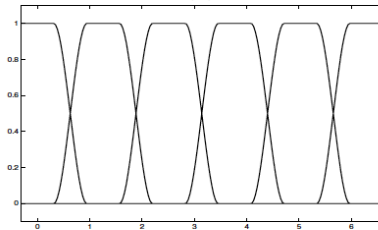
(b)

Ejemplo

- Mandani, con f. de pertenencia polinómicas.



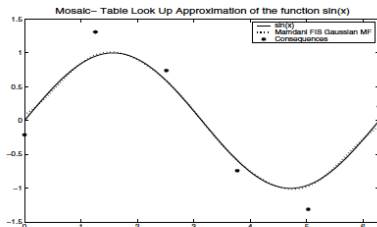
(a)



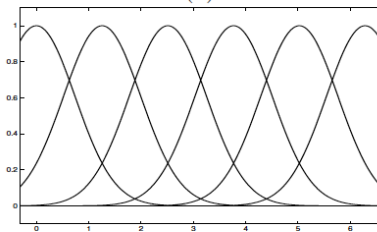
(b)

Ejemplo

- Mandani, con f. de pertenencia Gaussianas.



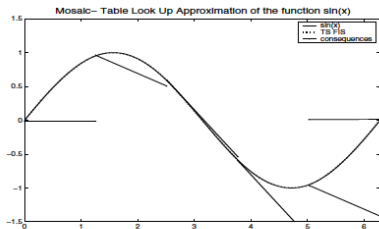
(a)



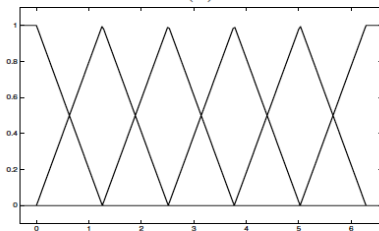
(b)

Ejemplo

- Tagaki-Sugeno, con f. de pertenencia triangulares



(a)



(b)

- Fin Modelado Fuzzy de Sistemas