

Capítulo 7:

Filtros en microondas

Objetivo: Un filtro de microondas es un dispositivo con una respuesta selectiva en frecuencia, de modo que discrimina señales de microondas en función de su frecuencia. Las respuestas típicas son paso bajo, paso alto, paso banda y banda eliminada.

El desarrollo de los filtros empezó en los años anteriores a la II Guerra Mundial. Todos estos estudios derivaron a principios de los 50 en un voluminoso manual de filtros y acopladores donde se desarrollan todas las técnicas utilizadas en los modernos programas de CAD.

El método más utilizado para el diseño de filtros es el método de las pérdidas de inserción. En Microondas, los elementos concentrados que proporciona el método anterior son sustituidos por tramos de líneas de transmisión. De esta forma se utilizarán transformaciones (de Richard) e identidades (de Kuroda) que posibilitan la transformación indicada.



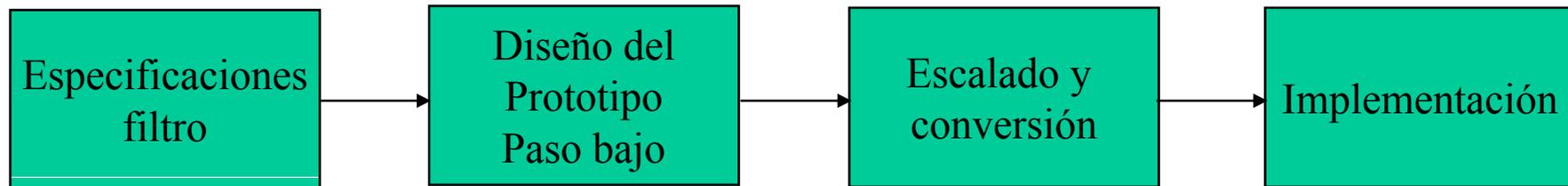
ÍNDICE

- Introducción a los filtros.
- Diseño de filtros por el método de las pérdidas de inserción.
- Transformaciones en filtros.
- Implementación de filtros en microondas:
 - Transformación de Richard.
 - Identidades de Kuroda.
 - Inversores de admitancia o impedancia.
- Filtros de impedancia a saltos.
- Filtros con líneas acopladas.
- Conclusiones.



INTRODUCCIÓN A LOS FILTROS

- Definición: dispositivo de dos puertos que presenta un comportamiento selectivo en frecuencia de tal forma que permite el paso de la señal a unas frecuencias (banda de paso) y lo impide a otras (banda eliminada).
- Conceptos:
 - Pérdidas de inserción: representa la cantidad de energía que se refleja en cada frecuencia a la entrada del filtro. $RL = -20 \log|\Gamma|$
 - Pérdidas de transmisión: representa la cantidad de energía que se pierde en su paso a través de la estructura filtrante. $IL = -20 \log|T|$
- Peculiaridades de los filtros en microondas:
 - Se utiliza tecnología en línea o guía cuya respuesta frecuencial se repite periódicamente.
- Proceso de diseño:



DISEÑO DE FILTROS MEDIANTE EL MÉTODO DE LAS PÉRDIDAS DE INSERCIÓN: PRINCIPIOS

- Proporciona un gran control sobre las amplitudes de las bandas de paso y eliminada y sobre las características de fase. Ejemplos:
 - Mínimas pérdidas de inserción: respuesta binomial (Butterworth).
 - Respuesta de corte abrupta: respuesta con rizado constante (Chebychev).
 - Respuesta lineal de fase al precio de sacrificar atenuación.

- El filtro se define por las pérdidas de inserción (inverso del $|s_{12}|^2$)

$$P_{LR} = \frac{\text{Potencia disponible en la fuente}}{\text{Potencia entregada a la carga}} = \frac{P_{inc}}{P_{load}} = \frac{1}{1 - |\Gamma(\omega)|^2}$$

- La función $|\Gamma(\omega)|^2$ es par por lo que puede expresarse como el cociente de polinomios

$$|\Gamma(\omega)|^2 = \frac{M(\omega^2)}{M(\omega^2) + N(\omega^2)}$$

- Resultando en unas pérdidas de:

$$P_{LR} = 1 + \frac{M(\omega^2)}{N(\omega^2)}$$

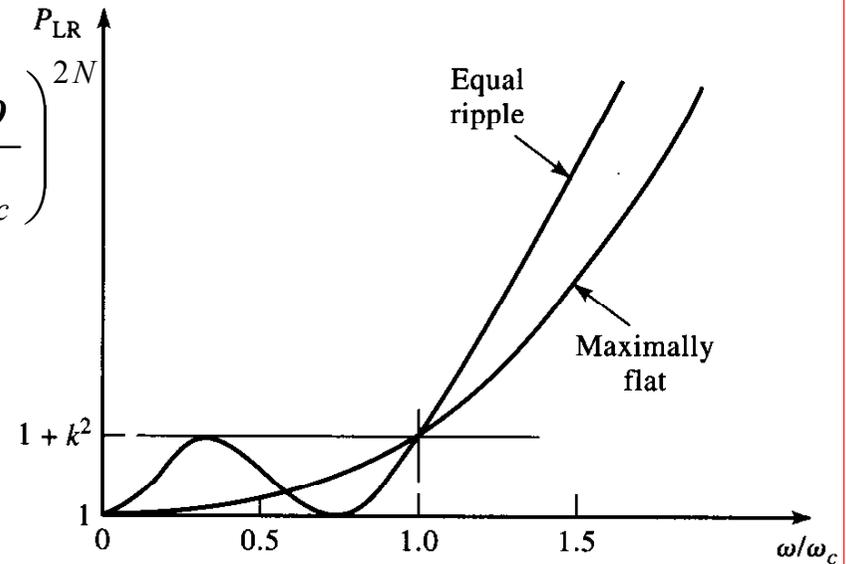
- Tipos de filtros: maximalmente plano, de rizado constante, función elíptica y fase plana.



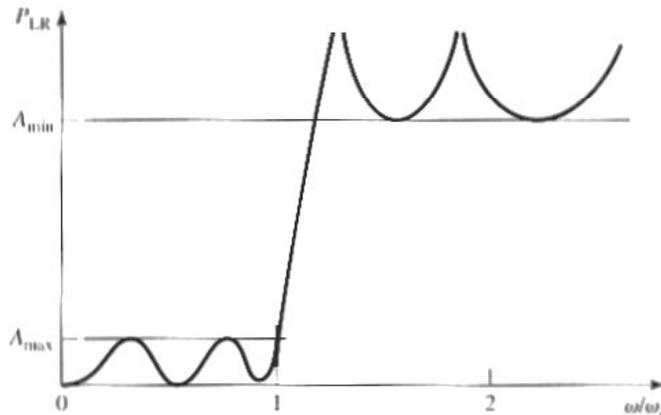
DISEÑO DE FILTROS MEDIANTE EL MÉTODO DE LAS PÉRDIDAS DE INSERCIÓN: TIPOS DE FILTROS

Maximalmente plano o Butterworth:
 Función característica binomial.
 Respuesta plana en la banda $\omega - \omega_c$
 Si $k=1$ en ω_c hay 3 dB de pérdidas.

$$P_{LR} = 1 + k^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2N}$$



Rizado constante en la banda de paso (Chebyshev):
 Frecuencia de corte muy abrupta.
 Amplitud del rizado $(1+k^2)$
 Crecimiento de atenuación $20N$ dB/década



$$P_{LR} = 1 + k^2 T_N^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)$$

Función elíptica.

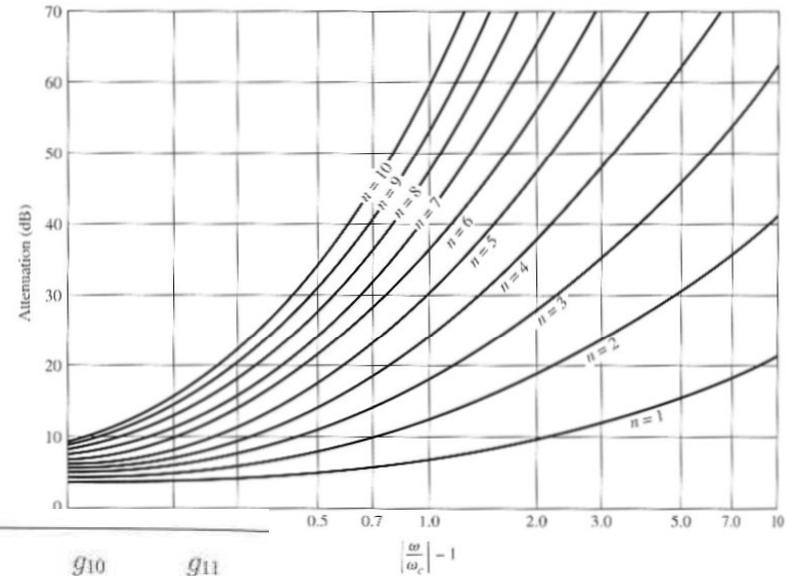
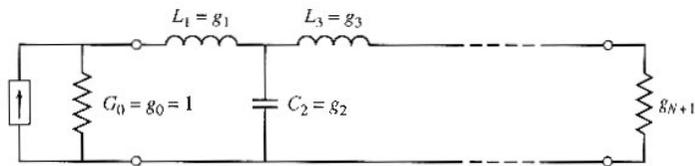
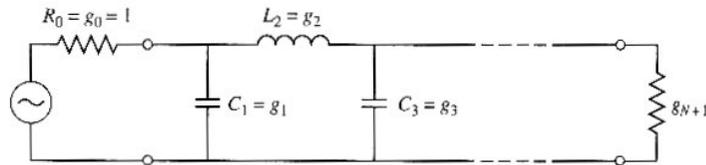
$$\phi(\omega) = A\omega \left[1 + p \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2N} \right]$$

Fase lineal.

$$\tau_d = \frac{d\phi}{d\omega} = A \left[1 + p(2N+1) \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2N} \right]$$



PROTOTIPO PASO BAJO DE UN FILTRO MAXIMALMENTE PLANO (BUTTERWORTH)



N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	2.0000	1.0000									
2	1.4142	1.4142	1.0000								
3	1.0000	2.0000	1.0000	1.0000							
4	0.7654	1.8478	1.8478	0.7654	1.0000						
5	0.6180	1.6180	2.0000	1.6180	0.6180	1.0000					
6	0.5176	1.4142	1.9318	1.9318	1.4142	0.5176	1.0000				
7	0.4450	1.2470	1.8019	2.0000	1.8019	1.2470	0.4450	1.0000			
8	0.3902	1.1111	1.6629	1.9615	1.9615	1.6629	1.1111	0.3902	1.0000		
9	0.3473	1.0000	1.5321	1.8794	2.0000	1.8794	1.5321	1.0000	0.3473	1.0000	
10	0.3129	0.9080	1.4142	1.7820	1.9754	1.9754	1.7820	1.4142	0.9080	0.3129	1.0000

Source: Reprinted from G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures* (Dedham, Mass.: Artech House, 1980) with permission.



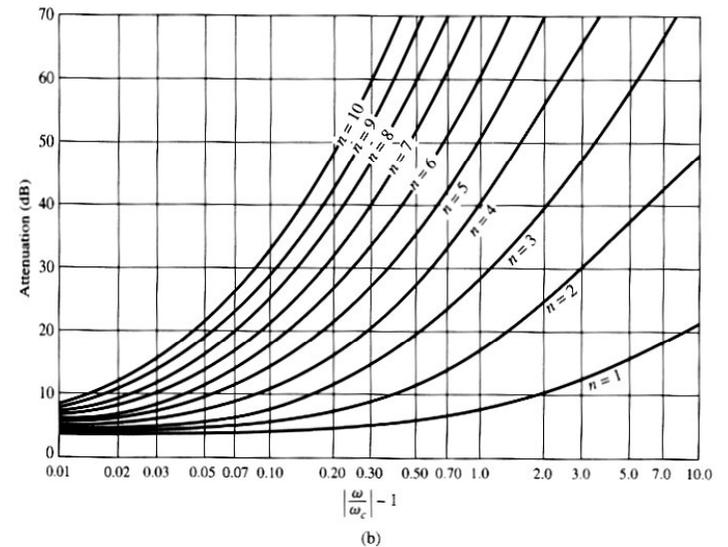
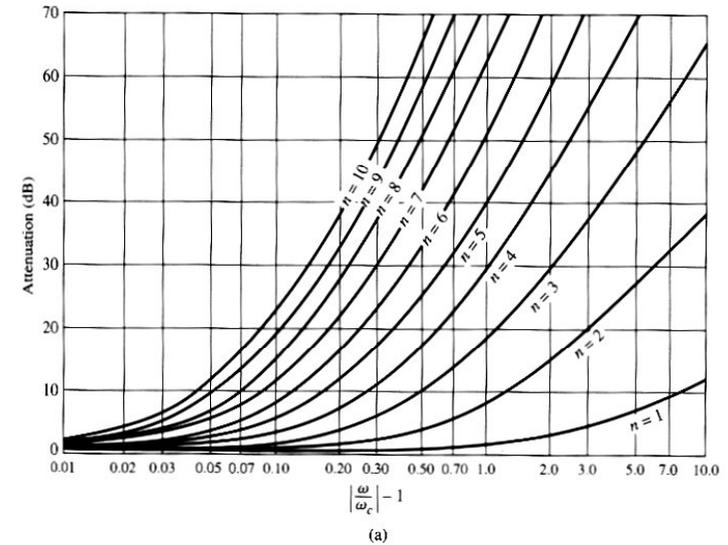
PROTOTIPO PASO BAJO DE UN FILTRO DE IGUAL RIZADO EN LA BANDA DE PASO (CHEBYSHEV)

$$P_{LR} = 1 + k^2 T_N^2(\omega)$$

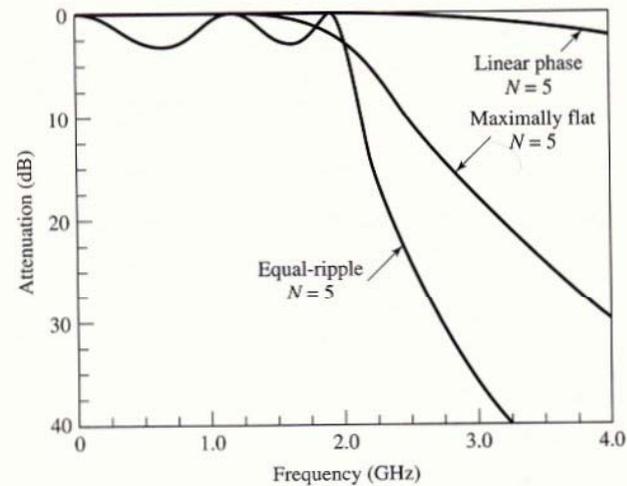
0.5 dB Ripple											
N	g ₁	g ₂	g ₃	g ₄	g ₅	g ₆	g ₇	g ₈	g ₉	g ₁₀	g ₁₁
1	0.6986	1.0000									
2	1.4029	0.7071	1.9841								
3	1.5963	1.0967	1.5963	1.0000							
4	1.6703	1.1926	2.3661	0.8419	1.9841						
5	1.7058	1.2296	2.5408	1.2296	1.7058	1.0000					
6	1.7254	1.2479	2.6064	1.3137	2.4758	0.8696	1.9841				
7	1.7372	1.2583	2.6381	1.3444	2.6381	1.2583	1.7372	1.0000			
8	1.7451	1.2647	2.6564	1.3590	2.6964	1.3389	2.5093	0.8796	1.9841		
9	1.7504	1.2690	2.6678	1.3673	2.7239	1.3673	2.6678	1.2690	1.7504	1.0000	
10	1.7543	1.2721	2.6754	1.3725	2.7392	1.3806	2.7231	1.3485	2.5239	0.8842	1.9841

3.0 dB Ripple											
N	g ₁	g ₂	g ₃	g ₄	g ₅	g ₆	g ₇	g ₈	g ₉	g ₁₀	g ₁₁
1	1.9953	1.0000									
2	3.1013	0.5339	5.8095								
3	3.3487	0.7117	3.3487	1.0000							
4	3.4389	0.7483	4.3471	0.5920	5.8095						
5	3.4817	0.7618	4.5381	0.7618	3.4817	1.0000					
6	3.5045	0.7685	4.6061	0.7929	4.4641	0.6033	5.8095				
7	3.5182	0.7723	4.6386	0.8039	4.6386	0.7723	3.5182	1.0000			
8	3.5277	0.7745	4.6575	0.8089	4.6990	0.8018	4.4990	0.6073	5.8095		
9	3.5340	0.7760	4.6692	0.8118	4.7272	0.8118	4.6692	0.7760	3.5340	1.0000	
10	3.5384	0.7771	4.6768	0.8136	4.7425	0.8164	4.7260	0.8051	4.5142	0.6091	5.8095

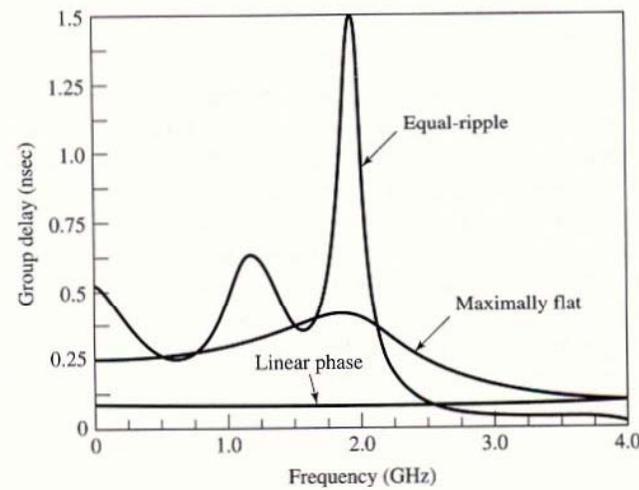
Source: Reprinted from G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures* (Dedham, Mass.: Artech House, 1980) with permission.



COMPARACIÓN DE CARACTERÍSTICAS DE TRANSFERENCIA



(a)



(b)



TRANSFORMACIÓN DE IMPEDANCIAS Y ESCALADO DE FRECUENCIAS (I)

- Transformación de impedancias (en admitancias sería el dual)

$$L' = R_0 L \quad C' = \frac{C}{R_0} \quad R_S' = R_0 \quad R_L' = R_0 R_L$$

- Cambio en la frecuencia de corte: escalado para prototipo paso bajo

$$\omega \leftarrow \frac{\omega}{\omega_c}$$

$$L_k' = \frac{L_k}{\omega_c} \quad C_k' = \frac{C_k}{\omega_c} \quad L_k' = \frac{R_0 L_k}{\omega_c} \quad C_k' = \frac{C_k}{R_0 \omega_c}$$

- Transformación paso bajo paso alto

$$\omega \leftarrow \frac{\omega_c}{\omega}$$

$$C_k' = \frac{1}{\omega_c L_k} \quad L_k' = \frac{1}{\omega_c C_k} \quad C_k' = \frac{1}{R_0 \omega_c L_k} \quad L_k' = \frac{R_0}{\omega_c C_k}$$

Transformación

Escalado



TRANSFORMACIÓN DE IMPEDANCIAS Y ESCALADO DE FRECUENCIAS (II)

- Transformación paso banda paso bajo

$$\omega \leftarrow \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$

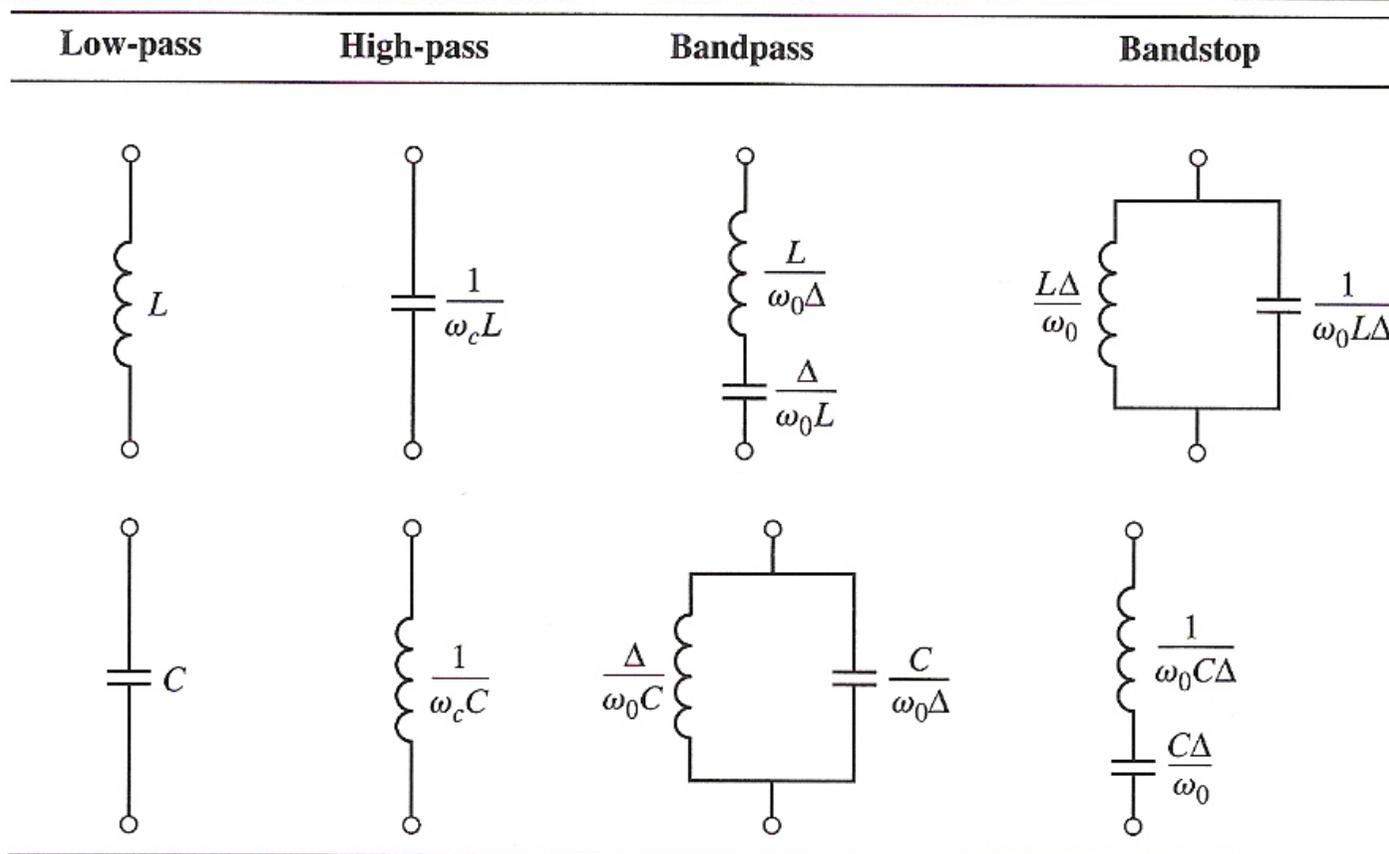
$$\Delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \quad \omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

- Transformación banda eliminada paso bajo

$$\omega \leftarrow \Delta \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^{-1}$$



RESUMEN DE TRANSFORMACIONES

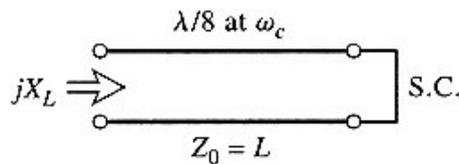
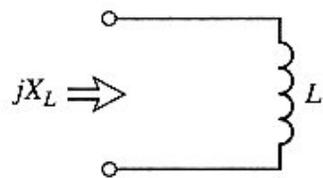


$$\Delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}$$

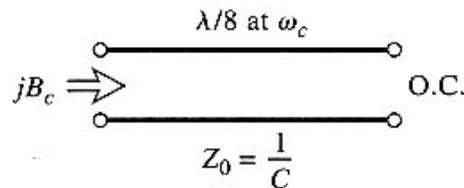
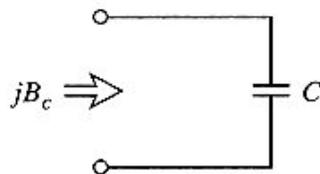


IMPLEMENTACIÓN DE FILTROS EN MICROONDAS (I): TRANSFORMACIÓN DE RICHARD

- Problemas en la realización con elementos concentrados:
 - Sólo están disponibles en un número limitado de frecuencias.
 - Los parásitos son importantes conforme crece la frecuencia.
 - Las distancias y tamaños no son despreciables (comparables a λ).
- Soluciones:
 - Transformación de Richard: pasa de elementos concentrados a distribuidos.
 - Identidad de Kuroda: separa elementos del filtro mediante uso de líneas
- Transformación de Richard:



(a)



(b)

$$\Omega = \tan \beta l = \tan \left(\frac{\omega l}{v_p} \right)$$

$$jX_L = j\Omega L = jL \tan \beta l$$

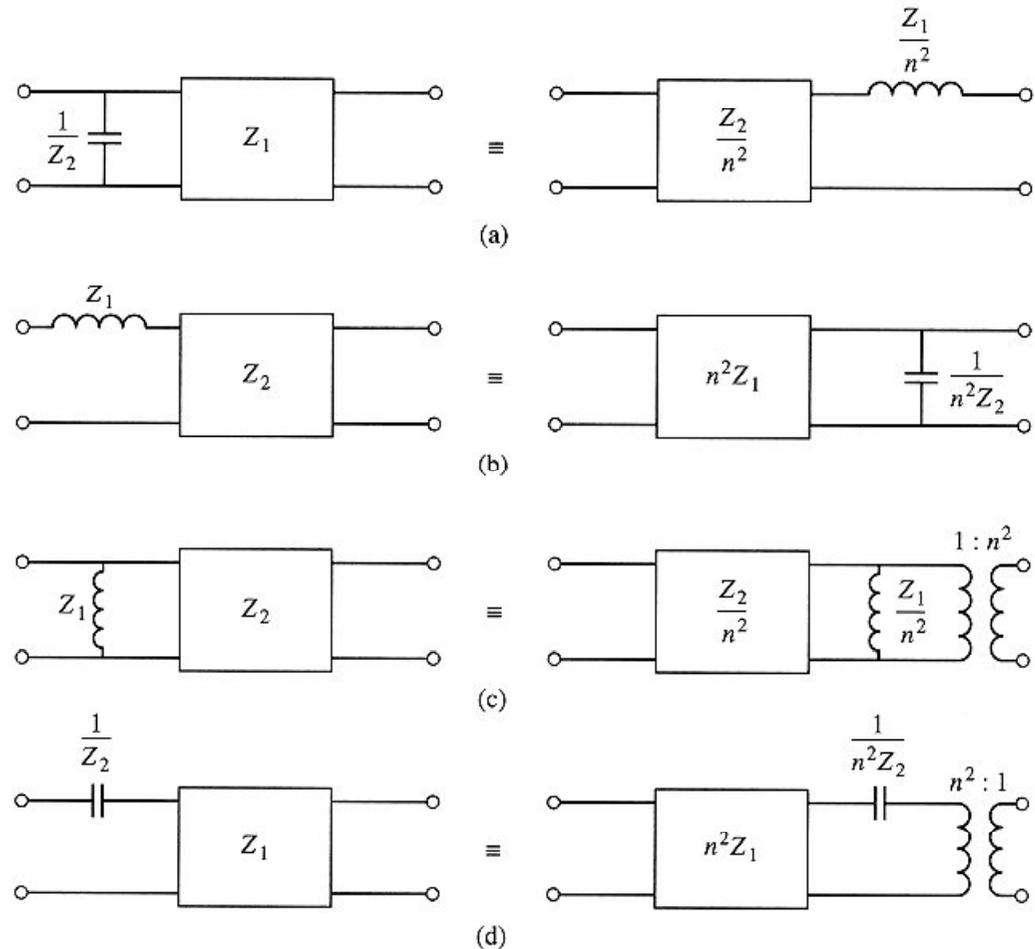
$$jB_C = j\Omega C = jC \tan \beta l$$

$$\Omega = 1 = \tan \beta l$$



IMPLEMENTACIÓN DE FILTROS EN MICROONDAS (II): IDENTIDADES DE KURODA

- Las cuatro identidades de Kuroda utilizan secciones de línea para:
 - Separar físicamente los stubs.
 - Transformar stubs serie en paralelo y viceversa.
 - Modificar impedancias difíciles de obtener.
- Las cajas son tramos de líneas adicionales, elementos unitarios
 - longitud $\lambda/8$ a la frecuencia de corte.
 - Impedancia característica indicada.



where $n^2 = 1 + Z_2/Z_1$



IMPLEMENTACIÓN DE FILTROS EN MICROONDAS (III): IDENTIDADES DE KURODA

Primera identidad de Kuroda (a):

- Circuito de la izquierda:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{j\Omega}{Z_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & j\Omega Z_1 \\ \frac{j\Omega}{Z_1} & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}} \begin{bmatrix} 1 & j\Omega Z_1 \\ j\Omega \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right) & 1 - \Omega^2 \frac{Z_1}{Z_2} \end{bmatrix}$$

en donde la segunda matriz se obtiene mediante la identidad de Richard,

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta l & jZ_1 \sin \beta l \\ \frac{j}{Z_1} \sin \beta l & \cos \beta l \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}} \begin{bmatrix} 1 & j\Omega Z_1 \\ \frac{j\Omega}{Z_1} & 1 \end{bmatrix}$$

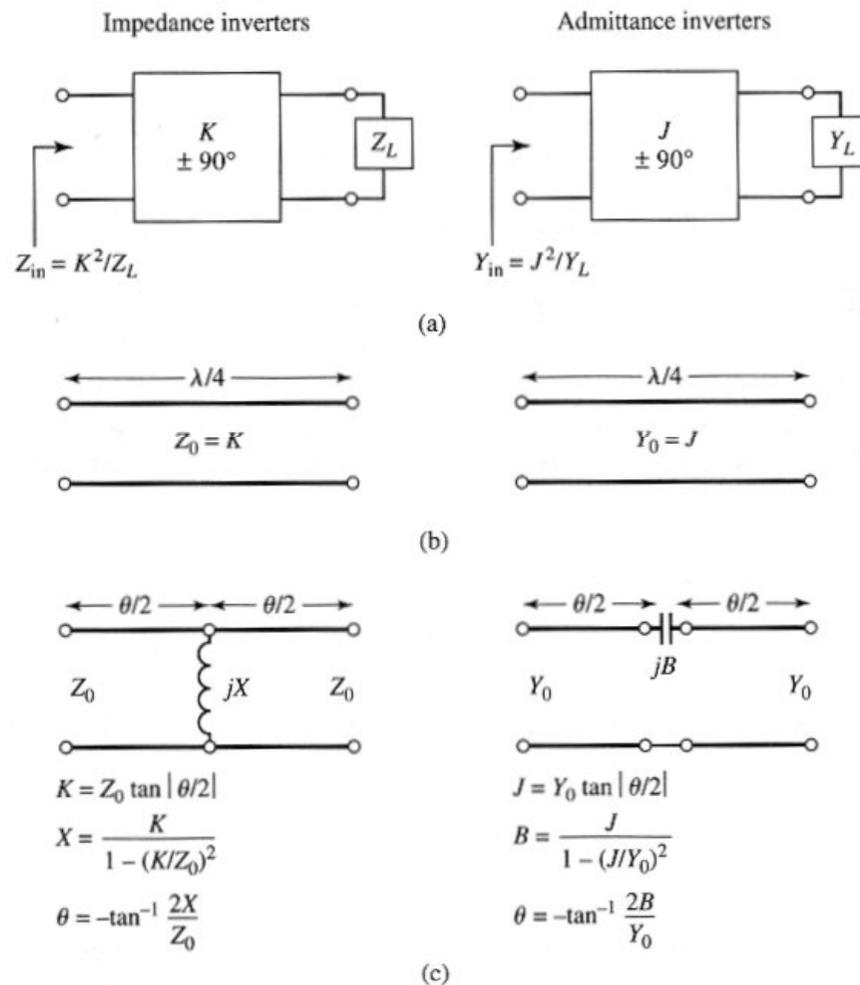
- Conexión de las secciones de la derecha.

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_R = \begin{bmatrix} 1 & j\frac{\Omega Z_2}{n^2} \\ \frac{j\Omega n^2}{Z_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & j\frac{\Omega Z_1}{n^2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\Omega^2}} \begin{bmatrix} 1 & j\frac{\Omega}{n^2}(Z_1 + Z_2) \\ j\frac{\Omega n^2}{Z_2} & 1 - \Omega^2 \frac{Z_1}{Z_2} \end{bmatrix}$$

- Identificación de ambas: $n^2 = 1 + Z_2/Z_1$



IMPLEMENTACIÓN DE FILTROS EN MICROONDAS (IV): INVERSORES DE IMPEDANCIA/ADMITANCIA



FILTROS DE IMPEDANCIA A SALTOS (I)

- Utilizan secciones alternas de alta y baja impedancia.
- Su uso se limita a aplicaciones donde la frecuencia de corte no sea muy abrupta.
- Parámetros Z de una sección elemental de línea de transmisión

$$Z_{11} = Z_{22} = \frac{A}{C} = -jZ_0 \cot \beta l \qquad Z_{12} = Z_{21} = \frac{1}{C} = -jZ_0 \csc \beta l$$

- Elemento serie y elemento paralelo

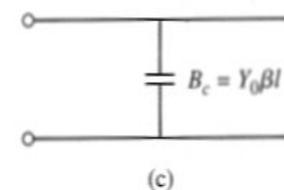
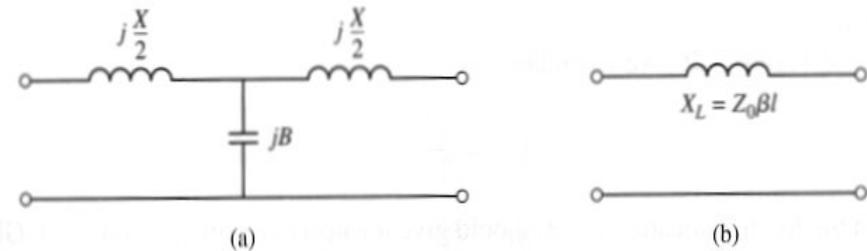
$$Z_{11} - Z_{12} = -jZ_0 \left[\frac{\cos \beta l - 1}{\sin \beta l} \right] = jZ_0 \tan\left(\frac{\beta l}{2}\right)$$

- Simplificaciones ($\beta l < \pi/4$)

$$Z_0 \uparrow \uparrow \Rightarrow X \cong Z_0 \beta l \qquad B \cong 0$$

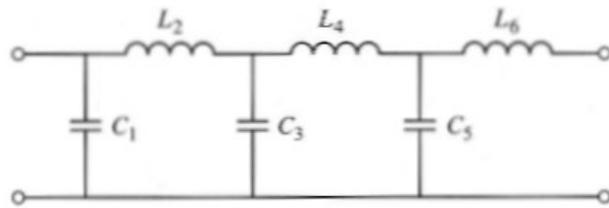
$$Y_0 \uparrow \uparrow \Rightarrow B \cong Y_0 \beta l \qquad X \cong 0$$

$$\frac{X}{2} = Z_0 \tan\left(\frac{\beta l}{2}\right) \qquad B = \frac{1}{Z_0} \sin \beta l$$

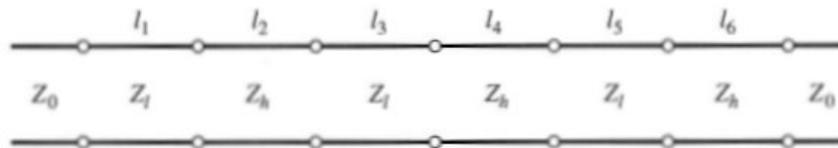


FILTROS DE IMPEDANCIA A SALTOS (II): EJEMPLO

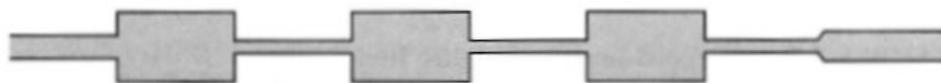
$$\beta l_1 = g_1 \frac{Z_\ell}{R_0} = 5.9^\circ,$$



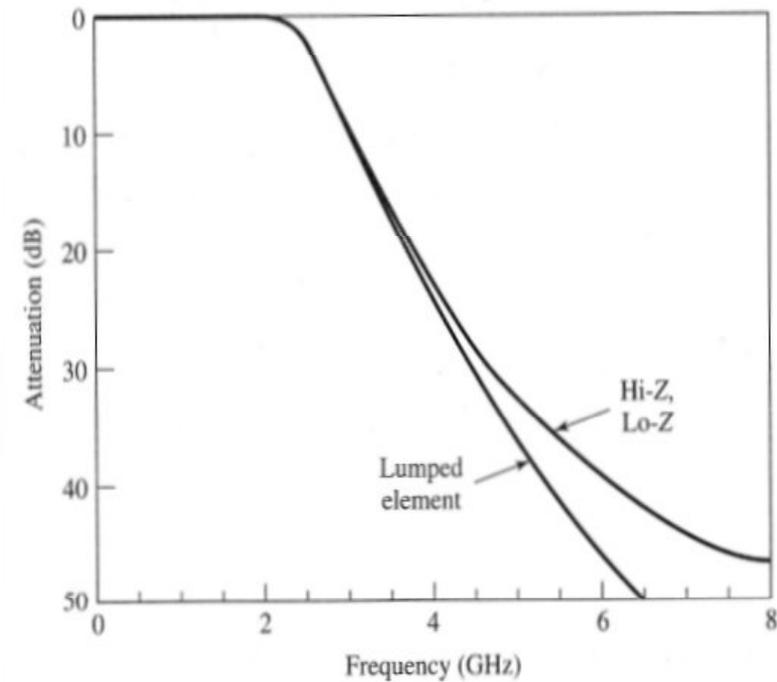
(a)



(b)

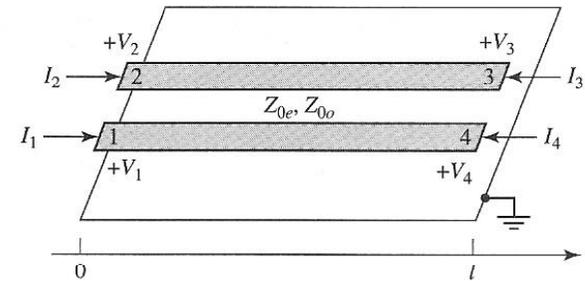


(c)

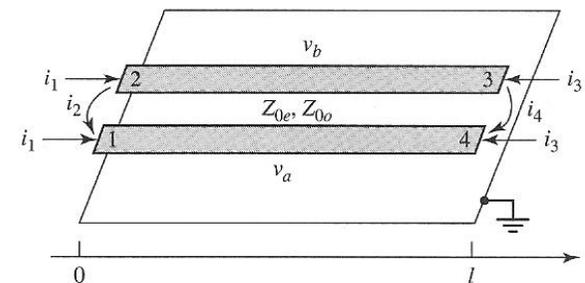


FILTROS DE LÍNEAS ACOPLADAS (I)

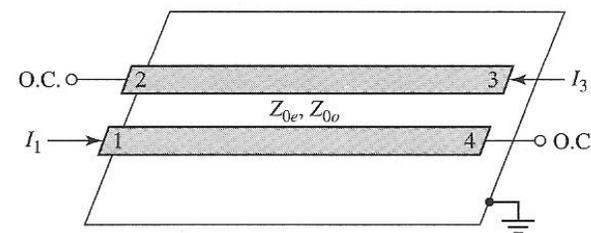
- Análisis de modos par-impar (excitaciones par-impar en minúsculas, excitaciones totales en mayúsculas).
- Proceso de análisis:
 - Excitación en modo par-impar.
 - Dato: impedancia par-impar
 - Obtención de impedancias de entrada en modos par-impar.
 - Obtención de la matriz de parámetros Z de la red de cuatro puertos original.
- Formación de la red de dos puertos mediante cierre de algún terminal
 - El cierre por circuito abierto o corto de dos de los terminales da características filtrantes
 - Hay 10 topologías canónicas.
 - De ellas, tres paso banda.
 - De ellas, sólo una sin cortocircuitos a masa.



(a)



(b)



(c)

FILTROS DE LÍNEAS ACOPLADAS (II): TOPOLOGÍAS CANÓNICAS

Circuit	Image Impedance	Response
	$Z_{11} = \frac{2Z_{0e}Z_{0o} \cos \theta}{\sqrt{(Z_{0e} + Z_{0o})^2 \cos^2 \theta - (Z_{0e} - Z_{0o})^2}}$ $Z_{12} = \frac{Z_{0e}Z_{0o}}{Z_{11}}$	
	$Z_{11} = \frac{2Z_{0e}Z_{0o} \sin \theta}{\sqrt{(Z_{0e} - Z_{0o})^2 - (Z_{0e} + Z_{0o})^2 \cos^2 \theta}}$	
	$Z_{11} = \frac{\sqrt{(Z_{0e} - Z_{0o})^2 - (Z_{0e} + Z_{0o})^2 \cos^2 \theta}}{2 \sin \theta}$	
	$Z_{11} = \frac{\sqrt{Z_{0e}Z_{0o} \sqrt{(Z_{0e} - Z_{0o})^2 - (Z_{0e} + Z_{0o})^2 \cos^2 \theta}}}{(Z_{0e} + Z_{0o}) \sin \theta}$ $Z_{12} = \frac{Z_{0e}Z_{0o}}{Z_{11}}$	
	$Z_{11} = \frac{Z_{0e} + Z_{0o}}{2}$	All pass
	$Z_{11} = \frac{2Z_{0e}Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}}$	All pass
	$Z_{11} = \sqrt{Z_{0e}Z_{0o}}$	All pass
	$Z_{11} = -j \frac{2Z_{0e}Z_{0o} \cot \theta}{Z_{0e} + Z_{0o}}$ $Z_{12} = \frac{Z_{0e}Z_{0o}}{Z_{11}}$	All stop
	$Z_{11} = j \sqrt{Z_{0e}Z_{0o}} \tan \theta$	All stop
	$Z_{11} = -j \sqrt{Z_{0e}Z_{0o}} \cot \theta$	All stop

Grupo de Radiofrecuencia, UC3M, Septiembre 2009.

Tema 7: Filtros en microondas

- Cálculo de la impedancia imagen en cada puerto.

$$Z_i = \sqrt{Z_{11}^2 - Z_{13}^2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{(Z_{0e} - Z_{0o})^2 \cdot \csc^2 \theta - (Z_{0e} + Z_{0o})^2 \cdot \cot^2 \theta}$$

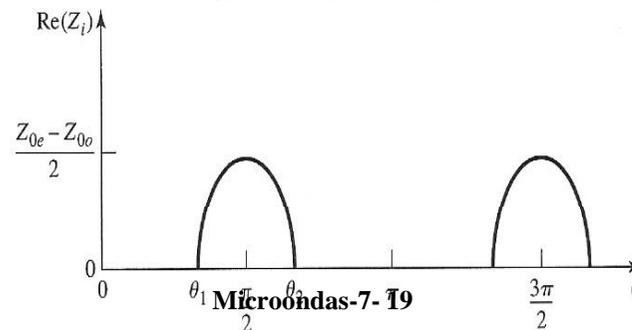
- Secciones de línea de longitud $\lambda/4$

$$Z_i = \frac{1}{2} (Z_{0e} - Z_{0o}) \quad (\text{ec.1})$$

que es real y positivo dado que la impedancia par es mayor que la impar.

- La constante de fase vale:

$$\cos \beta = \frac{Z_{11}}{Z_{13}} = \frac{(Z_{0e} + Z_{0o})}{(Z_{0e} - Z_{0o})} \cos \theta \quad (\text{ec.2})$$

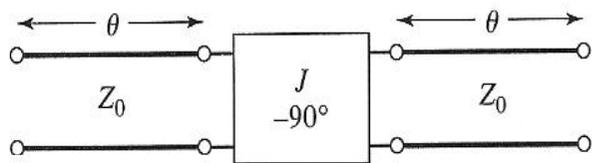


Microondas-7- 19



FILTROS DE LÍNEAS ACOPLADAS (III): PROCESO DE DISEÑO

Identificación de dos secciones de línea con una sección de línea acoplada.



Sección en $\lambda/4$ con impedancia $1/J$.

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(JZ_0 + \frac{1}{JZ_0} \right) \text{sen}\theta \cos\theta & j \left(JZ_0^2 \text{sen}^2\theta - \frac{\cos^2\theta}{J} \right) \\ j \left(\frac{1}{JZ_0^2} \text{sen}^2\theta - J \cos^2\theta \right) & \left(JZ_0 + \frac{1}{JZ_0} \right) \text{sen}\theta \cos\theta \end{bmatrix}$$

Cálculo de la impedancia imagen.

$$Z_i = \sqrt{\frac{B}{C}} = \sqrt{\frac{\left(JZ_0^2 \text{sen}^2\theta - \frac{\cos^2\theta}{J} \right)}{\left(\frac{1}{JZ_0^2} \text{sen}^2\theta - J \cos^2\theta \right)}} = JZ_0^2$$

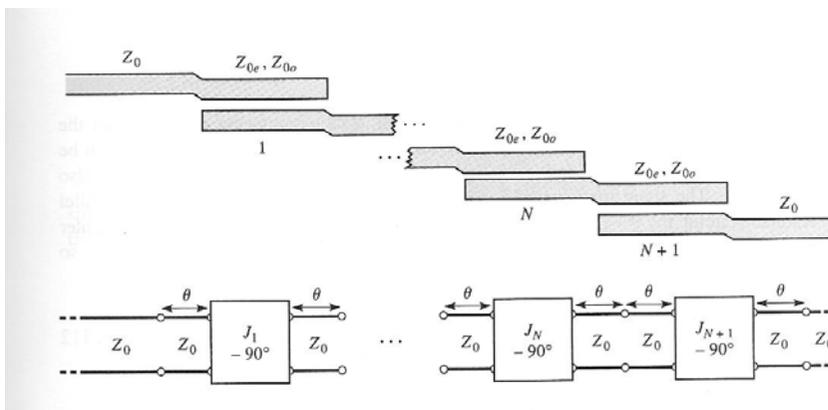
Constante de fase. $\cos\beta = A = \left(JZ_0 + \frac{1}{JZ_0} \right) \text{sen}\theta \cos\theta$

Identificación de las ecuaciones 1 y 2 con las expresiones de la impedancia imagen y constante de fase.

$$Z_{0e} = Z_0 \cdot \left[1 + JZ_0 + (JZ_0)^2 \right]$$

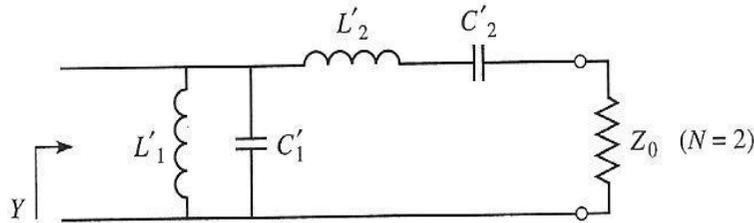
$$Z_{0o} = Z_0 \cdot \left[1 - JZ_0 + (JZ_0)^2 \right]$$

N+1 secciones equivalen a un filtro de orden N.



FILTROS DE LÍNEAS ACOPLADAS (IV): PROCESO DE DISEÑO

Ejemplo: filtro de orden 2



$$L'_1 = \frac{\Delta \cdot Z_0}{\omega_0 \cdot g_1}; C'_1 = \frac{g_1}{\omega_0 \cdot \Delta \cdot Z_0}$$

$$J_1 \cdot Z_0 = \sqrt{\frac{\pi \cdot \Delta}{2g_1}}$$

$$L'_2 = \frac{g_2 \cdot Z_0}{\omega_0 \cdot \Delta}; C'_2 = \frac{\Delta}{\omega_0 \cdot g_2 \cdot Z_0}$$

$$J_2 \cdot Z_0 = \frac{\pi \cdot \Delta}{2\sqrt{g_1 \cdot g_2}}$$

$$\Delta = \frac{(\omega_2 - \omega_1)}{\omega_0}$$

$$J_3 \cdot Z_0 = \frac{J_2}{J_1} = \sqrt{\frac{\pi \cdot \Delta}{2g_2}}$$

Generalización para un filtro de orden N, con $Z_L \neq Z_0$

$$J_1 \cdot Z_0 = \sqrt{\frac{\pi \cdot \Delta}{2g_1}}$$

.....

$$J_n \cdot Z_0 = \frac{\pi \cdot \Delta}{2\sqrt{g_{n-1} \cdot g_n}}$$

.....

$$J_{N+1} \cdot Z_0 = \sqrt{\frac{\pi \cdot \Delta}{2g_N \cdot g_{N+1}}}$$



BIBLIOGRAFÍA

- G.I. Matthaei, L. Young, E.M.T. Jones: Microwave Filters, Impedance Matching Networks, and coupling structures. Artech House, 1980.
- J.A. Malherbe: Microwave Transmission Line Filters, Artech House, 1979
- Pozar: Microwave Engineering, segunda edición (capítulo 8)
- Collin: Foundations for Microwave Engineering (capítulo 8)
- Hong y Lancaster: Microstrip Filtres for RF and Microwave Applications

