A THE STATE OF THE

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS Curso **2009–2010**

MATERIA: MATEMÁTICAS

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Instrucciones: El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones que se le ofrecen (A o B) y sólo a una. Debe dar respuestas concisas y justificar los argumentos empleados.

Valoración: La puntuación de cada ejercicio, así como la de cada apartado, se indica en el encabezamiento de los mismos.

Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1 (2.5 ptos.) Se considera el sistema

$$\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ -x + y - z = -2 \\ 2x - y + \lambda z = 3 \end{cases}$$

- a) 1.25 ptos. Discutir el sistema según los valores de λ .
- b) 1.25 ptos. Resolverlo para $\lambda = 1$.

Ejercicio 2 (2.5 ptos.)

a) 1.25 ptos. Hallar la recta r_1 que pasa por el punto P(3, -2, 2) y es perpendicular al plano

$$\pi \equiv 3x - y + z = 2.$$

b) 1.25 ptos. Hallar la intersección de dicho plano y la recta $r_2 \equiv \frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = z-1$.

Ejercicio 3 (2.5 ptos.)

a) 1.25 ptos. Hallar el valor de a para que sea continua en x=0 la función:

$$f(x) = \begin{cases} a - x^2 & \text{si } x < 0 \\ 2\cos(3x) & \text{si } x \ge 0 \end{cases}.$$

b) 1.25 ptos. Estudiar si es derivable f en el punto x=0 para ese valor de a calculado.

Ejercicio 4 (2.5 ptos.)

- a) 1.25 ptos. Calcular la recta tangente a la curva $f(x) = e^{2x} + e^{-3x}$ en el punto de abscisa x = 0.
- b) 1.25 ptos. Calcular la integral $\int \frac{2x^2+1}{x^2-1} dx$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1 (2.5 ptos.)

a) 1 pto. Calcular el producto de matrices $A \cdot B^T$, donde B^T es la traspuesta de B, siendo:

$$A = \left(\begin{array}{ccc} 3 & 0 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \end{array}\right)\,, \qquad B = \left(\begin{array}{ccc} -1 & 1 & 0 \\ 2 & \lambda & 1 \end{array}\right)\,.$$

- b) 0.5 ptos. Hallar los valores de λ para que el producto $A \cdot B^T$ sea una matriz invertible.
- c) 1 pto. Calcular la inversa de $A \cdot B^T$ para $\lambda = 9$.

Ejercicio 2 (2.5 ptos.)

a) 1.25 ptos. Hallar las ecuaciones paramétricas y la ecuación general del plano que contiene a la recta

$$r_1 \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = z,$$

y es paralelo a la recta $r_2 \equiv \left\{ \begin{array}{l} x=2+t \\ y=-1+2t \\ z=3-t. \end{array} \right.$

b) 1.25 ptos. Estudiar la intersección de las rectas.

Ejercicio 3 (2.5 ptos.)

- a) 1.25 ptos. Hallar el dominio y las asíntotas de la función $f(x) = \frac{x}{x^2 1}$.
- b) 1.25 ptos. Estudiar los extremos locales de dicha función (si existen).

Ejercicio 4 (2.5 ptos.) Calcular las integrales

- a) 1.25 ptos. $\int x \sin x dx$.
- b) 1.25 ptos. $\int_0^1 e^{2x} dx$.