

COPIA PRIVADA CON FINES DOCENTES

VISIÓN POR COMPUTADOR

ARTURO DE LA ESCALERA HUESO



5. Preprocesamiento de imágenes

El preprocesamiento de imágenes comprende aquellos algoritmos cuya finalidad es conseguir una mejora en la apariencia de la imagen original. Esta mejora en la apariencia consiste en resaltar determinadas características de la imagen o en eliminar aquello que las oculta. Este campo de la visión por ordenador está relacionado con otra disciplina como es el procesamiento o tratamiento de imágenes, ya que comparten algunos algoritmos. Sin embargo aquí el enfoque será distinto ya que, mientras que el análisis último en el procesamiento de imágenes es llevado por una persona, en la visión por computador lo realiza un ordenador. Por ello, en este último caso la imagen resultante puede ser más confusa ante el operador que la inicial, no siendo así para el computador, y viceversa. Por tanto, no se trata de mejorar la imagen de manera que quede lo más ideal posible sino de que pueda ser analizada de la forma más simple. Por último, es una etapa orientada hacia el problema específico que se quiera solucionar, por lo que los algoritmos que funcionen bien en unos casos no lo harán en otros.

Los algoritmos aquí descritos pueden dividirse en dos grandes grupos según se trabaje en el dominio del espacio o de la frecuencia. En el primero se modifican directamente los píxeles de la imagen. Se trata de algoritmos locales que transformarán o bien el valor de cada píxel tomado individualmente, o bien el de un pequeño conjunto de ellos. En el segundo caso, basado en la frecuencia, se modificará la transformada de Fourier de la imagen. Ambos enfoques no se excluyen mutuamente y de hecho en algunas aplicaciones debe usarse una combinación de ellos.

Empezaremos viendo las transformaciones que cambian el contraste (diferencia entre los píxeles claros y los oscuros) de una imagen. Cada píxel modifica su valor en función del nivel de gris que tenga, independientemente del valor del resto de los píxeles de la imagen. El segundo grupo se basa en la modificación del histograma ya que de él se puede averiguar si la imagen es clara u oscura. Ahora la modificación del contraste tendrá en cuenta todos los píxeles de la imagen. Otro problema que se estudia es la eliminación de ruido (valores erróneos), que siempre se halla presente en una imagen. Veremos técnicas en el dominio del espacio y en el dominio de la frecuencia. Ambos enfoques se usarán también para el realce de bordes de la imagen, en donde se trata de resaltar aquellos puntos donde existe un cambio de niveles de gris. Por último se estudia el llamado falso color, que consiste en asignar a cada valor de gris un color distinto. Con ello se aprovecha la mejor discriminación que realiza el ojo humano, entre los colores que entre los grises.

5.1. Manipulación del contraste.

La obtención de una imagen ideal se basa en dos supuestos:

- La iluminación es uniforme.
- La ganancia entre la luz de entrada y la imagen resultante es lineal.

Ya se vio en el capítulo correspondiente a las diversas técnicas de iluminación que conseguir una uniformidad en la iluminación no siempre es posible, y desde luego no lo será en entornos naturales. La linealidad quiere decir que si un píxel recibe el doble de luz que otro, su valor también será el doble. Sin embargo esto no es cierto, bien porque la ganancia no es lineal, bien porque se necesita una iluminación mínima,

por ello para algunos valores de la entrada la salida es cero, y a partir de un cierto valor de la iluminación el sensor está saturado con lo que la salida es constante (figura 5.1).

El contraste muestra las variaciones locales del brillo. Su manipulación busca favorecer unas zonas en perjuicio de otras, y así distanciar más los píxeles con valores bajos o a la inversa. A continuación veremos dos casos distintos dependiendo de si los valores de los píxeles de la imagen representan un pequeño intervalo o no, dentro de los posibles valores (lo que puede conocerse mediante el análisis del histograma de la imagen).

5.1.1. Amplitud de la escala.

En el histograma representado en la figura 5.2 puede observarse que toma unos valores limitados, por lo que el contraste de su imagen es bajo y apenas se aprecian los detalles. Lo que se pretende es encontrar una función que produzca una nueva imagen que sí cubra todo el conjunto de valores posibles. Así, siendo a y b los valores mínimos y máximos, puede definirse la función $T(c)$ que asigna los nuevos niveles de gris a partir de los antiguos:

$$y = T(c) = A \frac{c - a}{b - a}$$

siendo:

- a y b los límites inferior y superior.
- c , el valor de gris de la imagen original.
- A , el valor máximo que se desea que tengan los píxeles de la imagen.

En la figura 5.3 puede observarse el resultado de aplicar a la imagen la función descrita anteriormente. El contraste (separación entre los niveles de gris) ha mejorado y ahora se aprecian mejor los detalles de la imagen. En el nuevo histograma puede verse cómo la separación entre los distintos niveles de gris es mayor, siendo dicha separación igual para todos los niveles de gris (ya que la transformación ha sido lineal). Hay que hacer notar que, aunque la apariencia de la imagen sea mejor, la información es la misma en ambas imágenes. Lo único que se ha hecho es asignar nuevos niveles de gris, pero los píxeles que tenían un nivel de gris determinado en la imagen antigua distinto a los de nivel de gris inferior y superior, son los mismos en la imagen nueva. Sin embargo, si lo que se desea después es la detección de los bordes de los objetos (que se estudiará en el tema siguiente), será más fácil localizarlos en la nueva imagen que en la antigua. También se ha logrado una cierta independencia de la iluminación

Para un caso más general la función buscada tendría la forma (figura 5.4):

$$y = T(x) = \begin{cases} \alpha x & 0 \leq x \leq a \\ \beta(x - a) + y_a & a \leq x \leq b \\ \gamma(x - b) + y_b & b \leq x \leq L \end{cases}$$

donde:

- y, x son los niveles de gris de las imágenes resultante y original.
- α, β, γ son las ganancias de cada tramo.
- $a, b, y L$ son los intervalos de ganancia.

Con esta operación se resaltan aquellos valores de niveles de gris que se desee.

5.1.2. Modificación del contraste.

De manera similar al caso anterior la modificación del contraste consiste en aplicar una función a cada uno de los pixeles de la imagen.

Un primer grupo de funciones toman la forma:

$$p=m^a$$

donde:

- m es el valor de gris de la imagen original.
- p es el nuevo valor de gris en la imagen resultante.
- a es la potencia a la que se eleva.

Las transformaciones más usuales son:

- Función inversa $p = 255 - m$
- Función cuadrada $p = \frac{m^2}{255}$
- Función cúbica $p = \frac{m^3}{255^2}$
- Función raíz cuadrada $p = \sqrt{255m}$
- Función raíz cúbica $p = \sqrt[3]{255^2 m}$
- Función logarítmica $p = 255 \frac{\ln(1+m)}{\ln(1+255)}$

Fórmulas en las que aparece 255 para normalizar los valores entre 0 y 255. Si los niveles de gris no fueran de ocho bits habría que poner el nuevo valor máximo.

En las figuras 5.5, 5.6 y 5.7 pueden observarse la imagen original y los resultados de las transformaciones. La transformación inversa (figura 5.5) no añade nada nuevo a la imagen. Con las funciones cuadrada y cúbica (figura 5.6) las imágenes resultantes son más oscuras que la original. A diferencia de la amplitud de la escala estudiada antes, ahora la función no es lineal. Además la información contenida en la imagen resultante es menor que en la original. Así, si aplicamos la función cuadrada el nivel de gris original 128 sería el 64 en la imagen nueva. Por ello los pixeles oscuros de la imagen original son el 25% en la imagen nueva. Por ello la imagen resultante es más oscura ya que ahora los pixeles claros se reparten el 75% de los niveles de gris y no el 50%. El contraste por tanto entre ellos es mejor. Con las funciones raíz cuadrada, cúbica y logarítmica (figura 5.7) ocurre el efecto contrario. Si eligiésemos la raíz cuadrada el nivel de gris 128 sería el 180. Los pixeles oscuros son ahora el 70% de los posibles niveles de gris. Por ello el resultado es una imagen más clara, donde el contraste entre los pixeles de nivel de gris bajo es mayor.

Con las funciones anteriores se favorecían los niveles claros en perjuicio de los oscuros o viceversa. Si lo que se quiere es modificar la relación entre los niveles centrales respecto a los valores extremos se utilizan las funciones sigmoideas (por tener forma de S). Dos de ellas son:

$$f(x) = \frac{255}{2} \left(1 + \frac{1}{\operatorname{sen}\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)} \operatorname{sen}\left(\alpha \pi \left(\frac{x}{255} - \frac{1}{2}\right)\right) \right)$$

estando los valores de alfa entre cero y uno, según se quiera que la función sea más pronunciada o no. De nuevo 255 es el nivel de gris más alto de la imagen. Con esta función se favorecen los valores intermedios respecto a los más claros y oscuros. Si se quiere el efecto contrario se puede utilizar:

$$f(x) = \frac{255}{2} \left(1 + \frac{1}{\tan\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)} \tan\left(\alpha \pi \left(\frac{x}{255} - \frac{1}{2}\right)\right) \right)$$

En la figura 5.8 se ve el efecto sobre la imagen.

5.1.3. Modificación del histograma.

Los métodos anteriores modifican cada nivel de gris y dependen únicamente de su valor; son por tanto métodos locales. Si se quiere tomar una información global de toda la imagen, la manera más sencilla es analizar y modificar el histograma. Con ello se pretende que éste se ajuste lo máximo posible a una forma predeterminada. La forma más usual es la llamada ecualización del histograma, en la que se pretende que éste sea horizontal, es decir, que para todos los valores de gris se tenga el mismo número de pixeles. En la figura 5.9 pueden observarse los histogramas de una imagen clara, otra oscura y una última ecualizada.

La ecualización del histograma se realiza trabajando sobre el histograma acumulado:

$$H(i) = \sum_{k=0}^i h(k)$$

Si el histograma fuese totalmente plano, el histograma acumulado para cada nivel de gris sería:

$$G(i') = (i' + 1) \frac{NM}{256}$$

Donde N y M son las dimensiones de la imagen y 256 el número de niveles de gris de la imagen.

Idealmente se quiere que $G(i') = H(i)$, luego:

$$(i' + 1) \frac{NM}{256} = H(i)$$

Luego:

$$i' = \frac{256}{NM} H(i) - 1$$

Como los niveles de gris son valores enteros, se realiza un cambio en los niveles de gris siguiendo la ecuación:

$$i_{nuevo} = \text{parte_entera} \left(\frac{256}{NM} H(i_{antiguo}) - 1 \right)$$

La aplicación de la ecualización del histograma queda reflejada en la figura 5.10. Así, en el histograma de la imagen de la izquierda se aprecia que predominan los pixeles oscuros. Esto mismo se observa en el histograma acumulado, donde el crecimiento es más rápido para niveles de gris bajos que altos. Una vez ecualizado el histograma se observa como el acumulado sigue una línea recta. Obviamente el histograma de la imagen no es constante.

Sin embargo, para que esta transformación sea útil, toda la imagen debe reunir las mismas propiedades. Así, por ejemplo, toda debe ser oscura o clara. Sin embargo, si la mayoría de las zonas son oscuras pero hay algunas que están bien, la ecualización del histograma mejorará algunas estropeando las otras. Por eso se desarrolló una modificación consistente en ecualizar el histograma, pero no en toda la imagen en su conjunto, sino por ventanas. Así, se toma una subimagen, se ecualiza su histograma y se toma el nuevo nivel de gris que corresponde al píxel central de la ventana, substituyéndose su valor en la imagen original. Esto se realiza para todos los píxeles de la imagen (figura 5.11).

Existen otros tipos de distribuciones además de la que intenta una representación uniforme de los niveles de gris:

Exponencial:

El histograma de la nueva imagen vendría dado por:

$$g(i) = \alpha e^{-\alpha(i-i_{min})}$$

por lo que el paso de los niveles antiguos a los nuevos viene dado por:

$$i_{nuevo} = i_{min} - \frac{1}{\alpha} \ln(H(i_{antiguo}) + 1)$$

donde el factor α permite variar el crecimiento de la exponencial

Rayleigh:

El histograma de la nueva imagen vendría dado por:

$$g(i) = \frac{i - i_{min}}{\alpha^2} e^{-\frac{(i-i_{min})^2}{2\alpha^2}}$$

por lo que el paso de los niveles antiguos a los nuevos viene dado por:

$$i_{nuevo} = i_{min} + \left(2\alpha^2 \ln \frac{1}{1 - H(i_{antiguo})} \right)^{\frac{1}{2}}$$

donde el factor α permite variar el crecimiento de la distribución

Raíz cúbica:

El histograma de la nueva imagen vendría dado por:

$$g(i) = \frac{1}{3} \frac{i^{-\frac{2}{3}}}{i^{\frac{1}{3}_{max}} - i^{\frac{1}{3}_{min}}}$$

por lo que el paso de los niveles antiguos a los nuevos viene dado por:

$$i_{nuevo} = \left[\left(i^{\frac{1}{3}_{max}} - i^{\frac{1}{3}_{min}} \right) H(i_{antiguo}) + i^{\frac{1}{3}_{min}} \right]^3$$

Logaritmo:

El histograma de la nueva imagen vendría dado por:

$$g(i) = \frac{1}{i(\ln i_{max} - \ln i_{min})}$$

por lo que el paso de los niveles antiguos a los nuevos viene dado por:

$$i_{nuevo} = i_{min} \left(\frac{i_{max}}{i_{min}} \right)^{H(i_{antiguo})}$$

Los resultados pueden observarse en las figuras 5.12 y 5.13.

5.1.4. Las tablas de consulta.

Todas estas transformaciones tomarían mucho tiempo si se tuviera que leer cada píxel, realizar la operación matemática, normalizar el valor a 255 y escribirlo en una nueva imagen. Para acelerar este proceso (y para otros usos que se verán a lo largo del libro) están las *tablas de consulta* (en inglés *look up tables* o LUTs). Son tablas en las que su índice es el nivel de gris antiguo del píxel y su valor el nuevo nivel de gris que le corresponde. Así, todos los cálculos se realizan en la parte de inicialización del algoritmo para poder después trabajar en tiempo real (figura 5.14).

5.2. Eliminación de ruido.

Todas las imágenes tiene una cierta cantidad de ruido, valores distorsionados, bien debidos al sensor CCD de la cámara o al medio de transmisión de la señal. El ruido se manifestará generalmente en píxeles aislados que toman un valor de gris diferente al de sus vecinos. Los algoritmos de filtrado que se estudiarán a continuación se basan en esta característica. El ruido puede clasificarse en cuatro tipos:

- *Gausiano*. Produce pequeñas variaciones en la imagen. Es debido, por ejemplo, a las diferentes ganancias en el sensor, ruido en los digitalizadores, perturbaciones en la transmisión, etc. Su efecto puede verse en la figura 5.15 (o en la figura 5.16-b), donde se tienen dos imágenes tomadas sucesivamente. En apariencia son iguales, pero si se obtiene la resta puede comprobarse cómo existe una diferencia entre las dos (los resultados están aumentados 25 veces). Se considera siempre, por tanto, que el valor final del píxel sería el ideal más una cantidad correspondiente al error, que puede describirse como una variable gaussiana.
- *Impulsional* (conocido como sal y pimienta). El valor que toma el píxel no tiene relación con el valor ideal sino con el valor del ruido que toma valores muy altos o bajos (figura 5.16-c). Se caracteriza entonces porque el píxel toma un valor máximo, causado por una saturación del sensor, o mínimo, si se ha perdido su señal. También puede encontrarse si se trabaja con objetos a altas temperaturas, ya que las cámaras tienen una ganancia en el infrarrojo de la que no dispone el ojo humano. Por ello las partes muy calientes de un objeto pueden llegar a saturar el píxel.
- *Frecuencial*. La imagen obtenida es la suma entre imagen ideal y otra señal, la interferencia, caracterizada por ser una senoide de frecuencia determinada (figura 5.16-d)
- *Multiplcativo*. La imagen obtenida es fruto de la multiplicación de dos señales. En la figura 5.16-e puede observarse cómo la iluminación no es constante, de modo que la zona izquierda está más oscura que la derecha.

5.2.1 Filtros lineales espaciales.

Al ser el ruido variaciones sobre los niveles de gris, le corresponde frecuencias altas. Por ello aplicaremos filtros paso bajo para su eliminación.

Suma de imágenes.

Si se supone que el ruido es una señal que se añade a la original, el nivel de gris de un píxel puede definirse como la suma entre el nivel de gris ideal y el ruido:

$$f(x, y) = f_i(x, y) + r(x, y)$$

Aunque el ruido esté siempre presente, el que afecte más o menos a un píxel determinado es aleatorio. Si se tratase de ruido gaussiano vendría definido por una distribución normal de media cero y desviación típica σ . Por ello, en el dominio temporal, la manera más sencilla es simplemente la media de varias imágenes (filtro paso bajo temporal); pues al suponer que el ruido tiene una distribución espacial aleatoria la influencia es menor cuantas más imágenes se tengan, ya que el valor de un píxel será:

$$f(x, y) = f_i(x, y) + \frac{r(x, y)}{n}$$

Siendo n el número de imágenes tomadas. Ahora el ruido de la imagen sigue una distribución normal $N\left(0, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

En la figura 5.17 se aplica la suma de imágenes al ruido impulsional, y se presentan resultados con 6, 12 y 25 imágenes. Puede verse como después de un segundo (25 imágenes) los resultados son bastante buenos. Este filtrado tiene el inconveniente de que, además de filtrar el ruido, también afecta a objetos que están en movimiento, ya que se les puede aplicar la misma definición de ruido al aparecer cada imagen en píxeles distintos.

Filtros paso bajo espaciales.

La siguiente solución es aplicar la misma idea: un filtro paso bajo que disminuya la ganancia de las altas frecuencias, que es donde se encuentra el ruido; pero en este caso se dispone de una única imagen. El filtro más sencillo e intuitivo es el que tiene coeficientes unidad para todos los elementos.

1	1	1
1	1	1
1	1	1

Si al resultado se le multiplica por un noveno se tiene la media de todos los píxeles, por lo que el ruido disminuye. Sin embargo este filtro presupone que la influencia de todos los píxeles es igual. Otra consideración es que, cuanto más alejado esté el píxel del central, su valor sea menor. Se tiene entonces la máscara:

1	1	1
1	2	1
1	1	1

Si se le vuelve a querer dar más importancia al píxel central que a sus vecinos, y a los vecinos tipo 4 que a los de tipo 8, se tiene:

1	2	1
2	4	2
1	2	1

y en general:

1	b	1
b	b ²	b
1	b	1

debiendo ser la ganancia de todas ellas la unidad para no variar la de la imagen.

En las figuras 5.18-19 pueden verse la imagen original con ruido gaussiano y el resultado de aplicar el filtrado.

Como puede verse en las imágenes, estos filtros presentan el inconveniente de que, además de eliminar parte del ruido, desdibujan también los contornos y pueden eliminar los objetos pequeños. Así, si la fila de píxeles presentase un escalón perfecto:

0	0	0	0	0	10	10	10	10	10
---	---	---	---	---	----	----	----	----	----

El resultado sería (tomando el valor entero de la media de tres valores):

0	0	0	0	3	6	10	10	10	10
---	---	---	---	---	---	----	----	----	----

Esto se debe a que, igual que ocurría con los filtros paso bajo temporales cuando había objetos en movimiento, a los bordes y objetos pequeños les corresponden altas frecuencias. Un inconveniente añadido es que los filtros paso bajo no logran eliminar el ruido impulsional. Así, si la fila de píxeles fuera

50	50	0	50	50	50	50	255	50	50
----	----	---	----	----	----	----	-----	----	----

El resultado sería:

50	33	33	33	50	50	185	185	185	50
----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	----

Donde se puede apreciar que aunque los valores han disminuido, siguen estando alejados de los de sus vecinos. Por otro lado ahora se tienen más píxeles con valores extremos (figura 5.20).

Gausiana.

Otro tipo de máscaras son aquellas que intentan imitar la forma de una gausiana:

$$G(x,y) = e^{-\frac{(x+y)^2}{2\sigma^2}}$$

Si $\sigma = 0.391$ píxeles

1	4	1
4	12	4
1	4	1

Si $\sigma = 0.625$ píxeles

1	2	3	2	1
2	7	11	7	2
3	11	17	11	3
2	7	11	7	2
1	2	3	2	1

Si $\sigma = 1.0$ píxeles (primer cuadrante y fila central)

0	0	1	1	1
0	1	2	3	3
1	2	3	6	7
1	3	6	9	11
1	3	7	11	12

Si $\sigma = 1.6$ píxeles (primer cuadrante y fila central)

1	1	1	2	2	2
1	2	2	3	4	4
1	2	4	5	6	7
2	3	5	7	8	9
2	4	6	8	10	11
2	4	7	9	11	12

Si $\sigma = 2.56$ píxeles (primer cuadrante y fila central)

2	2	3	4	5	5	6	6
2	3	4	5	7	7	8	8
3	4	6	7	9	10	10	11
4	5	7	9	10	12	13	13
5	7	9	11	13	14	15	16
5	7	10	12	14	16	17	18
6	8	10	13	15	17	18	19
6	8	11	13	16	18	19	20

Los filtros basados en gaussianas tienen los mismos inconvenientes que los filtros paso bajo (figura 5.21). Más adelante se estudiará su utilidad para la detección de bordes.

5.2.2. Filtros no lineales.

"Outlier".

Cada píxel es comparado con la media de sus ocho vecinos; si esta diferencia es superior a un valor preestablecido se considera ruido y se sustituye por el valor de esa media. Así, si la fila de pixeles fuera:

50	50	0	50	50	50	50	255	50	50
----	----	---	----	----	----	----	-----	----	----

Si se considera un entorno de tres pixeles, el resultado sería:

50	25	50	25	50	50	177	50	177	50
----	----	----	----	----	----	-----	----	-----	----

Aunque su respuesta ante el ruido impulsional es mejor que la de los filtros lineales ya que afecta a menos pixeles, no logra eliminarlo del todo al basarse en la media de los ocho vecinos; y la media es un operador en el que los valores extremos influyen mucho en el resultado.

Mediana.

Si, por tanto, no se puede usar la media, se puede intentar con otros operadores como la mediana. En una secuencia impar de números $x_1 \dots x_N$, la mediana es aquel valor que cumple que $(N-1)/2$ elementos tienen un valor menor o igual a ella y que $(N-1)/2$ tiene un valor mayor o igual a la mediana. Para el caso anterior se lograría eliminar el ruido impulsional ya que los valores erróneos estarían al principio o al final de la lista. En el caso de imágenes se pueden aplicar dos soluciones:

- Definir una ventanas de dimensión $N \times 1$ (unidimensionales) y a las que se aplica el mismo criterio
- Definir ventanas de dimensión $N \times N$ (bidimensionales) y elegir la mediana de entre todos los valores.

Para preservar más los bordes de los objetos se puede aplicar la mediana a solo unos cuantos pixeles del entorno cuadrado. Así, por ejemplo, una máscara del estilo:

	X	
X	X	X
	X	

preservaría los bordes verticales y horizontales. Si quisiéramos las diagonales tendría que ser:

X		X
	X	
X		X

En la figura 5.22 se ve el resultado de usar el filtro de la mediana para un entorno de 3×3 a una imagen con ruido gaussiano de media cero y desviación típica 15. Como puede comprobarse con los resultados anteriores, desdibuja menos los contornos que los filtros lineales. Pero donde más se observa la diferencia de comportamiento es con el ruido impulsional.

Así en la figura 5.23 se observa el resultado de filtrar una imagen con ruido impulsional del 5%. El resultado es lógico ya que los pixeles con valores extremos estarán al principio o al final en la ordenación de valores. Si el ruido aumenta hasta llegar al 15%, se observa que el entorno de 3×3 no es suficiente. Además cuando falla

tiende a agrupar varios pixeles con valores falsos. La solución está en aumentar el tamaño del entorno (a 5x5 por ejemplo).

La mediana tiene el inconveniente frente a los filtros lineales de que es más lento. Así que el criterio general es que si el ruido es gaussiano y la rapidez es un factor crucial se utilizaría la media, y si el ruido es impulsional o la rapidez no es tan crítica la mediana.

5.2.3 Filtros en el dominio de la frecuencia.

Los posibles filtros son (figura 5.24):

- Filtros paso bajo: interesan las frecuencias por debajo de la frecuencia de corte.
- Filtros paso alto: interesan las frecuencias por encima de la frecuencia de corte.
- Filtros paso banda: interesan las frecuencias que se encuentran entre dos valores.
- Filtros rechazo de banda: interesan las frecuencias que son menores que un valor y mayores que un segundo.

Filtros paso bajo.

El filtro paso bajo más sencillo que se puede usar es aquel cuya ganancia sea la unidad entre ± 1 rad / s. Como este filtro ideal no puede ser realizado con métodos analógicos habrá que especificar un entorno alrededor del filtro ideal que se suponga aceptable para cada caso concreto. Con imágenes digitales sí se podrían realizar filtros ideales a las frecuencias deseadas. Sin embargo, en las zonas de altas frecuencias, además de encontrarse el ruido también está la información relativa a los bordes. Por ello no interesa eliminar completamente las altas frecuencias sino sólo atenuarlas. Así se puede tomar por ejemplo la figura 5.25-a ya vista en las series de Fourier. Conforme se vayan considerando términos de la serie, el rizado de la zona constante disminuirá; pero siempre quedará una sobreoscilación cuando se pase de un valor a otro. Este efecto que siempre se tiene si el número de sumandos es finito se conoce como efecto Gibbs. El caso inferior es el de una imagen a la que se ha aplicado un filtro paso bajo ideal. Pueden verse una especie de ondas alrededor de los objetos que distorsionan la imagen. Por ello no interesa eliminar totalmente las altas frecuencias y se siguen los mismos criterios que para el diseño de filtros analógicos. Las especificaciones son (figura 5. 26):

1. El valor del filtro entre ± 1 rad / s debe estar en una banda que se mueve entre un valor k_p y la unidad.
2. A partir de una frecuencia w_s el valor del filtro no debe ser mayor que k_s .

Con estas premisas se definen (más adelante se verá por qué) los filtros con una expresión general:

$$A(w) = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 F_N^2(w)}}$$

donde:

- $A(w)$ es la expresión del filtro.
- $F_N(w)$ es un polinomio de orden N que determina el tipo del filtro.
- ε es un factor de escala.

Para un problema concreto se tenían unas especificaciones que definían una zona de trabajo. ¿Cómo relacionar estas especificaciones con el polinomio $F_N(w)$? Despejando de la ecuación anterior

$$A^2(w) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 F_N^2(w)}$$

$$\frac{1}{A^2(w)} = 1 + \varepsilon^2 F_N^2(w)$$

$$\frac{1}{A^2(w)} - 1 = \varepsilon^2 F_N^2(w)$$

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left(\frac{1}{A^2(w)} - 1 \right) = F_N^2(w)$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{A^2(w)} - 1} = F_N(w)$$

¿Cómo han variado k_p y k_s ?

$$\hat{k}_p = \frac{1}{\varepsilon^2} \sqrt{\frac{1}{k_p^2} - 1}$$

Pero como por otro lado k_p es el valor de $A(w)$ para la frecuencia unidad

$$k_p = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} \Rightarrow \hat{k}_p = 1$$

$$\hat{k}_s = \frac{1}{\varepsilon^2} \sqrt{\frac{1}{k_s^2} - 1}$$

Se tienen por tanto unas nuevas limitaciones, por lo que todo polinomio $F_N(w)$ que pase por los límites cumple las especificaciones del filtro paso bajo. Resulta más fácil diseñar el filtro trabajando con este polinomio que probando varias soluciones de $A(w)$.

Filtros de Butterworth.

Los filtros de Butterworth tienen la expresión general:

$$F_N(w) = w^N$$

siendo el valor ε la unidad, por lo que la expresión del filtro queda:

$$A(w) = \frac{1}{\sqrt{1 + w^{2N}}}$$

Para la frecuencia unidad todos los filtros toman el valor 0.707 ($1/\sqrt{2}$). Se caracterizan porque entre las frecuencias de filtrado su respuesta es bastante plana. En contra, su caída de filtrado es lenta, por lo que hay que buscar filtros de orden superior. Como interesa que la ganancia sea lo más uniforme posible para no favorecer más unas frecuencias que otras en la zona de la imagen que interesa, son los más utilizados en aplicaciones de análisis de imágenes (figura 5.27).

Ahora puede verse desde el punto de vista frecuencial que las tres convoluciones que se propusieron antes son también filtros paso bajo. Así se tiene en la figura 5.28 el módulo de su transformada de Fourier. Se observa cómo para bajas frecuencias la ganancia es mayor. Las variaciones que se observan entre ellas en las altas frecuencias son debidas a la “brusquedad” con que acaban los núcleos de las convoluciones ya que un salto brusco corresponde a las altas frecuencias.

Paso a otros tipos de filtros.

Si se quiere diseñar otro filtro que no sea un filtro paso bajo a frecuencia unidad se toman las especificaciones, se encuentra el filtro deseado y se hace a continuación uno de los siguientes cambios de variables:

Filtro paso bajo: $w = \frac{\hat{w}}{w_0}$

Los resultados de aplicar los filtros frecuenciales tienen que ser los mismos que los espaciales. Así, en la figura 5.29 se tiene el filtrado para ruido gaussiano, donde se desdibujan los contornos; y en 5.30 el caso del ruido impulsional, que no se ha eliminado totalmente. Se suelen utilizar por tanto los filtros espaciales ya que son más rápidos; pero la gran ventaja del filtrado en frecuencia respecto al espacial es que es mucho más flexible. Así, en la figura 5.31 se tiene el paso de un filtro de Butterworth, pero ahora de orden 3. El ruido impulsional ha desaparecido, aunque el coste es haber perdido mucha información sobre los bordes de los objetos.

Filtro paso alto: $w = -\frac{w_0}{\hat{w}}$

Su uso se verá más adelante, para el filtro homomórfico y el realce de bordes

Filtro paso banda: $w = \frac{w^2 + w_c^2}{ww_b}$

Filtro rechazo de banda: $w = \frac{ww_b}{w^2 + w_c^2}$

siendo: $w_b = w_{\text{sup}} - w_{\text{inf}}$ y $w_c = \sqrt{w_{\text{sup}} w_{\text{inf}}}$

Si el ruido tiene unas frecuencias muy determinadas (caso de una interferencia), como puede verse en la figura 5.32 puede detectarse porque en su transformada de Fourier presenta picos a frecuencias altas, que se eliminan con un filtro rechazo de banda. Para ello se obtienen las frecuencias de la interferencia y se crea una máscara que multiplicará a la transformada de Fourier de la imagen original. Se pueden usar ahora filtros ideales a esas frecuencias, ya que se sigue conservando el resto de las altas frecuencias.

Filtro homomórfico.

Se utiliza cuando la interferencia es de tipo multiplicativo. Es decir, la imagen original se considera resultado de la multiplicación de una imagen libre de ruido por otra correspondiente a una iluminación.

$$f(x, y) = r(x, y)i(x, y)$$

si se aplica una transformación logarítmica, tendremos una nueva imagen:

$$z(x, y) = \ln f(x, y) = \ln r(x, y) + \ln i(x, y)$$

en la cual el efecto ya no es multiplicativo sino aditivo. A esta imagen se le puede aplicar la transformada de Fourier:

$$F(z(x, y)) = Z(u, v) = F(\ln r(x, y) + \ln i(x, y)) = R(u, v) + I(u, v)$$

Si se aplica un filtro paso alto los efectos de la iluminación quedan minimizados. Después se deshacen las transformaciones aplicando la antitransformada y por último deshaciendo el logaritmo.

En la figura 5.33 puede verse la imagen correspondiente al tipo de filtro usado, la imagen original y la transformada.

5.3 Realce de bordes.

El realce de bordes tiene un efecto opuesto a la eliminación de ruido, ya que de lo que se trata es de resaltar aquellos pixeles que presentan un valor de gris distinto al de sus vecinos. Por ello, si la imagen es ruidosa, el efecto del ruido se multiplicará; por lo que antes de resaltar los bordes habrá que eliminar el ruido.

5.3.1 Filtros lineales en el dominio del espacio.

A diferencia de lo que se buscaba con la eliminación del ruido, ahora se quiere aumentar la ganancia de las altas frecuencias o, lo que es lo mismo, disminuir la de las bajas:

$$\text{Imagen resultante} = \text{Ganancia} \cdot \text{Imagen Original} - \text{Bajas Frecuencias}$$

Ya se vio que una de las formas de obtener las bajas frecuencias era convolucionar la imagen con el filtro:

1	1	1
1	1	1
1	1	1

dividido por un noveno; luego para realzar los bordes se usará el filtro:

-1	-1	-1
-1	A	-1
-1	-1	-1

donde:

$$A = 9 \text{ Ganancia} - 1$$

y todo ello dividido por un noveno. En la figura 5.34 se tiene el realce de bordes para distintas ganancias.

Esto mismo se puede obtener si a la imagen original se le suman las altas frecuencias:

$$\text{Imagen resultante} = \text{Imagen Original} + \text{Altas Frecuencias}$$

Además de variar el valor de la ganancia pueden usarse varios modelos de filtros paso alto. Para ello se suele utilizar la laplaciana, que expresa la derivada en todas las direcciones. Algunas convoluciones son:

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

y de nuevo, al igual que se vio en los filtros paso bajo, si se da mas importancia al píxel central que a los vecinos:

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

-1	-2	-1
-2	12	-2
-1	-2	-1

En la figura 5.35 se tiene la transformada de Fourier de estas tres convoluciones. Puede notarse cómo son efectivamente filtros paso alto y cómo se aproximan a tener el mismo valor para todas las direcciones.

Si en la fórmula anterior se fija como valor de la ganancia la unidad y se usan las expresiones de la laplaciana, se tienen los filtros:

-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

-1	-2	-1
-2	12	-2
-1	-2	-1

En las figuras 5.36 puede verse el resultado de aplicar las dos máscaras arriba indicadas.

5.3.2 Filtros lineales en el dominio de la frecuencia

Tampoco ahora se podrán aplicar filtros paso alto ideales (figura 5.37) ya que se vuelve a observar el efecto Gibbs. Así que de forma similar a la vista en la reducción del ruido, se obtiene la transformada de Fourier de la imagen original pero aplicándose ahora un filtro paso alto similar a los analógicos (figura 5.38) por lo que se tienen las altas frecuencias. Estas se suman a la transformada original. La ventaja frente a las convoluciones es su mayor flexibilidad y su inconveniente su mayor lentitud

5.3.3. Filtro no lineales: filtro max-min

El filtro max-min fue desarrollado por Kramer y Bruchner para el realce de bordes. En el entorno de un píxel se obtienen los valores máximos y mínimos, siendo el nuevo valor:

$$g(x, y) = \begin{cases} f_{max} & f_{max} - f(x, y) \leq f(x, y) - f_{min} \\ f_{min} & \text{si no se cumple} \end{cases}$$

En la figura 5.39 tenemos resultados para diversos entornos del píxel.

5.4. Falso color.

Mientras que los algoritmos anteriormente descritos pueden ser útiles, tanto para el posterior análisis de la imagen por parte de un operario o de un computador, el falso color va destinado sobretodo a un análisis humano. Consiste en la transformación de una imagen en blanco y negro a otra en color. El ojo humano sólo puede distinguir bien una gama de 16 niveles de gris; sin embargo, es mucho mayor la gama de colores. Suele haber dos tipos de aplicaciones. En la primera se trata de representar mejor los datos, de tal forma que haya un mayor contraste en la imagen. Un LUT típica es la denominada arco iris (figura 5.40 izquierda) donde los niveles de gris más oscuros tenderán al rojo y los más claros al azul (figura 5.41). Otra aplicación es resaltar algunos niveles de gris respecto al resto. Para ello se tiene una LUT (figura 5.40 derecha) donde las tres componentes tienen el mismo valor. Se tendría así una imagen en color, pero que visualmente parece en blanco y negro. Para aquellos niveles de gris que se quieran

resaltar (porque corresponden a defectos, por ejemplo) una componente se hace máxima y las otras dos mínimas.

5.5 Bibliografía.

- Astola, J. T.; Campbell, T.G. On computation of the running median. IEEE Transaction on Acoustic, Speech, and Signal Porcessing, ASSP-37 (4): 572-574, 1989.
- Bracewell, R. *The Fourier Transform and its aplicaciones* (2ª ed.). McGraw-Hill, Nueva york, 1986.
- Ballard, D. H., Brown, C. M. *Computer Vision*. Prentice-Hall, 1982
- González, R. C., Woods, R. E. *Digital Image Processing*. Addison-Wesley, 1993
- Haralick, R. M., Shapiro, L. G. *Computer and Robot Vision*. Addison-Wesley, 1992-1993
- Jain, A. K. *Fundamentals of Digital Image Processing*. Prentice-Hall International 1989
- Kramer, H.; Bruchner, J. Interactions of a non-linear transformation for the enhacement of digital images”. Pattern Recognition, vol 7, pp53-58, 1975.
- Pratt, W. K. *Digital Image Processing*, 2ª edición. John Wiley & Sons, cop. 1991.
- Tyan, S.G. Median Filtering, deterministic properties. T.S. Huang editor. *Two-dimensional Digital Signal Porcessing*, Volumen-II. Springer-Verlag, Berling, 1981.

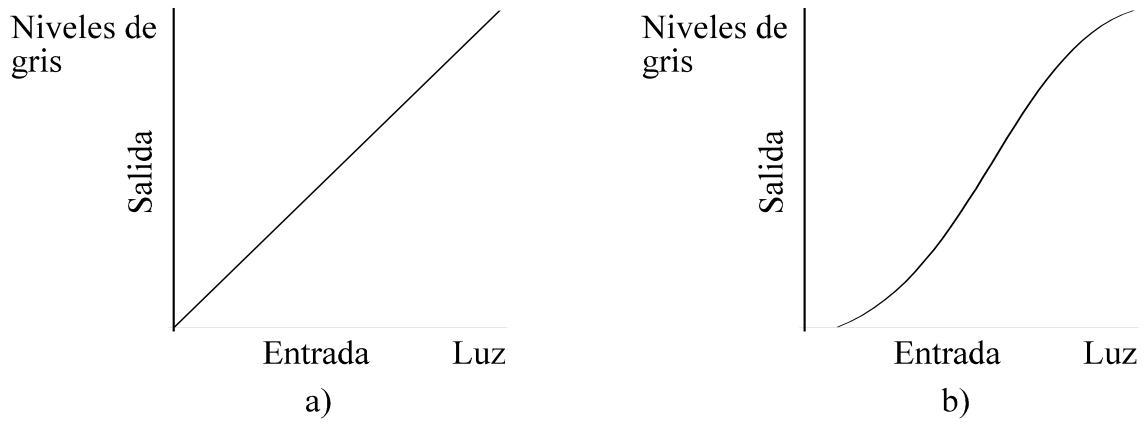


Figura 5.1. No linealidad y saturación de las cámaras.

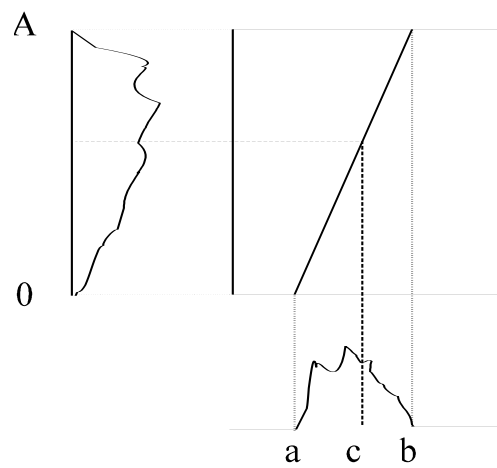
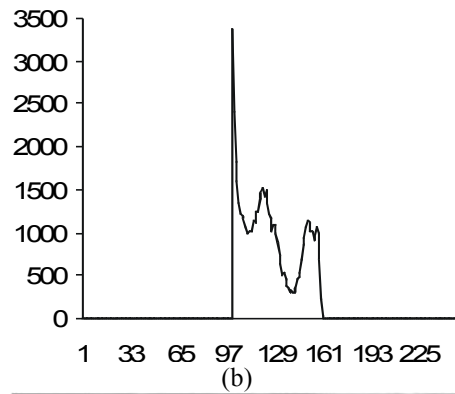


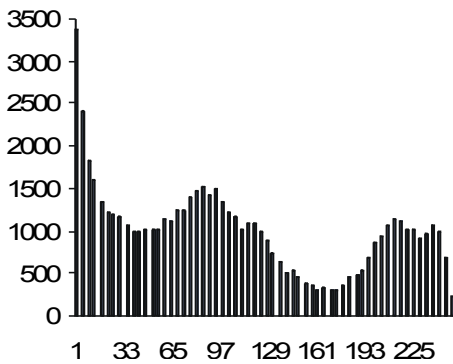
Figura 5.2. Amplitud de la escala.



(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 5.3 Aplicación de la amplitud de la escala. (a) imagen original (b) su histograma (c) nueva distribución de los niveles de gris (d) mejora del contraste.

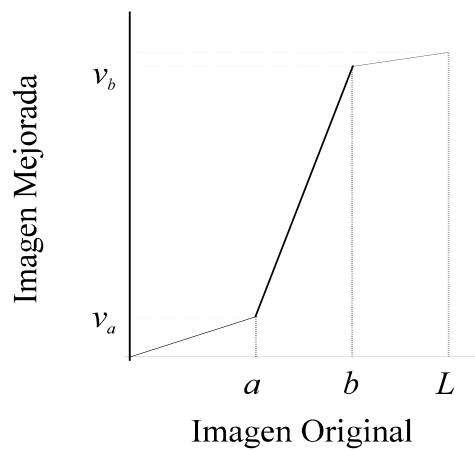


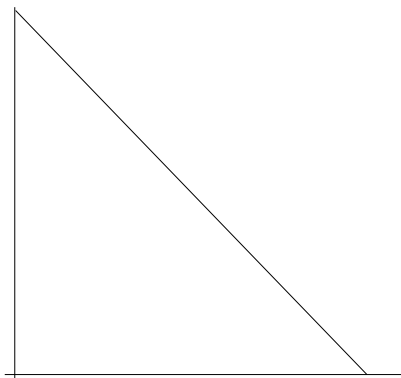
Figura 5.4. Caso general de amplitud de la escala.



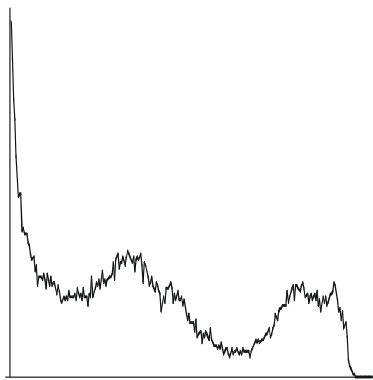
(a)



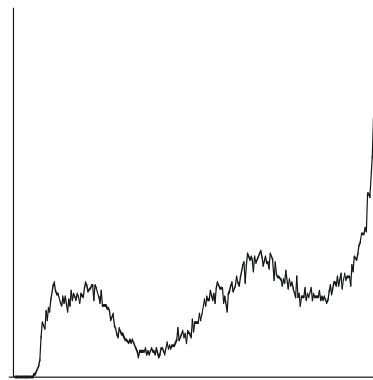
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 5.5. Modificación del contraste. (a) Imagen original (b) Imagen inversa (c) Nueva distribución de los niveles de gris siguiendo la función inversa (d) (e) histogramas de la imagen original y de la transformada.

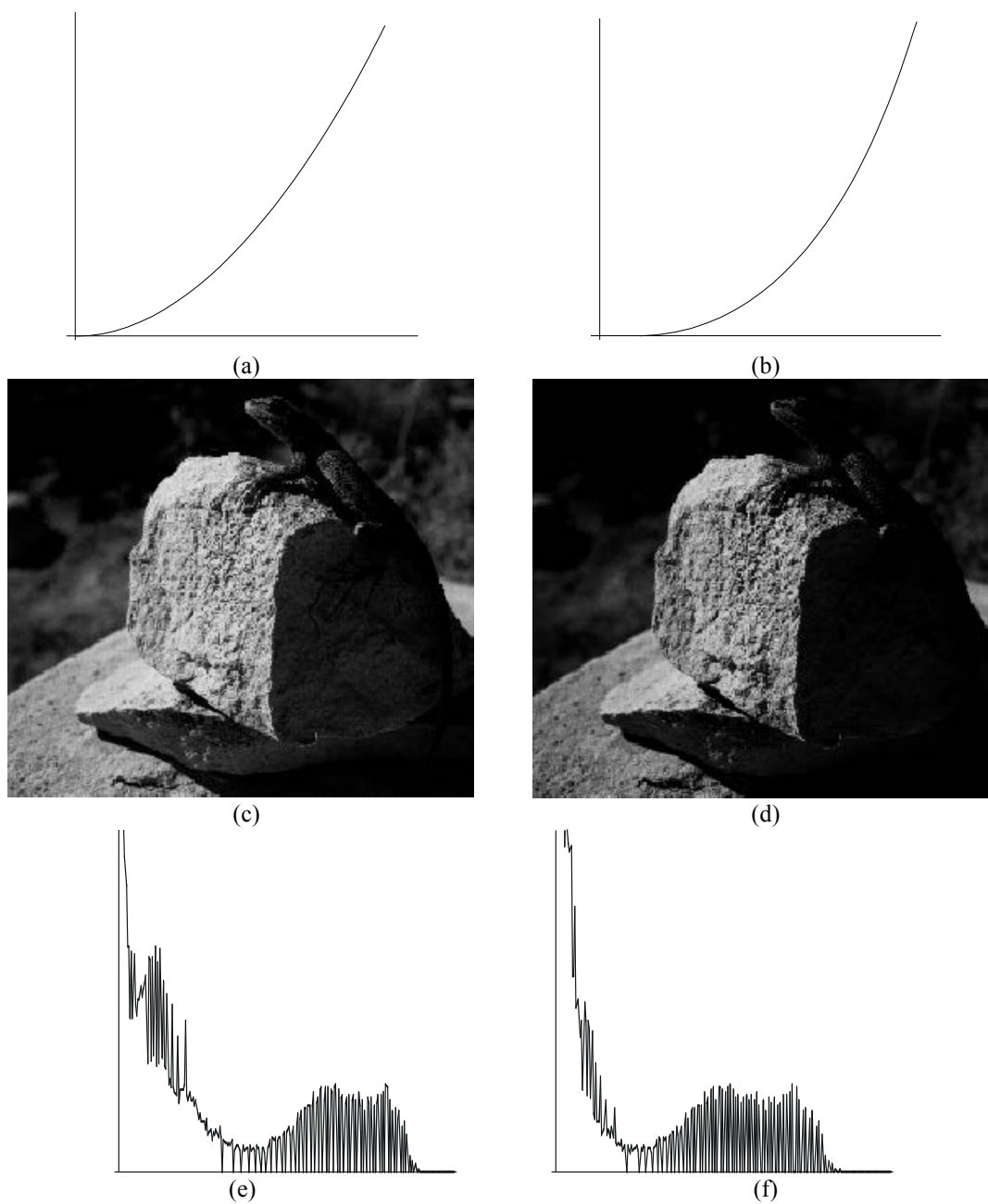


Figura 5.6. Modificación del contraste.(a) Nueva distribución de los niveles de gris siguiendo la función cuadrada (b) Nueva distribución de los niveles de gris siguiendo la función cúbica (c)(d) Resultados (e)(f) Nuevos histogramas (NOTA: Para poderlos comparar con otros resultados los valores inferiores han sido truncados a un décimo de su valor real).

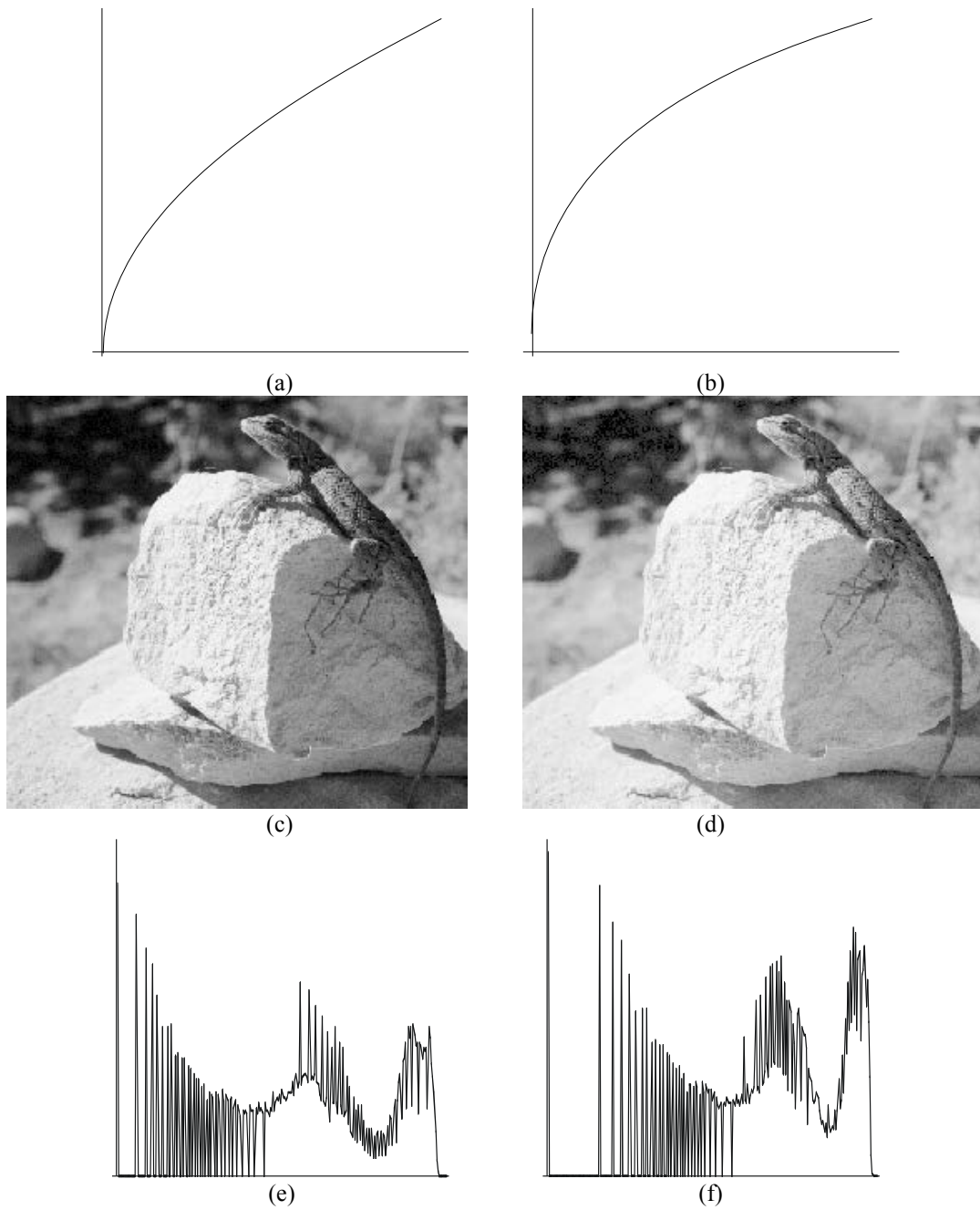


Figura 5.7. Modificación del contraste. (a) Nueva distribución de los niveles de gris siguiendo la función raíz cuadrada (b) Nueva distribución de los niveles de gris siguiendo la función raíz cúbica (c) (d) Resultado (e) (f) Nuevos histogramas.

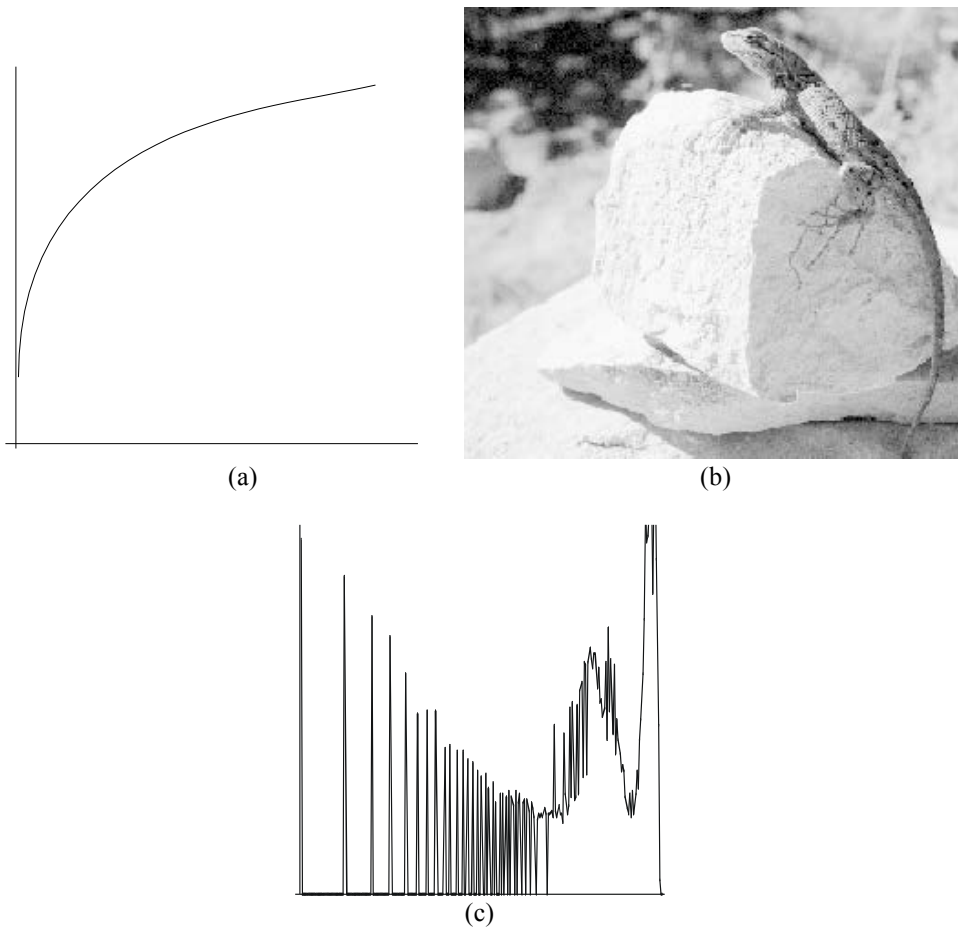


Figura 5.7. (Cont) Modificación del contraste. (a) Nueva distribución de los niveles de gris siguiendo la función logarítmica (b) Resultado (c) Nuevo histograma.

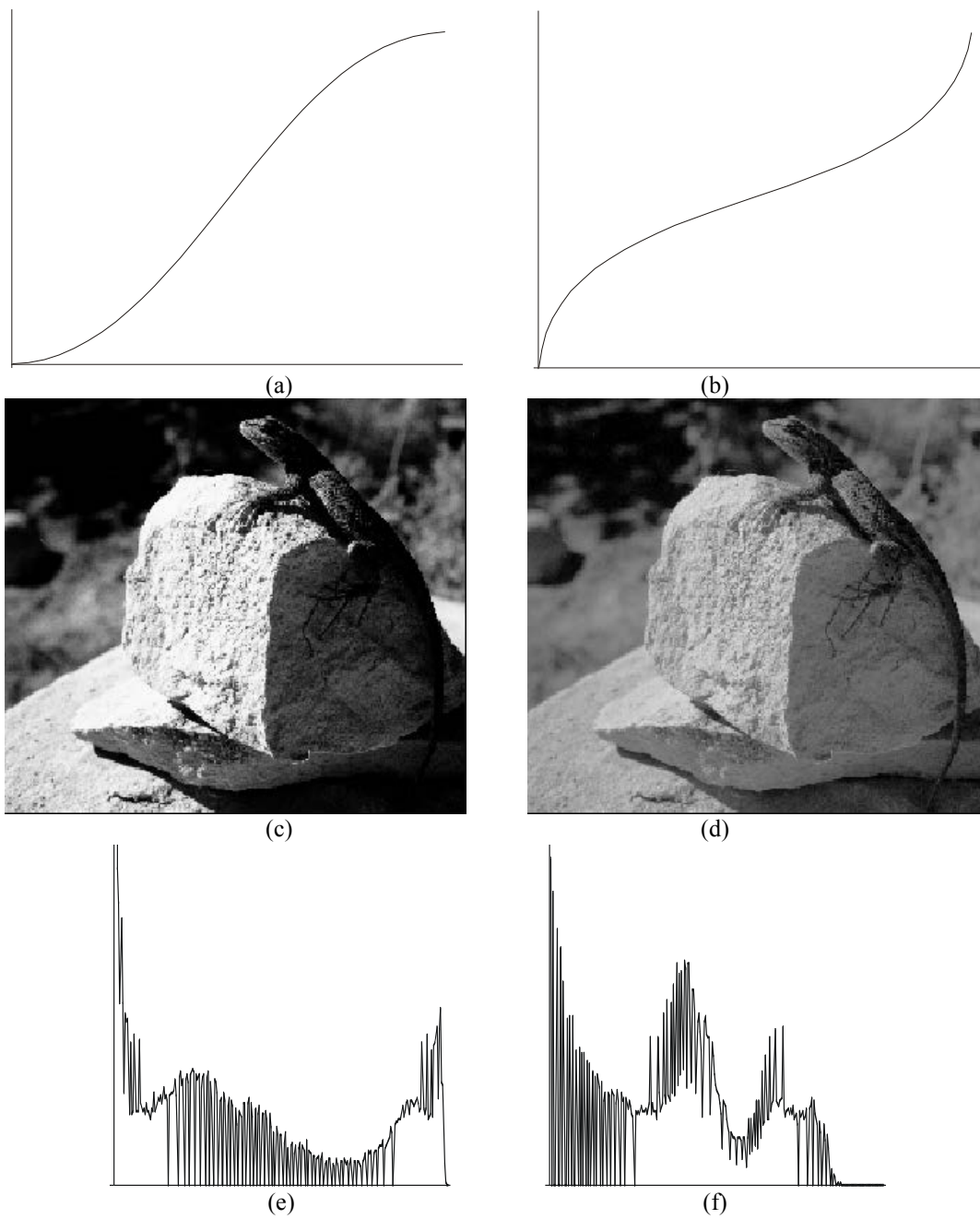


Figura 5.8. Modificación del contraste. (a) Nueva distribución de los niveles de gris siguiendo la función senoidal (b) Nueva distribución de los niveles de gris siguiendo la función tangencial (c) (d) Resultado (e) (f) Nuevos histogramas.

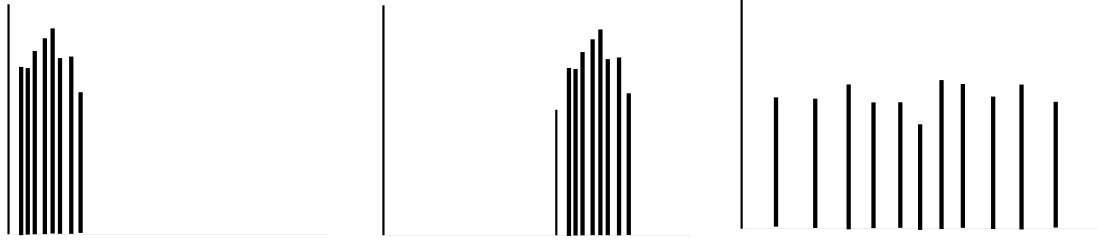
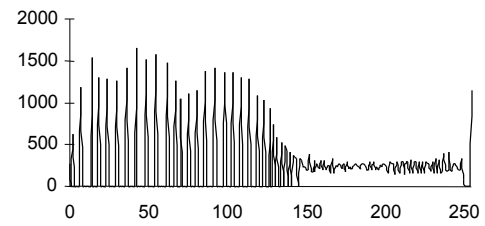
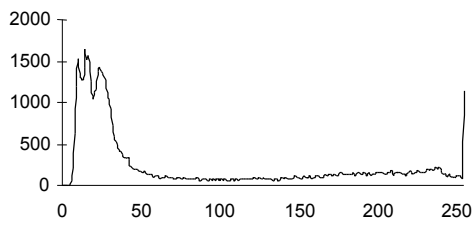


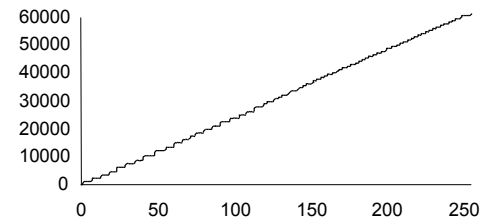
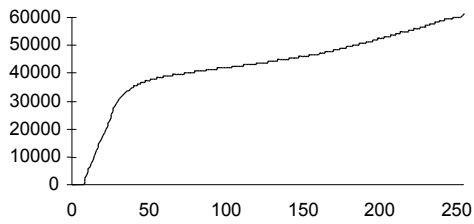
Figura 5.9. Imagen clara, oscura y contrastada.



(a)



(b)



(c)

Figura: 5.10 Ecuación del histograma. Columna de la izquierda, imagen original; columna de la derecha, imagen ecualizada. (a) Imágenes (b) Histogramas (c) histogramas acumulados

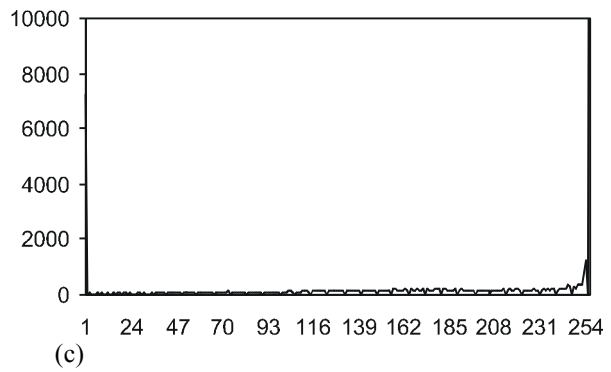
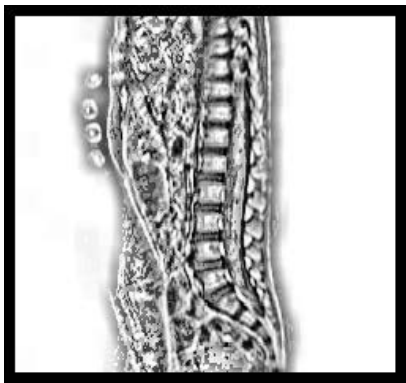
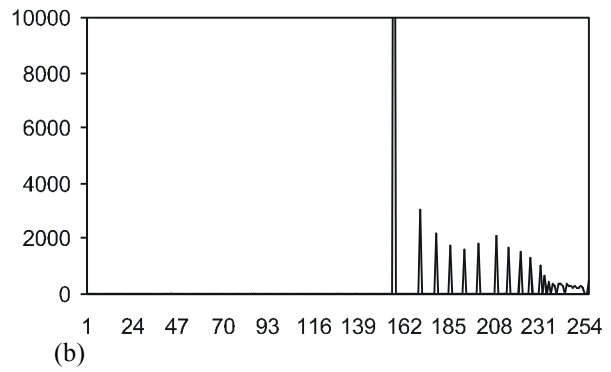
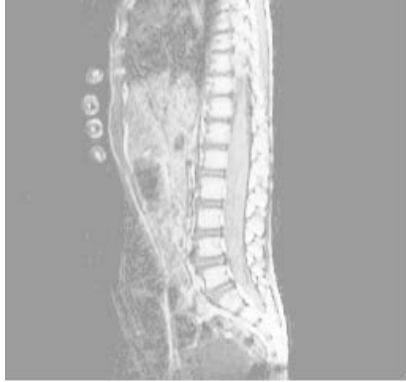
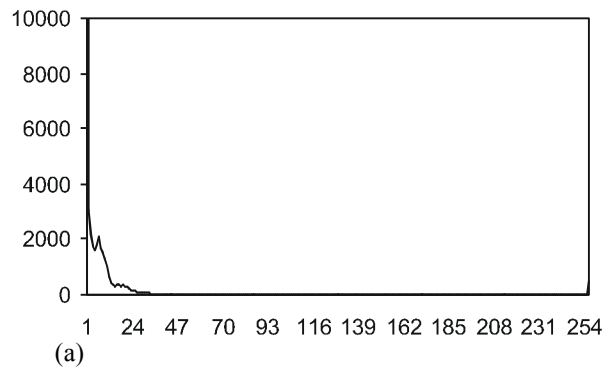
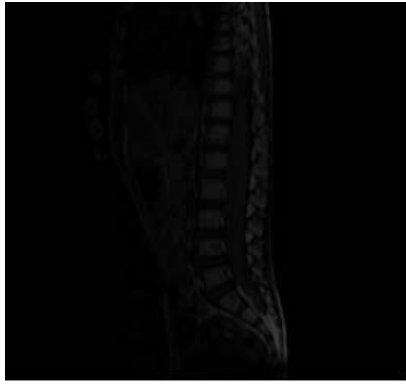


Figura 5.11. Ecuación del histograma. (a) Imagen original y su histograma (b) imagen ecualizada y su histograma (c) imagen ecualizada por ventanas de 15x15 y su histograma.

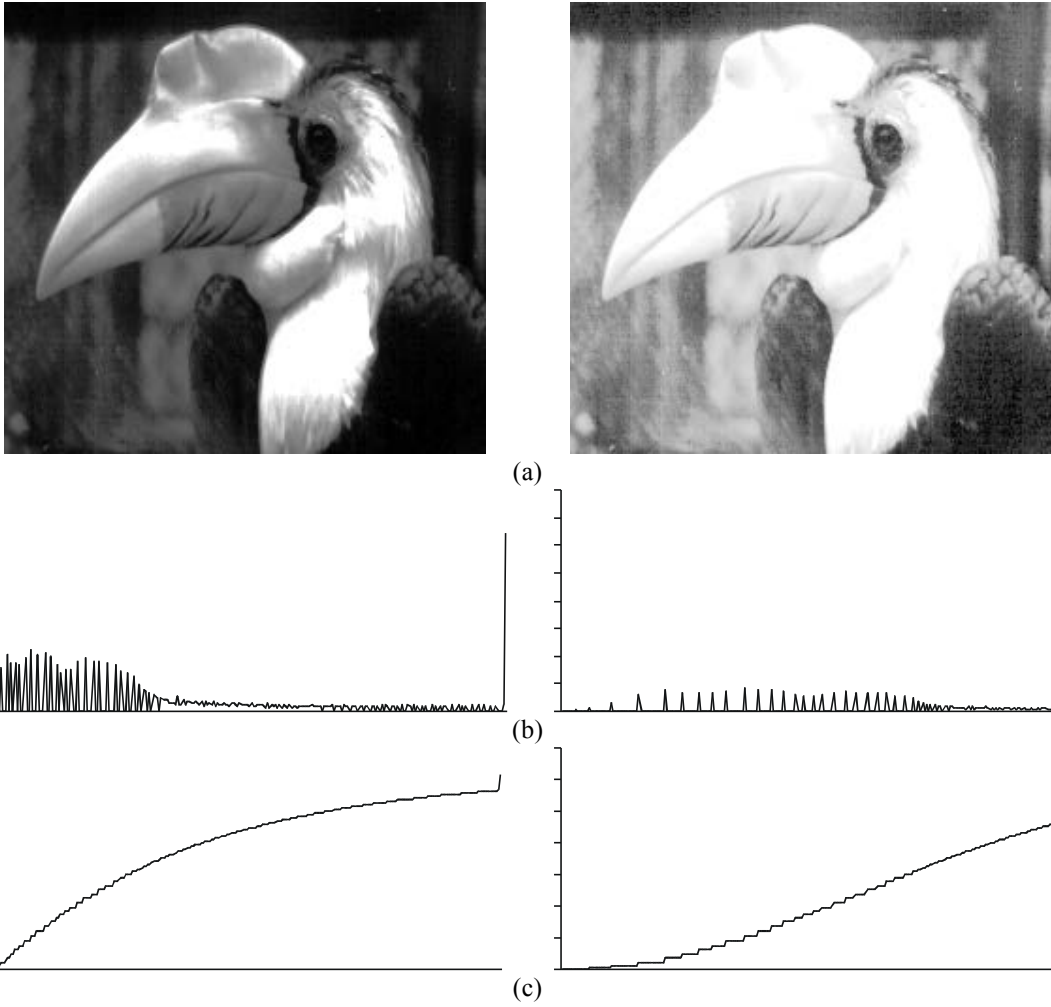


Figura: 5.12 Modificación del histograma del histograma. Columna de la izquierda distribución exponencial; columna de la derecha, distribución de Rayleigh. (a) Imágenes (b) Histogramas (c) histogramas acumulados

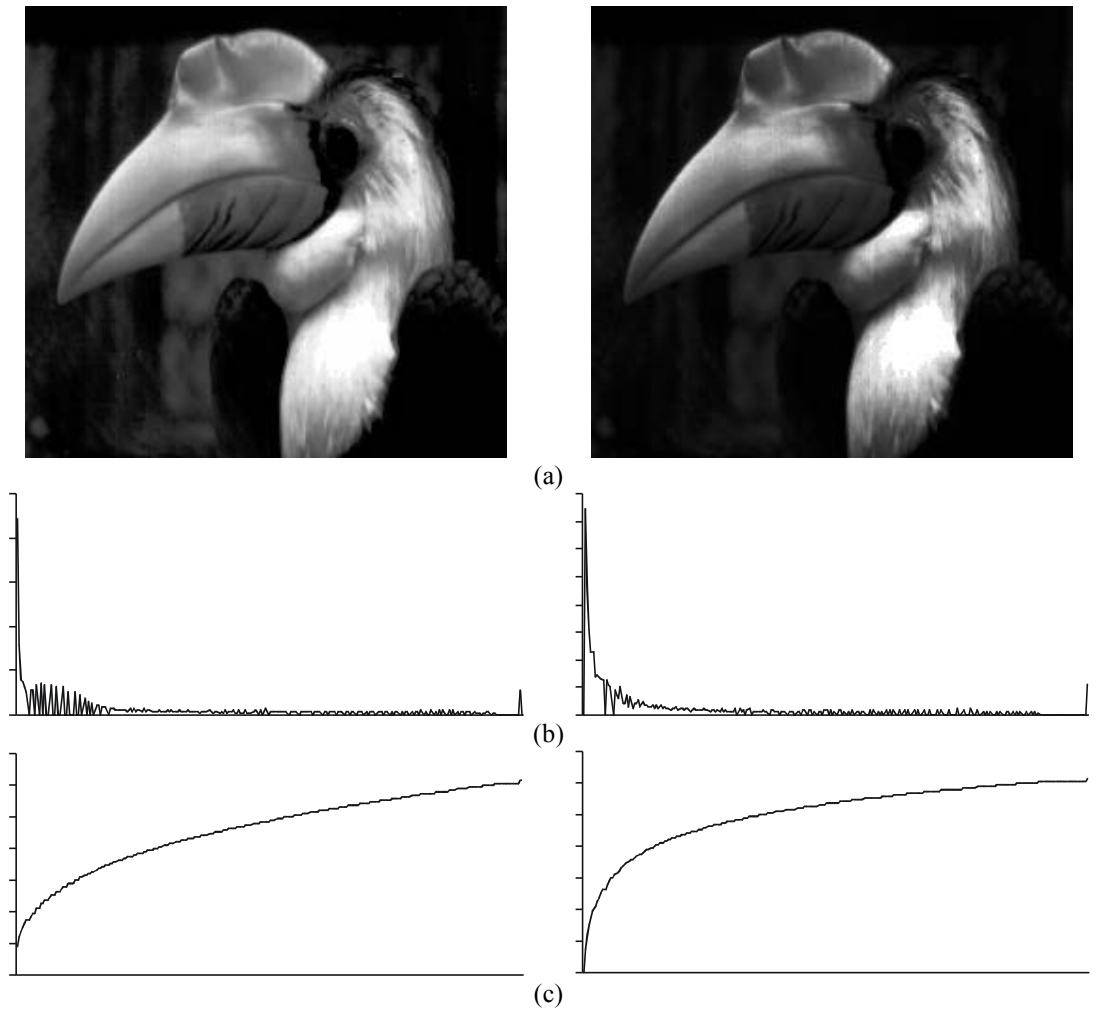


Figura: 5.13 Modificación del histograma del histograma. Columna de la izquierda distribución raíz cúbica; columna de la derecha, distribución logarítmica. (a) Imágenes (b) Histogramas (c) histogramas acumulados

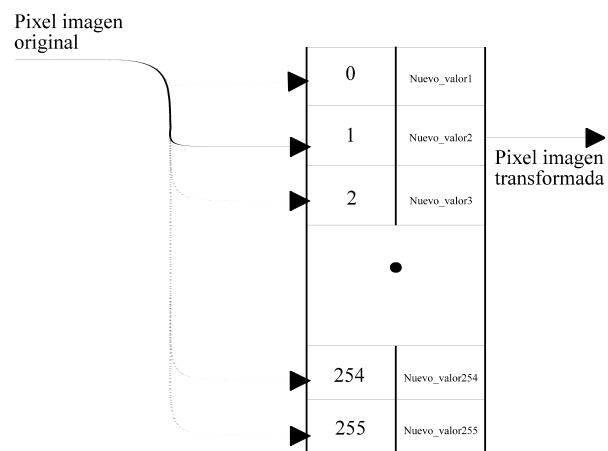


Figura 5.14. LUTs

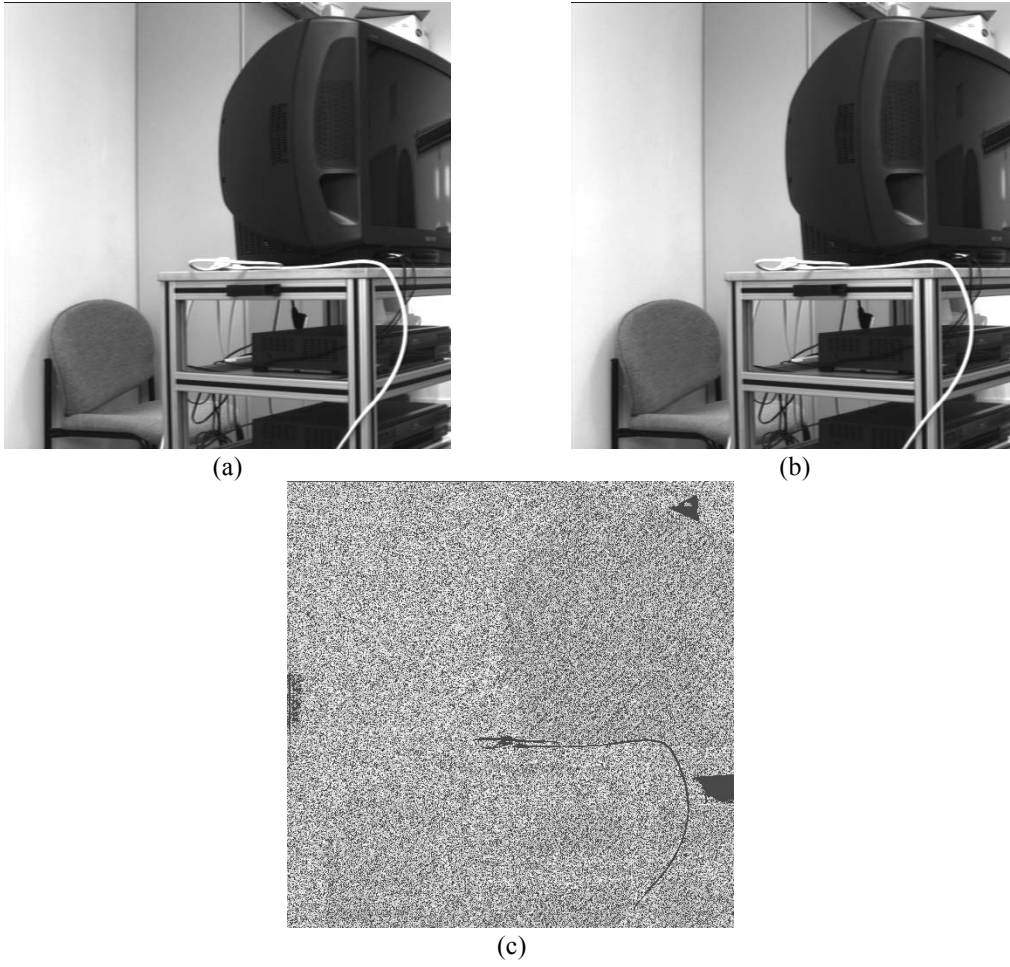
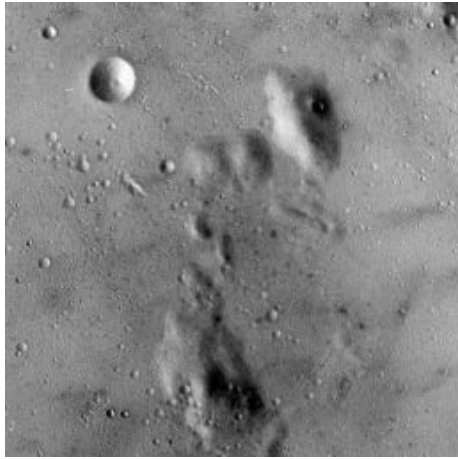
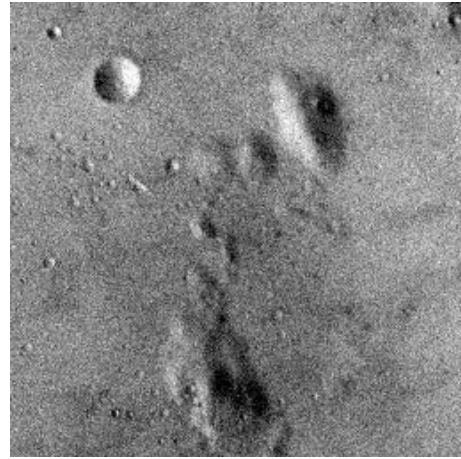


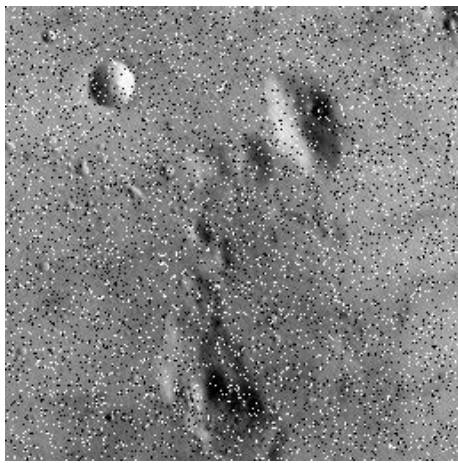
Figura 5.15 Ruido gaussiano. (a) Imagen inicial (b) Imagen tomada 50 ms más tarde (c) diferencia.



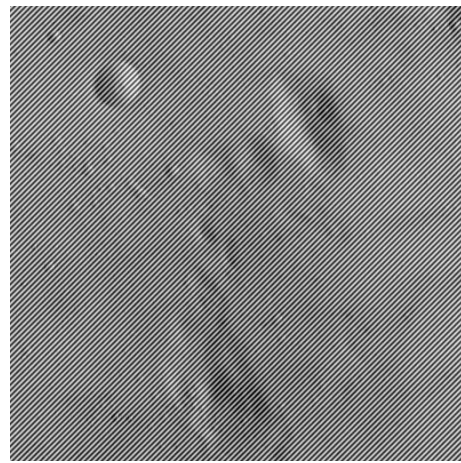
(a)



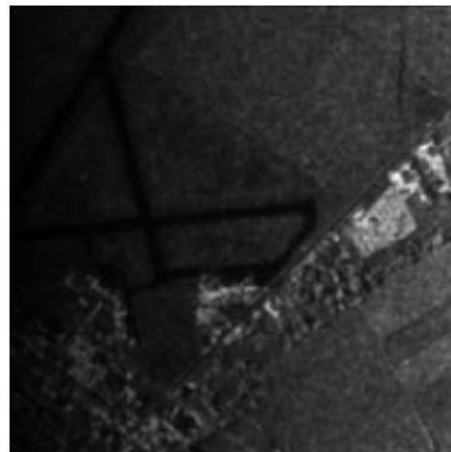
(b)



(a)

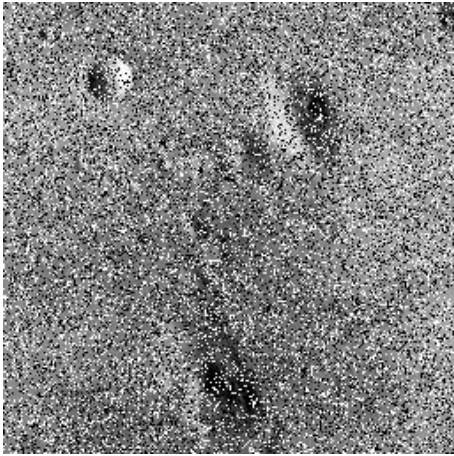


(d)

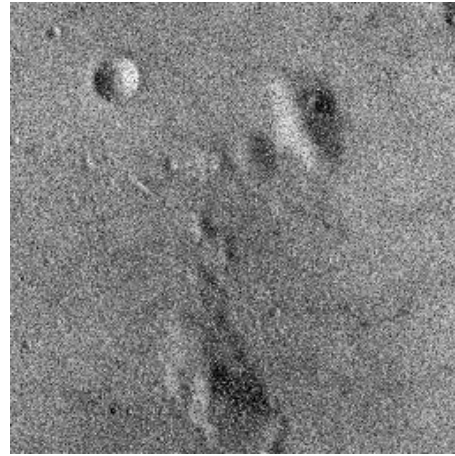


(e)

Figura 5.16. Ruido. (a) Imagen original (b) Ruido gaussiano de media cero y desviación típica 20 (c) Ruido impulsional del 15% (d) Interferencia (e) ruido multiplicativo.



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 5.17. Suma de imágenes: (a) Imagen original, ruido impulsional de 30% (b) suma de 6 imágenes (c) suma de 12 imágenes (d) suma de 25 imágenes.

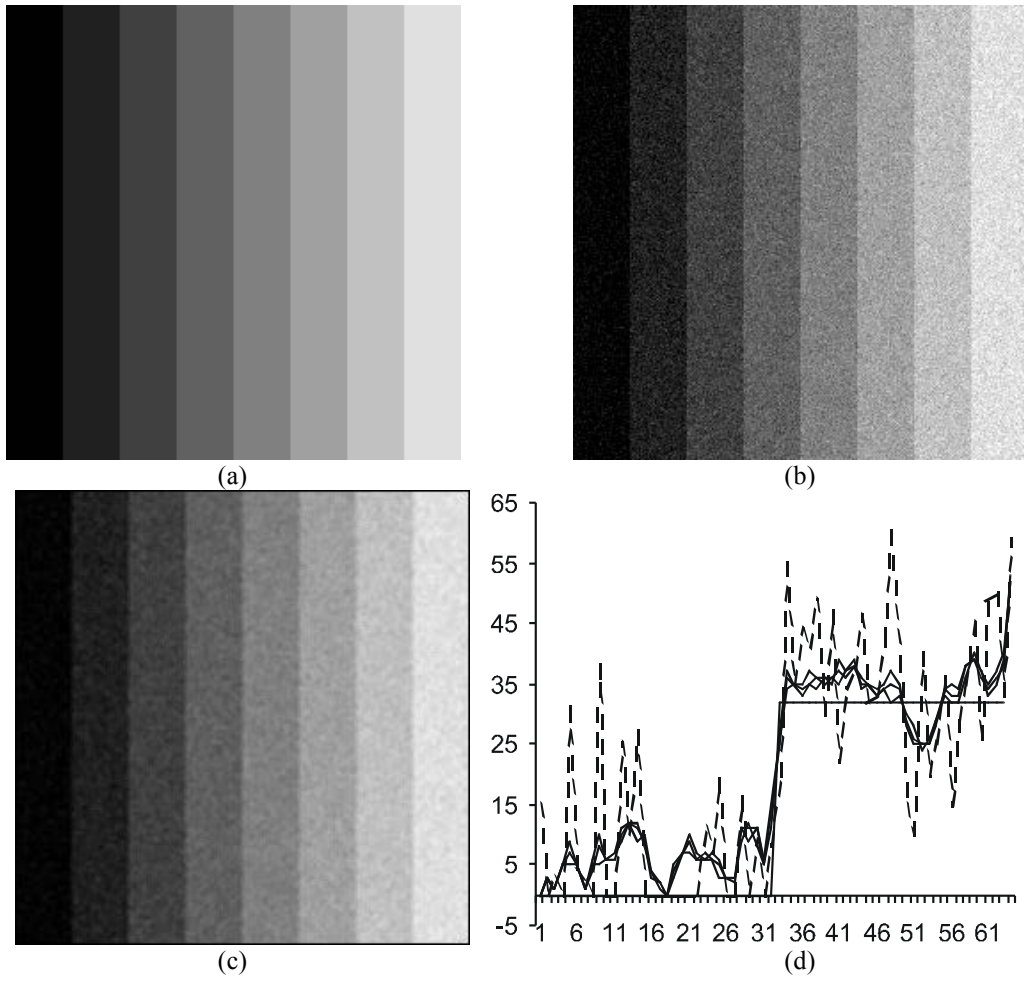


Figura 5.18. Filtros lineales: (a) Imagen original (b) ruido gaussiano (c) filtrado (d) comparación de resultados.

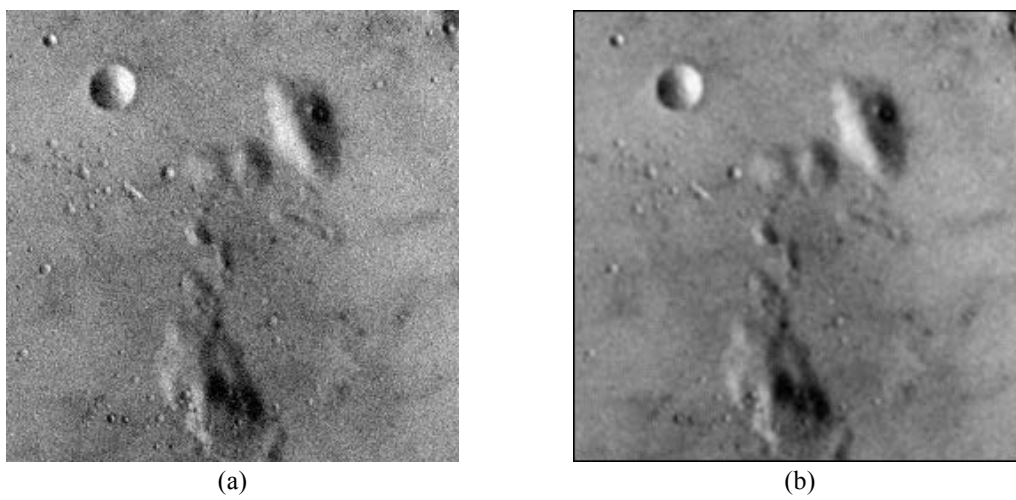


Figura 5.19. Filtros lineales espaciales. (a) Imagen original, ruido gaussiano de media cero y desviación típica 15 (b) Resultado del filtro 1.



(a)

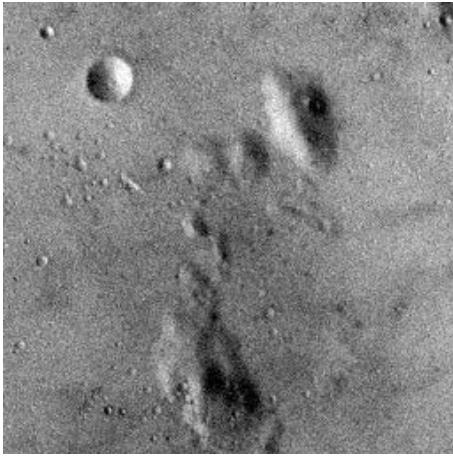


(b)

Figura 5.20. Filtros lineales espaciales. (a) Imagen original, ruido impulsional de 5% (b) Resultado del filtro 1



Figura 5.21 Filtros con gaussianas

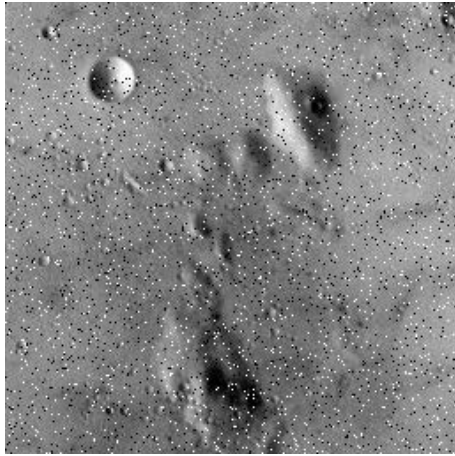


(a)

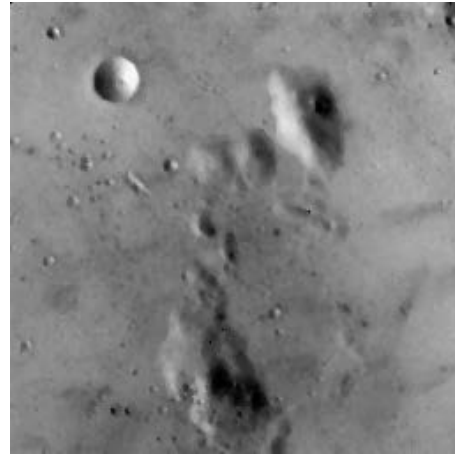


(b)

Figura 5.22. Filtro de la mediana. (a) Ruido gaussiano de media cero y desviación típica 15 (b) filtro de la mediana para un entorno de 3x3.



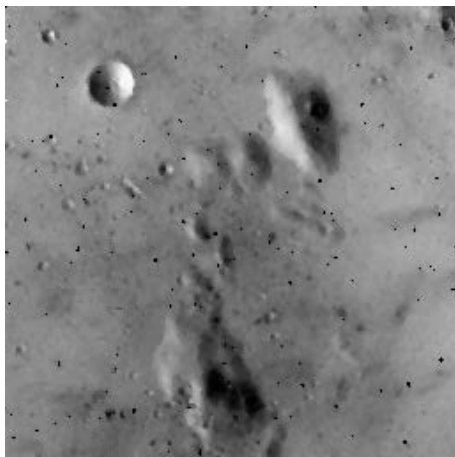
(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 5.23. Filtro de la mediana. (a) Ruido impulsional del 5% (b) Filtro de la mediana para un entorno de 3x3. (c) Ruido impulsional del 15% (d) Filtro de la mediana para un entorno de 3x3. (e) Filtro de la mediana para un entorno de 5x5

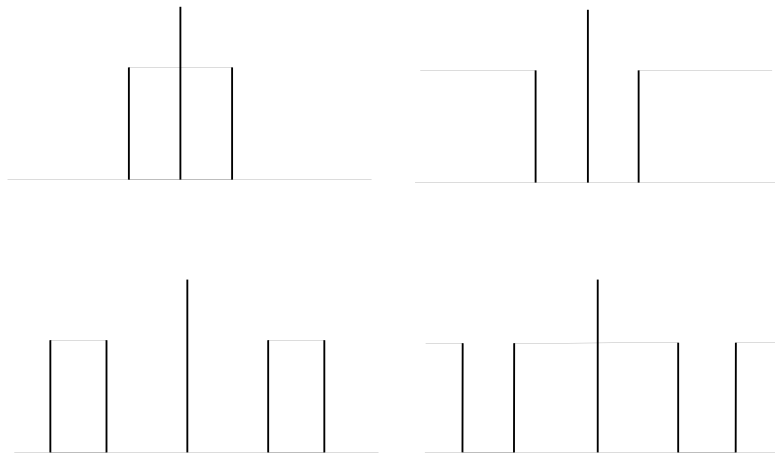


Figura 5.24. Distintos tipos de filtros. (a) Filtro paso bajo (b) Filtro paso alto (c) Filtro pasa banda (d) Filtro rechazo de banda.

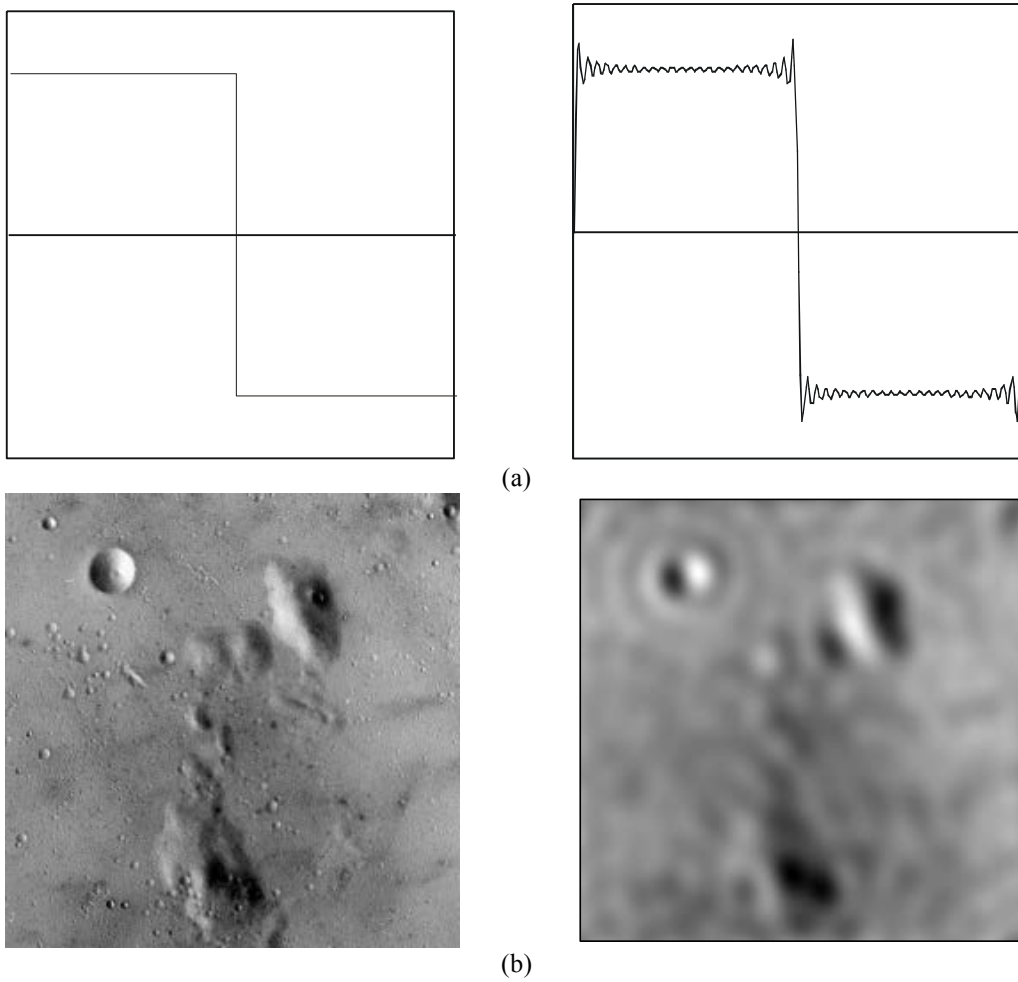


Figura 5.25. Resultados de tomar un número finito de frecuencias. (a) Efectos Gibbs (b) caso de imágenes.

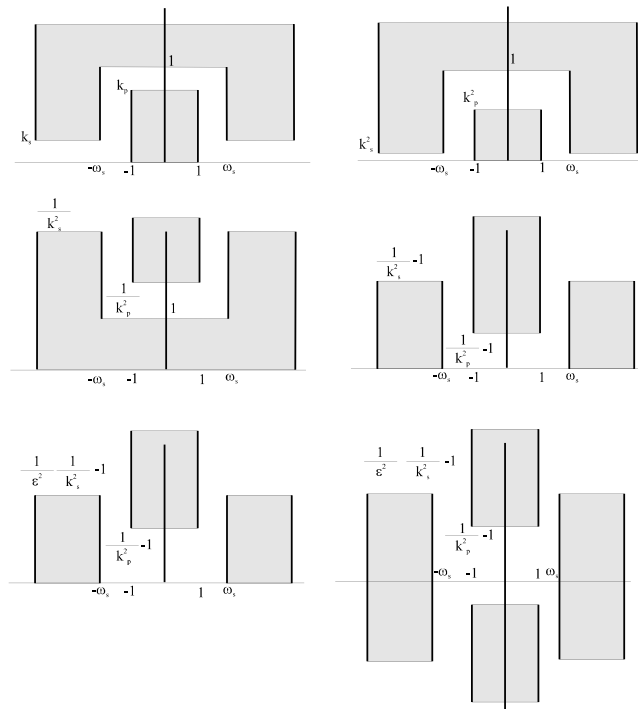


Figura 5.26. Determinación de las especificaciones de un filtro.

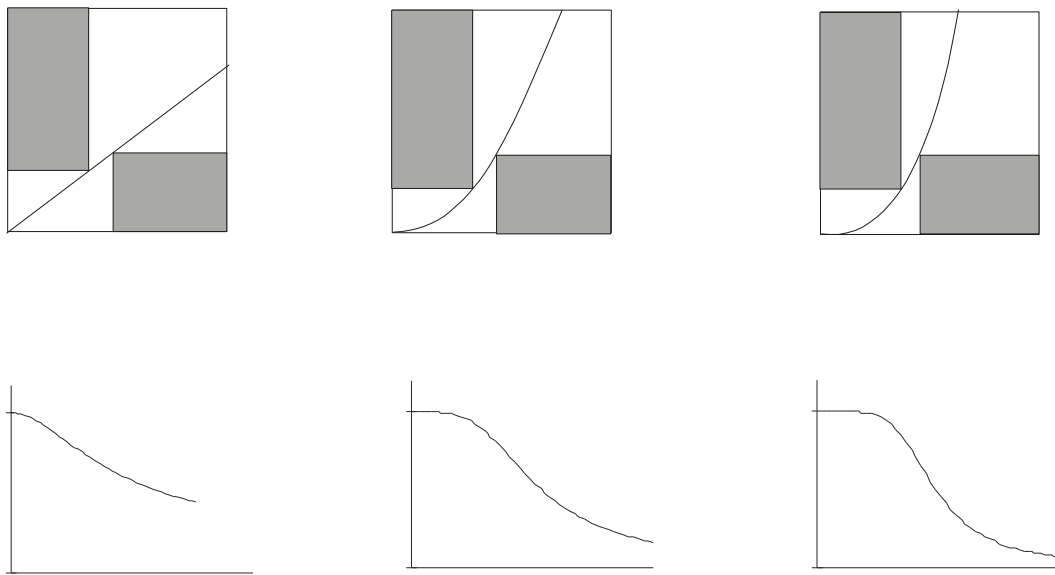


Figura 5.27. Diversos filtros de Butterworth, FN(W) y A(w)

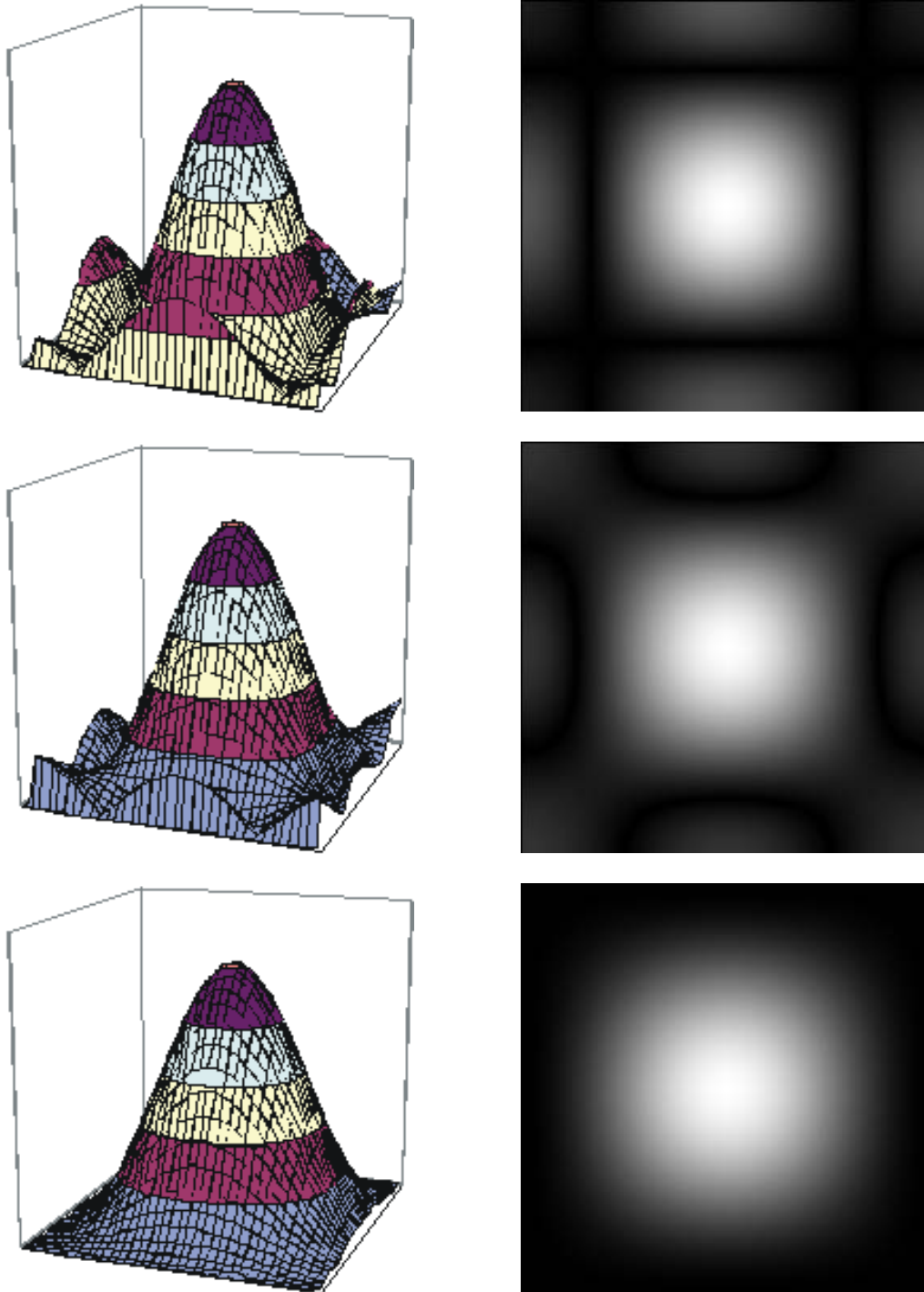


Figura 5.28. Transformada de Fourier de los filtros paso bajo espaciales. Columna de la izquierda, representación tridimensional del módulo. Columna de la derecha, imagen logarítmica del módulo.

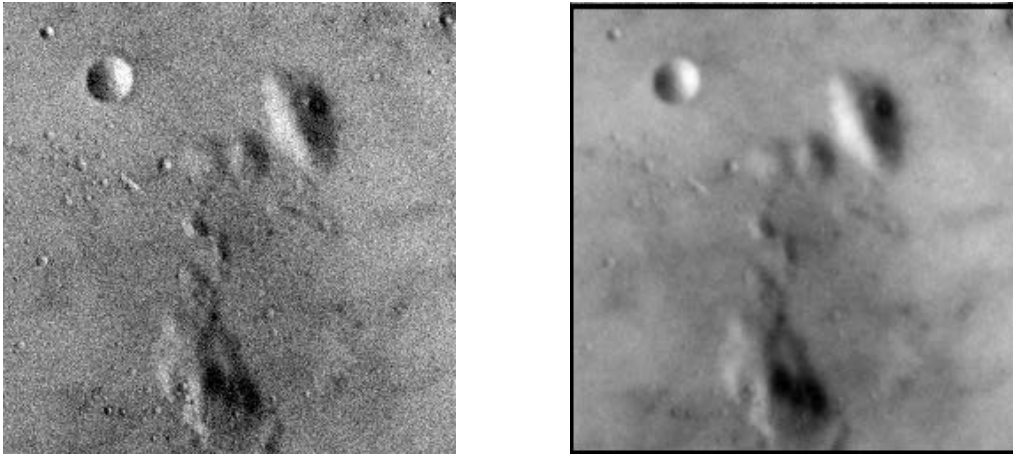


Figura 5.29. Filtro lineal en le dominio de la frecuencia.

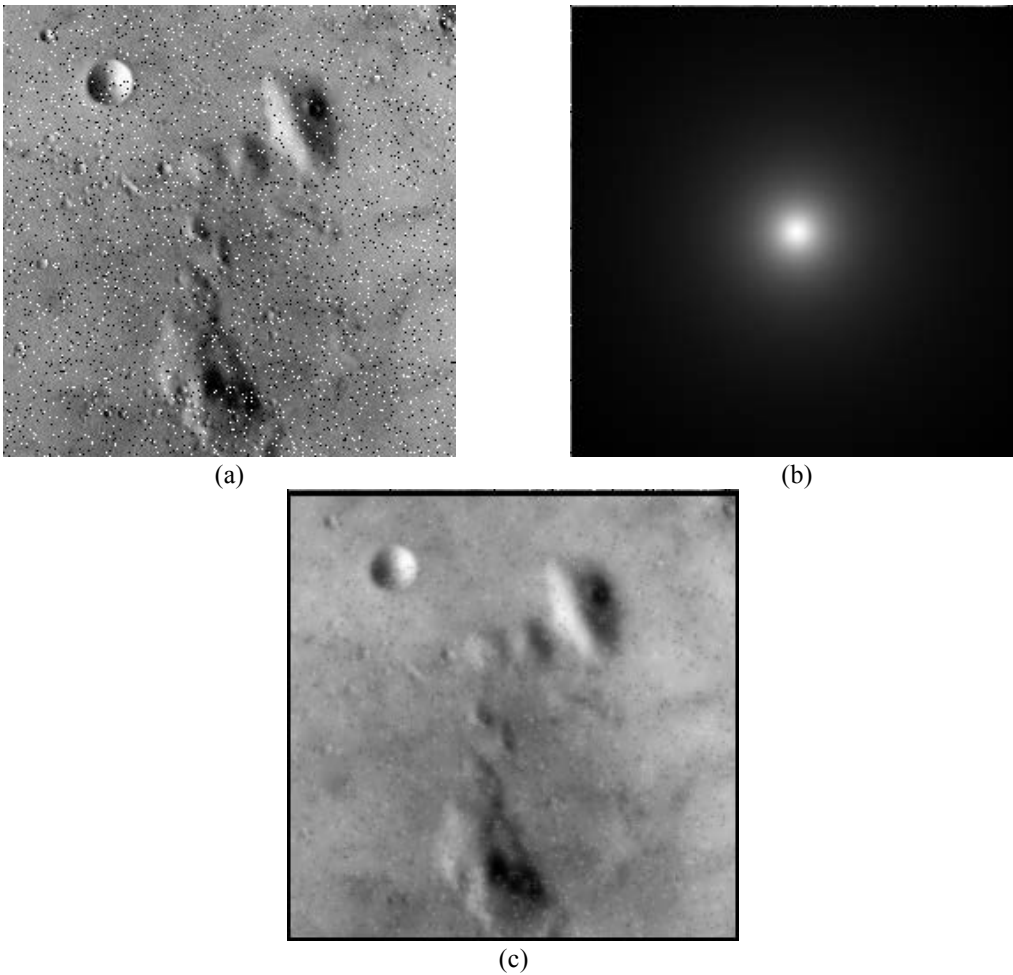
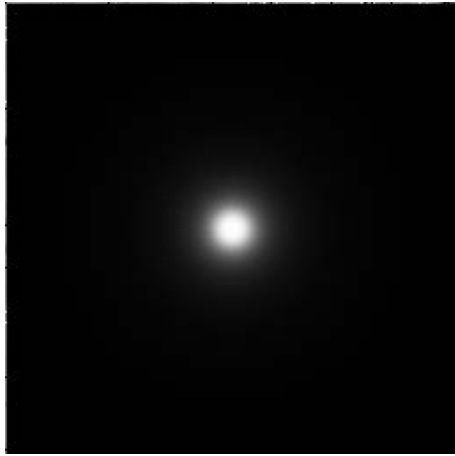


Figura 5.30. Filtro lineal en el dominio de la frecuencia. (a) Imagen con ruido impulsional del 5% (b) Filtro paso bajo de Butterworth de orden uno (c) Imagen filtrada



(a)



(b)

Figura 5.31. Filtro lineal en el dominio de la frecuencia. (a) Filtro paso bajo de Butterworth de orden tres
(b) Imagen filtrada

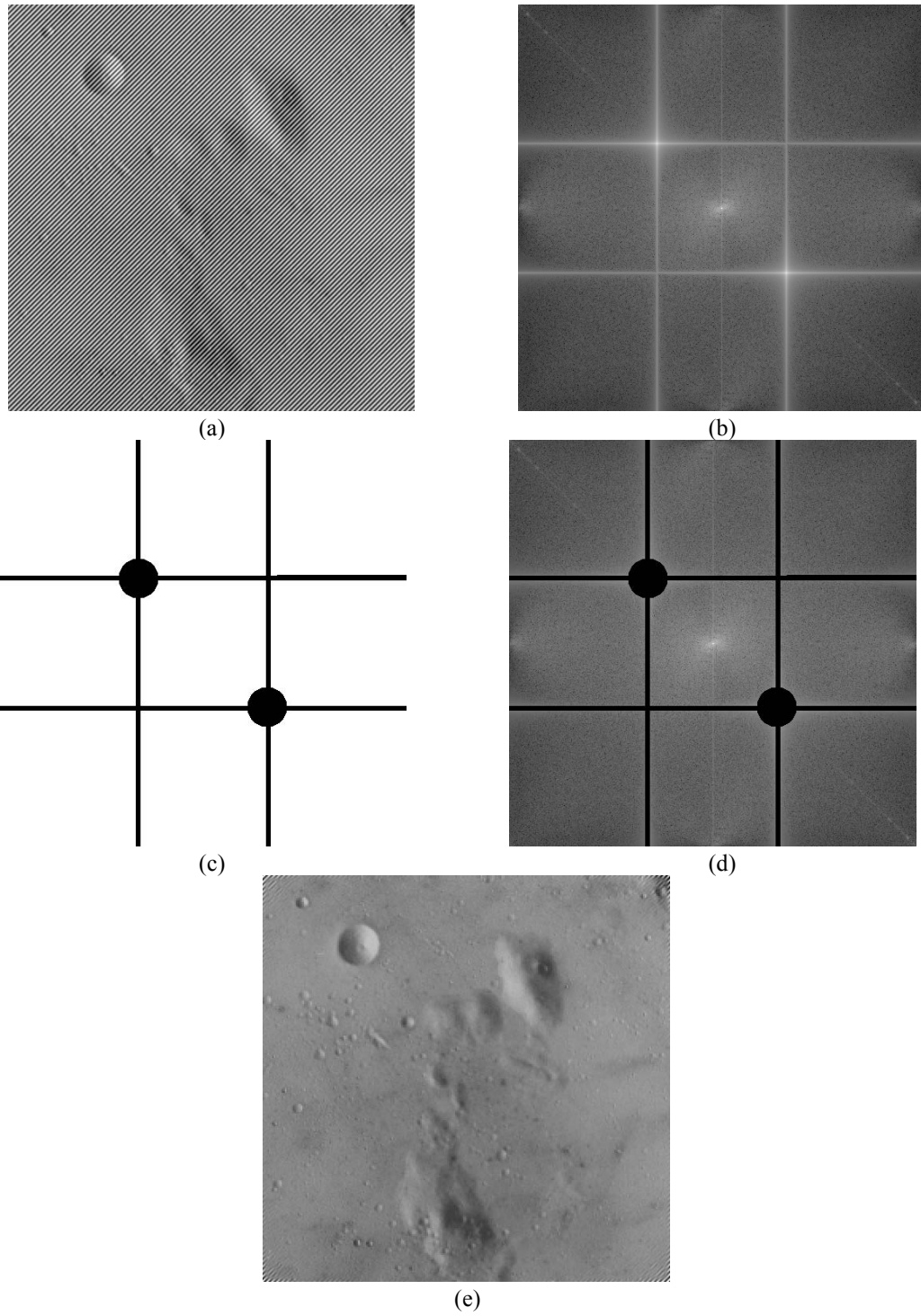
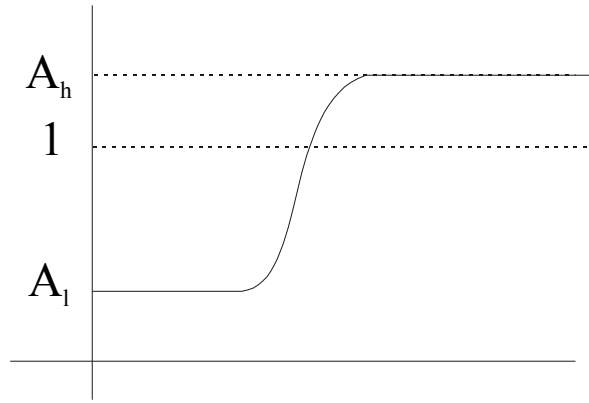
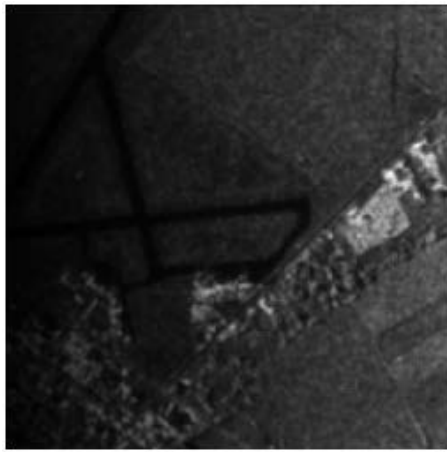


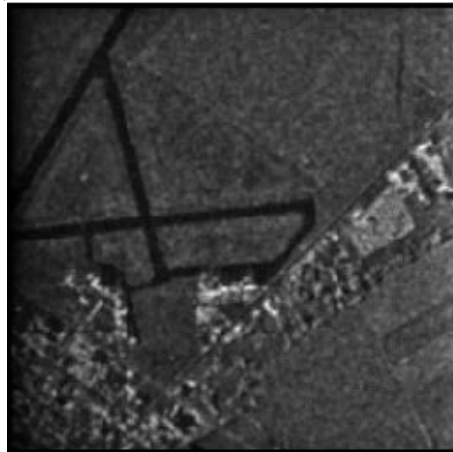
Figura 5.32. Ruido de interferencia. (a) Imagen original (b) Transformada de Fourier (c) Filtro rechazo de banda (d) Módulo filtrado donde se han eliminado las componentes del ruido (e) Imagen filtrada.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.33. Filtro homomorfo. (a) Filtro (b) Imagen original (c) Imagen filtrada.

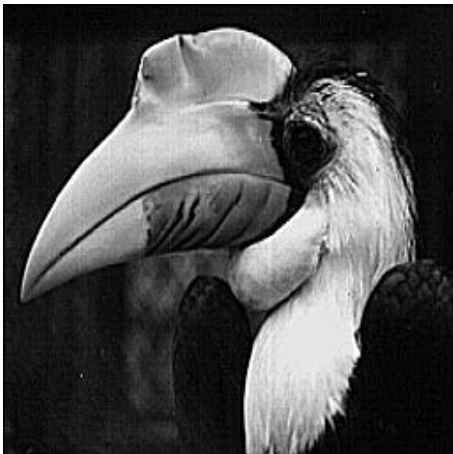
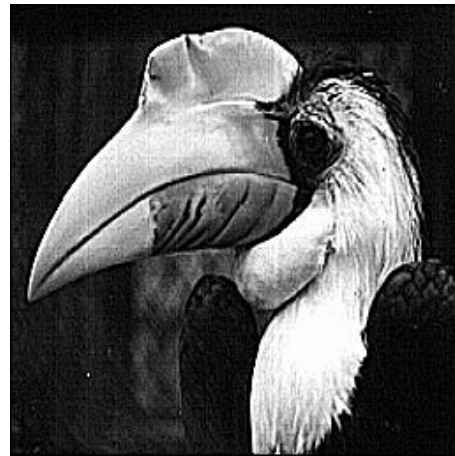
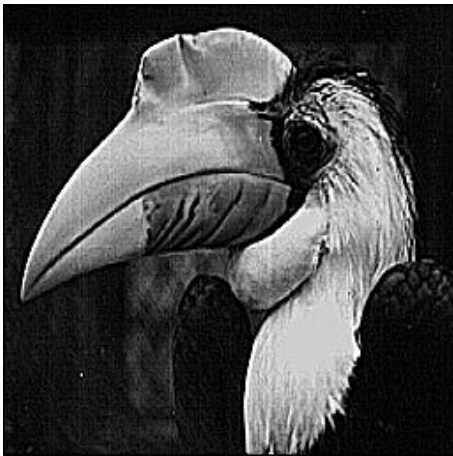


Figura 5.34 Realce de bordes con factores de ganancia 1.09,1.1,1.2 y 1.5

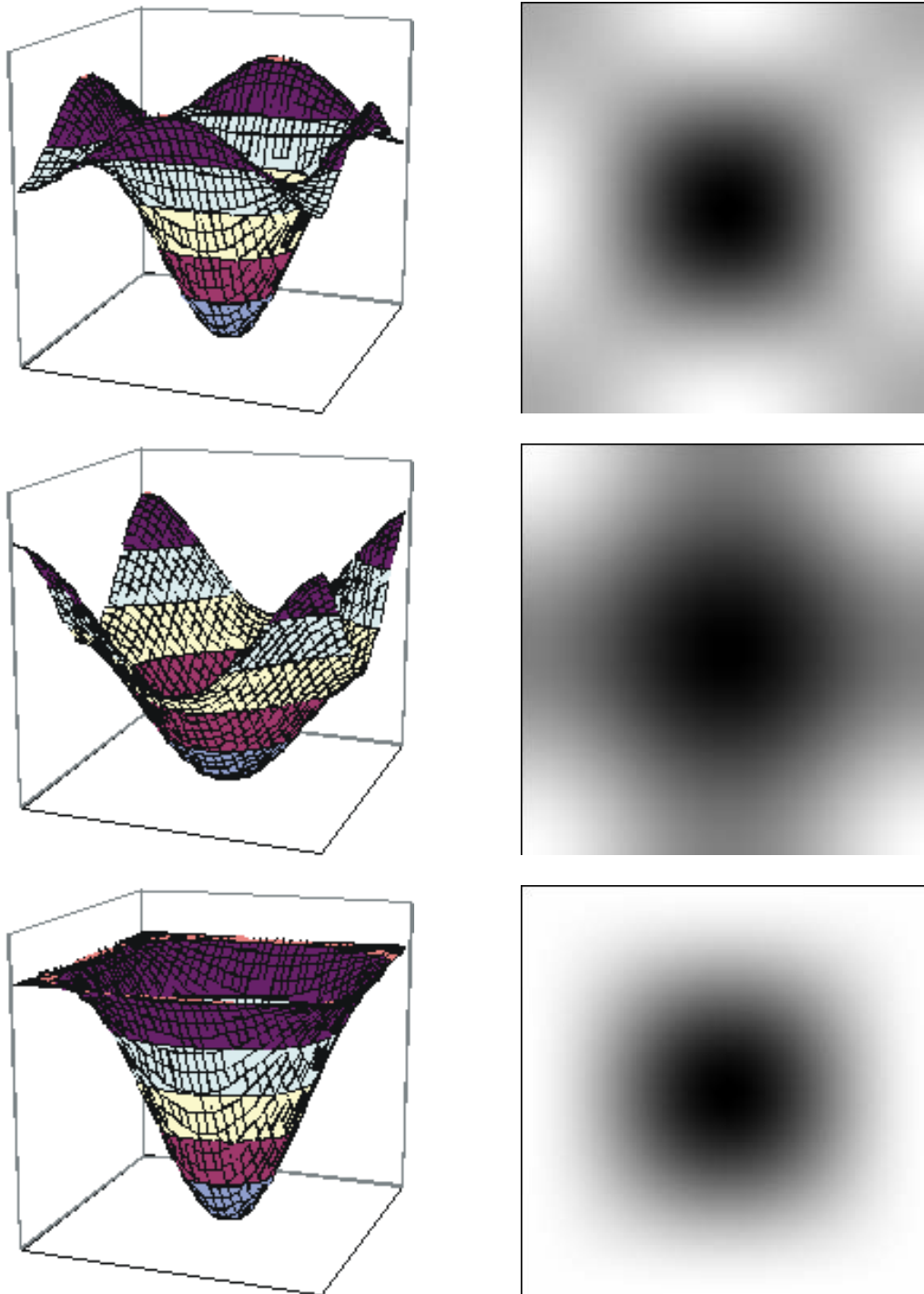
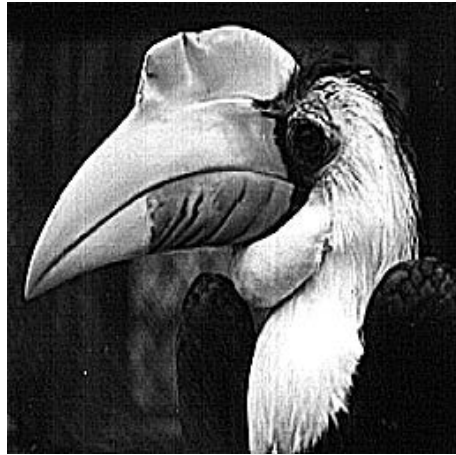
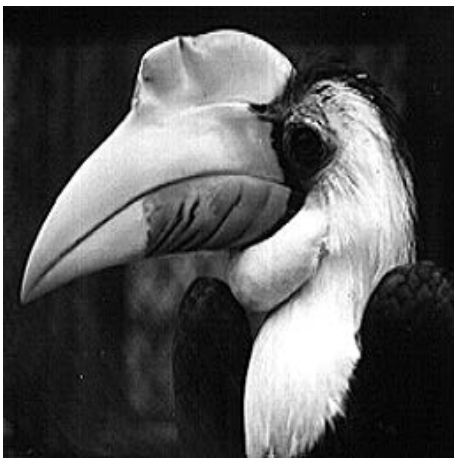


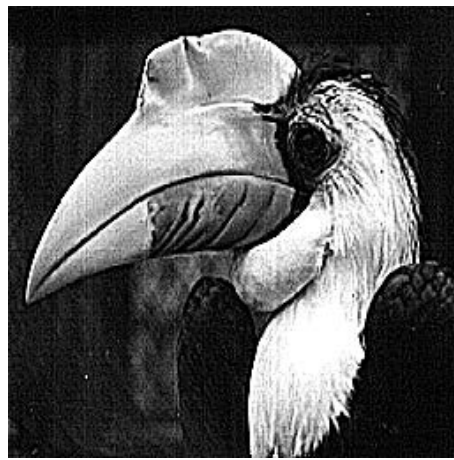
Figura 5.35. Transformada de Fourier de la laplaciana.



(a)



(b)



(c)

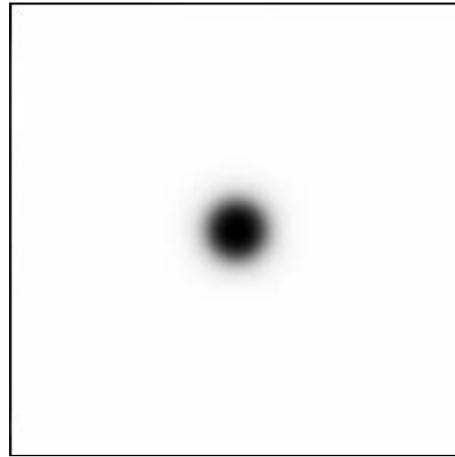
Figura 5.36. Realce de bordes.(a) Realce con el filtro 1 (b) Realce con el filtro 2 (c) Realce con el filtro 3.



Figura 5.37 Filtro paso alto ideal



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 5.38. Realce de bordes en el dominio de la frecuencia. (a) Imagen original (b) filtro paso alto (c) Imagen filtrada (d) realce de bordes

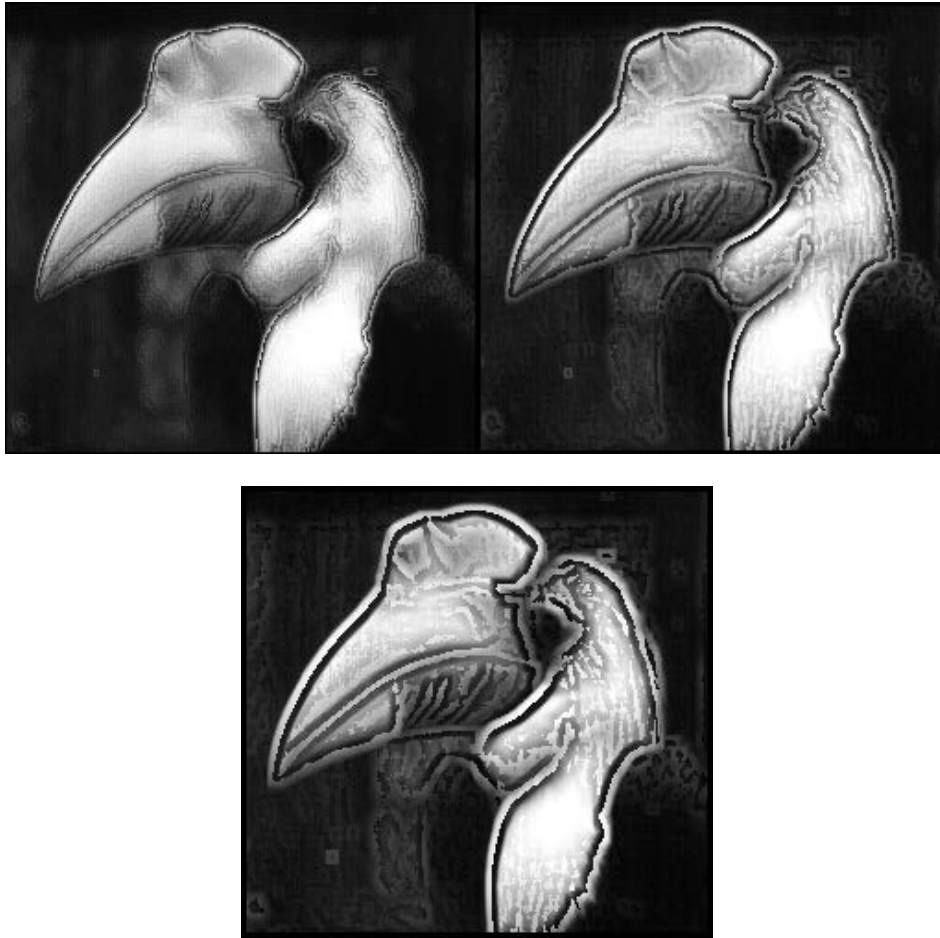


Figura 5.39 Realce de bordes max-min para un entorno de 3, 5 y 7 pixels

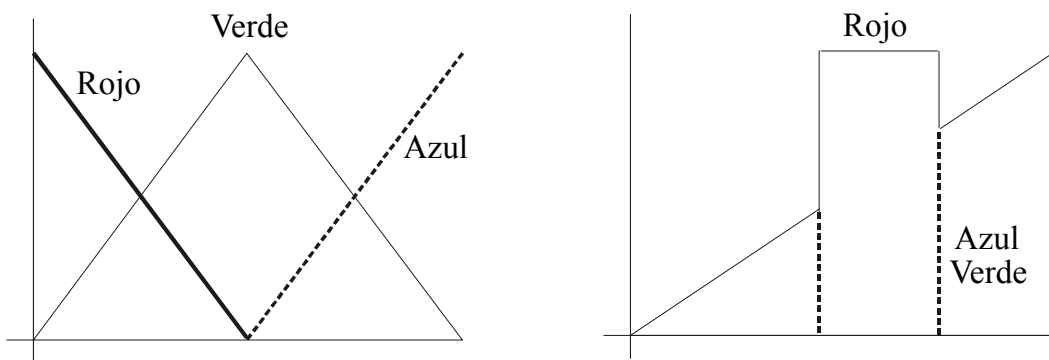


Figura 5.40. Look-up-tables para falso color

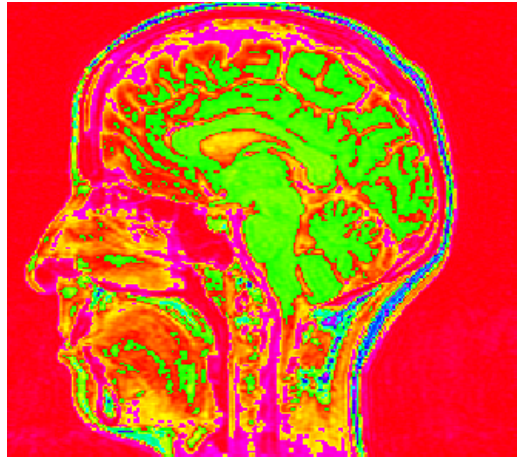


Figura 5.41. Falso color