

RESORTES. ÍNDICE

- Características
- Funciones
- Clasificación
- Propiedades elásticas
- Esfuerzos en resortes helicoidales
- Deformación en resortes helicoidales
- Resortes helicoidales de compresión
- Resortes helicoidales de tracción
- Composición de resortes
- Energía acumulada. Frecuencias propias. Resonancia
- Diseño de resortes helicoidales
- Resortes a flexión

CARÁCTERÍSTICAS

- Elementos mecánicos deformables
- Grandes desplazamientos bajo fuerzas
- Capacidad de recuperación de la forma cuando cesa la fuerza (Alta elasticidad)
- $F = f(x)$ ó $M = f(\vartheta)$
- dF/dx : rigidez; dx/dF : flexibilidad

FUNCIONES

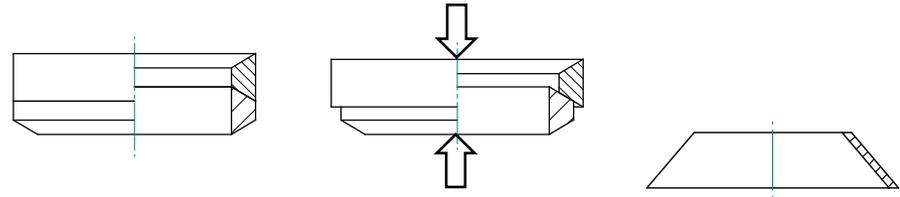
- Ejercen esfuerzos (F, M)
 - Mantienen posición relativa entre eslabones
 - Aseguran contacto
 - Cierran (válvulas), aprietan
 - Mueven (aceleran)
- Proporcionan flexibilidad y aíslan de choques y vibraciones
- Absorben, acumulan y liberan energía

CLASIFICACIÓN

1. Según la tensión interna o forma de trabajo del material

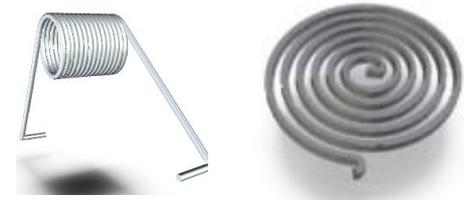
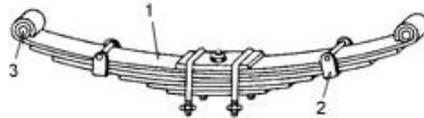
- Tracción-compresión

- Anillos cónicos
- Arandelas Belleville



- Flexión

- Ballestas
- Muelles de torsión (espiral o helicoidal)



- Torsión

- Barras de torsión
- Helicoidales (cilíndricos, cónicos, barrilete...)



CLASIFICACIÓN

2. Según el tipo de sollicitación externa

- **Desplazamiento lineal** (tracción-compresión) en respuesta a una fuerza:

$$F = f(x)$$

- **Desplazamiento angular** en respuesta a un par

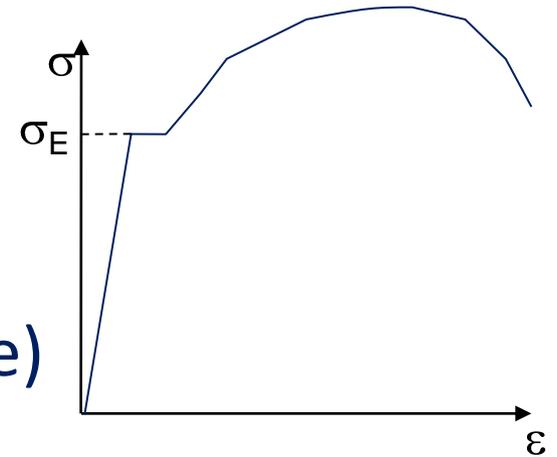
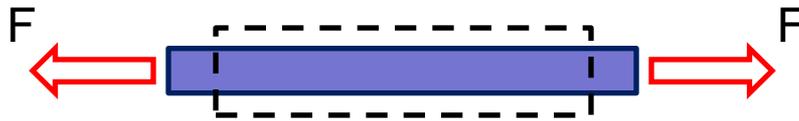
$$M = f(\vartheta)$$

Comportamiento lineal (zona elástica):

f es una función lineal $\Rightarrow dF/dx$ (ó $dF/d\vartheta$) = cte

PROPIEDADES ELÁSTICAS

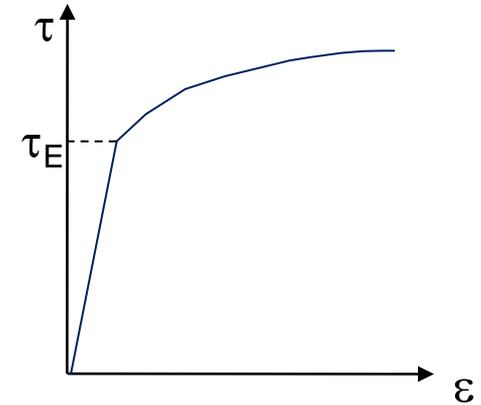
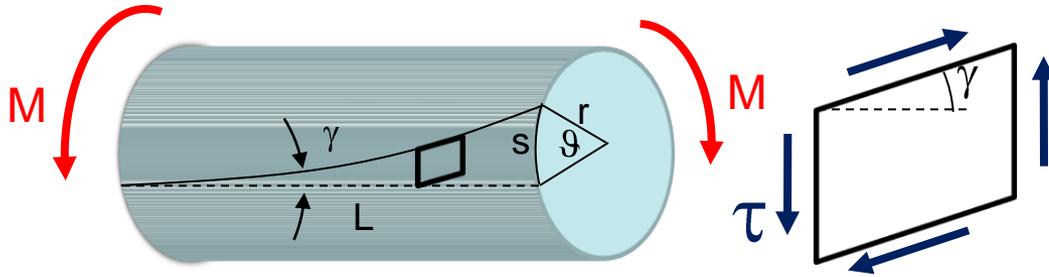
1. Ensayo de tracción



- **Tensión normal**, $\sigma = F/s$ (uniforme)
- **Deformación unitaria**, $\varepsilon = \Delta l/l_0$
- **En zona elástica**: $\sigma = E\varepsilon$, E : módulo de Young
- **Límite elástico**: σ_E
- **Coef. de Poisson**: $\nu = \text{def. lateral}/\text{def. axial} \cong 0.25$
- Fácil de hacer, repetitivo, normalizado

PROPIEDADES ELÁSTICAS

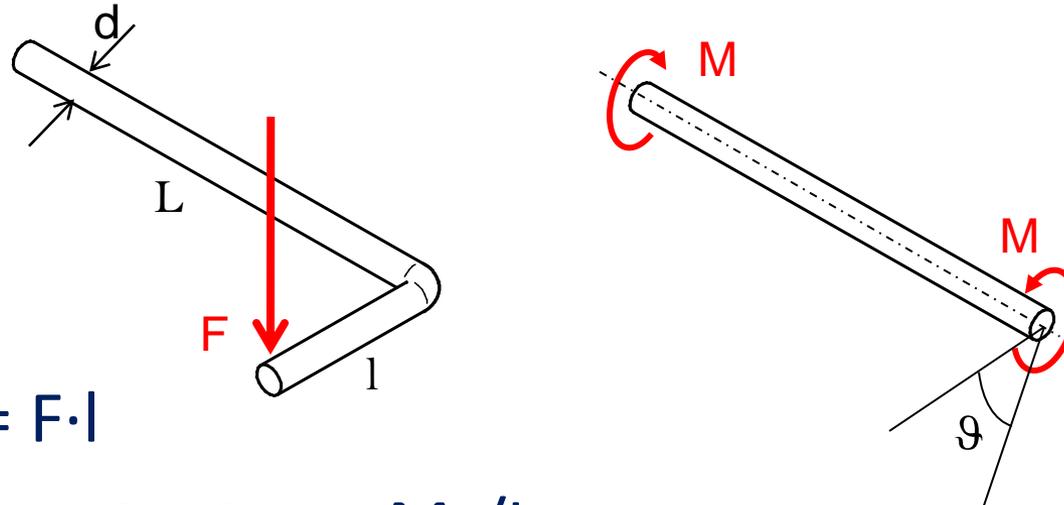
2. Ensayo de torsión



- **Tensión cortante** (superf.), $\tau = Mr/l$
- **Deformación angular**, $\gamma \cong s/L = r\vartheta/L$
- **En zona elástica**: $\tau = G\gamma$, G: mód. Elast. lateral o cortante
E, G y ν están relacionados: $E = 2G(1+\nu)$
- **Límite elástico a cortadura**: τ_E
- Más difícil de realizar, pero se puede tomar: $\tau_E \cong 0.6\sigma_E$

ESFUERZOS EN RESORTES HELICOIDALES

1. Barra de torsión



– **Par:** $M = F \cdot l$

– **Tensión cortante:** $\tau = Mr/l$

(r : distancia al eje, l : mto. polar de inercia de la sección)

– **Ángulo de torsión:** $\vartheta = ML/IG$

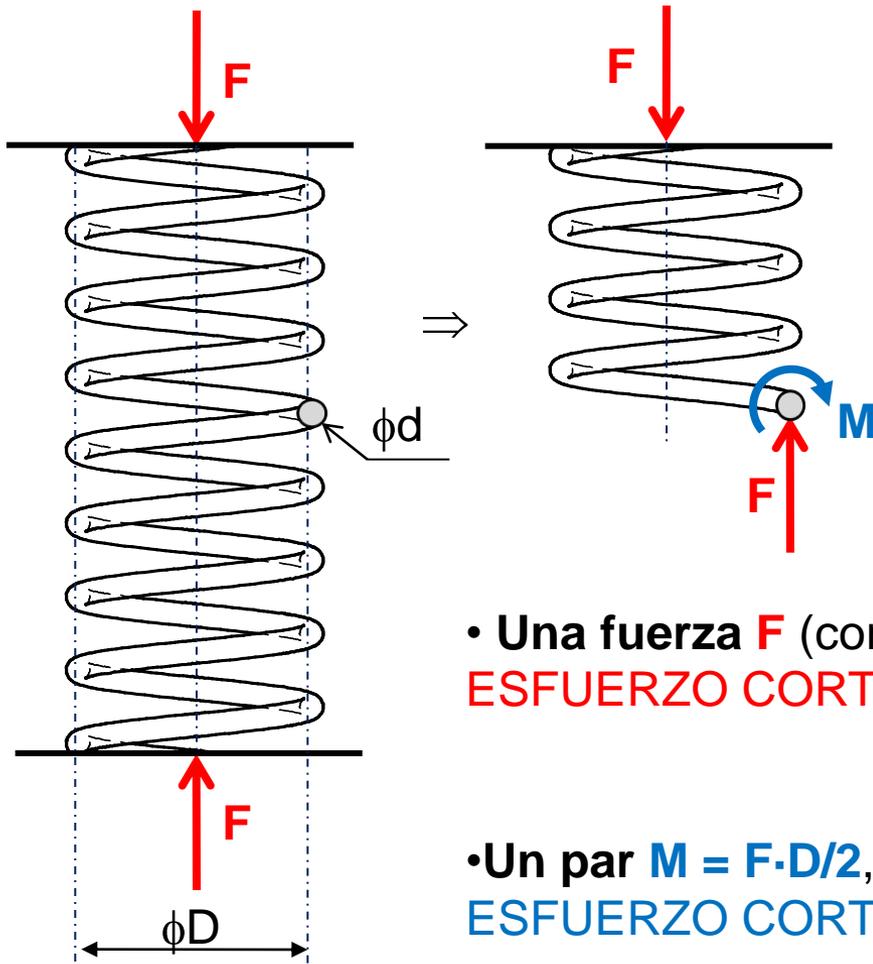
– **Sección circular:** $l = \pi d^4/32 \Rightarrow \vartheta = 32ML/\pi d^4 G$

– **Tensión cortante máxima** ($r = d/2$, superficie):

$$\tau_{\max} = 16M/\pi d^3$$

ESFUERZOS EN RESORTES HELICOIDALES

2. Muelle de tracción-compresión

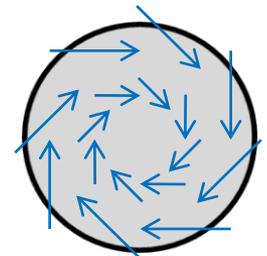
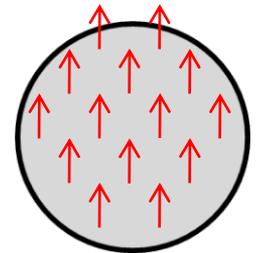


CORTE VIRTUAL (sección \perp alambre)

Sobre la sección, la parte virtualmente retirada ejerce (eq. fzas. y mtos):

- Una fuerza F (cortante pura):
ESFUERZO CORTANTE DIRECTO, τ_F

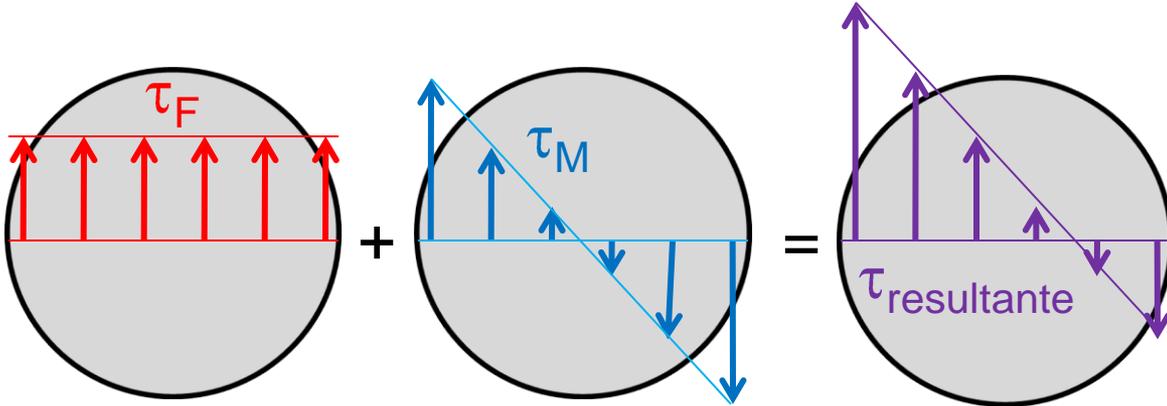
- Un par $M = F \cdot D/2$, que produce un
ESFUERZO CORTANTE TORSIONAL, τ_M



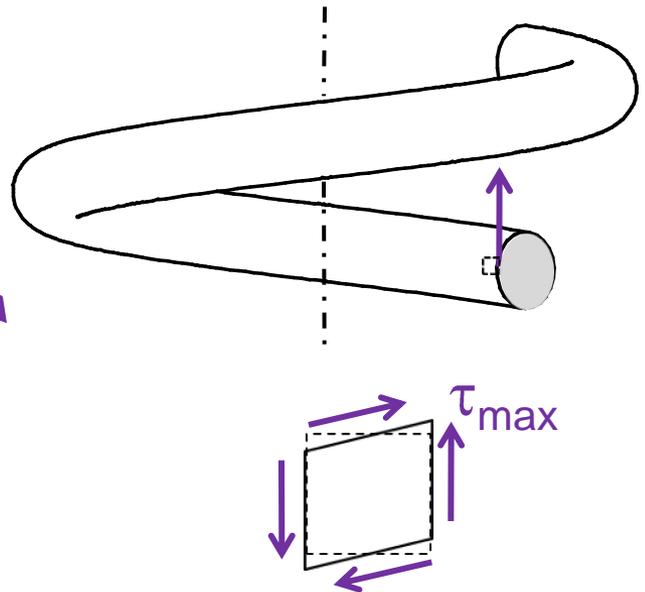
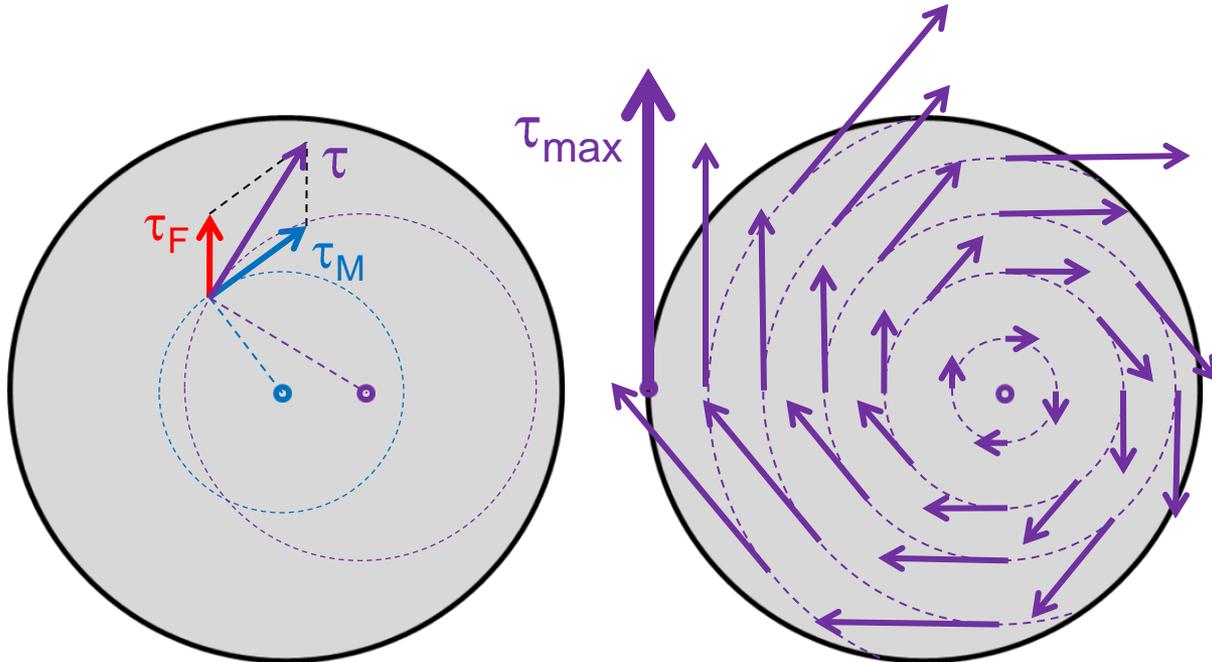
ESFUERZOS EN RESORTES HELICOIDALES

3. Distribución del esfuerzo cortante

La suma de las dos distribuciones produce un campo “torsional descentrado”:



La τ_{max} se da en la parte interna del alambre



ESFUERZOS EN RESORTES HELICOIDALES

4. Esfuerzo cortante máximo

- **Cortante directo** (uniforme sobre la sección de área A): $\tau_F = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi d^2} = \tau_{F \max}$

- **Cortante torsional:** $\tau_M(r) = \frac{Mr}{I} = \frac{F \frac{d}{2} r}{\frac{\pi d^4}{32}} = \frac{16FDr}{\pi d^4},$

$$\tau_{M \max} = \tau_M(d/2) = \frac{8FD}{\pi d^3}$$

- **Tensión máxima resultante:**

$$\tau_{\max} = \tau_{F \max} + \tau_{M \max} = \frac{4F}{\pi d^2} + \frac{8FD}{\pi d^3} = \left(\frac{d}{2D} + 1 \right) \frac{8FD}{\pi d^3}$$

- **Índice de resorte:** $C=D/d$ (6÷12);

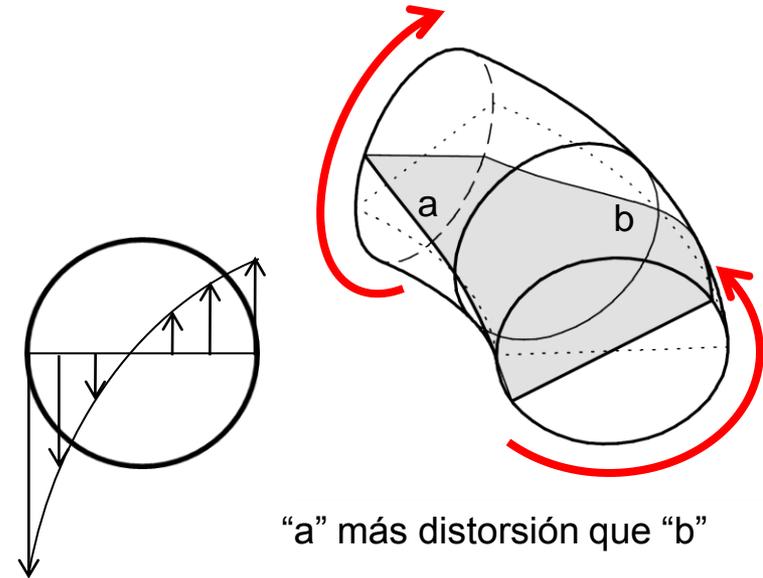
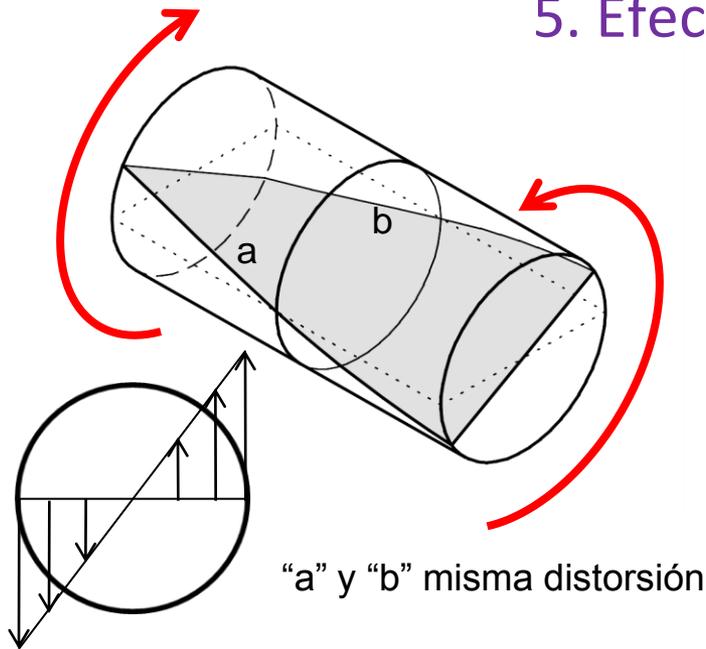
- **Factor de aumento de esfuerzo cortante:** $k_s = \frac{2C + 1}{2C}$

ESFUERZO CORTANTE MÁXIMO:

$$\tau_{\max} = k_s \frac{8FD}{\pi d^3}$$

ESFUERZOS EN RESORTES HELICOIDALES

5. Efecto de la curvatura



Debido a la curvatura, la tensión es mayor en el interior de la espira (la línea “a” sufre mayor distorsión que la “b”). El factor de corrección por este efecto es:

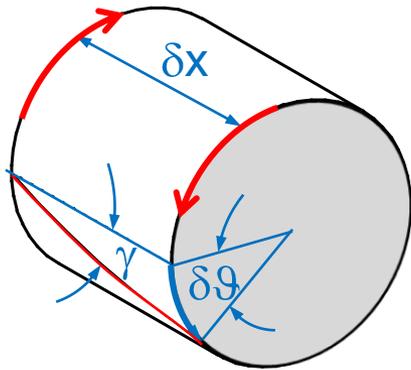
• Según Wahl: $k_w = \frac{4C - 1}{4C - 4} + \frac{0.615}{C}$

• Según Bergsträser: $k_B = \frac{4C + 2}{4C - 3}$

Sólo se tendrá en cuenta en fatiga (cargas dinámicas repetitivas). Con carga estática se produce concentración de esfuerzos, fluencia localizada y endurecimiento por deformación, se calculará con k_s

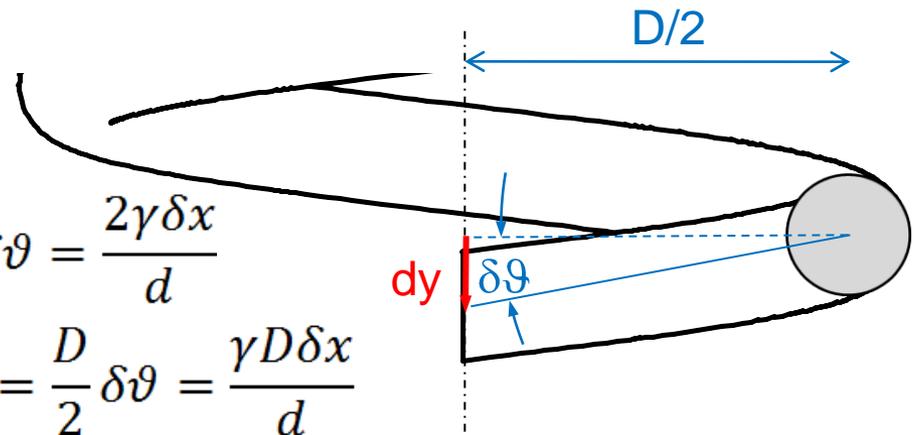
DEFORMACIÓN EN RESORTES HELICOIDALES

1. Consideraciones de deformación por torsión



$$\gamma \delta x = \frac{d}{2} \delta \vartheta \Rightarrow \delta \vartheta = \frac{2\gamma \delta x}{d}$$

$$dy = \frac{D}{2} \delta \vartheta = \frac{\gamma D \delta x}{d}$$



La elongación total es la suma de todas las contribuciones “dy”:

$$\Delta y = \int_0^L dy = \int_0^L \frac{\gamma D}{d} \delta x = \frac{\gamma D}{d} N \pi D \quad (L: \text{long. alambre; } N: \text{n}^\circ \text{ espiras})$$

Además: $\gamma = \frac{\tau_M}{G} = \frac{8FD}{\pi d^3 G}$ Con lo que:

$$\Delta y = \frac{8FD^3 N}{d^4 G}$$

Y la constante elástica o rigidez del muelle resulta:

$$k = \frac{F}{\Delta y} = \frac{d^4 G}{8D^3 N}$$

DEFORMACIÓN EN RESORTES HELICOIDALES

2. Consideraciones energéticas

La energía del muelle deformado está compuesta por los términos debidos a la torsión y al cortante puro:

$$U = \frac{M^2 L}{2GI} + \frac{F^2 L}{2GA} = \frac{4F^2 D^3 N}{d^4 G} + \frac{4FDN}{d^2 G}$$

La elongación se calcula entonces como la derivada de la energía respecto a la fuerza F , que tiene la dirección de tal elongación:

$$\Delta y = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{8FD^3 N}{d^4 G} + \frac{4FDN}{d^2 G} = \left(1 + \frac{1}{2C^2}\right) \frac{8FD^3 N}{d^4 G} \cong \frac{8FD^3 N}{d^4 G}$$

DEFORMACIÓN EN RESORTES HELICOIDALES

3. Constante elástica, conclusiones

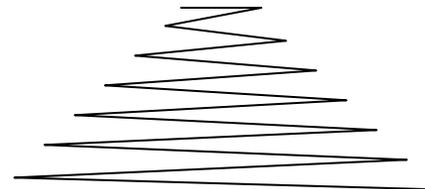
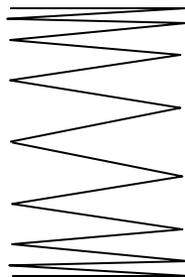
RESORTE HELICOIDAL “UNIFORME”

$$k = \frac{d^4 G}{8D^3 N}$$

- Aumenta con G (lineal)
- Disminuye con N (lineal)
- Disminuye con D (muy sensible)
- Aumenta con d (aún más sensible)
- A tracción igual que a compresión

ALGUNOS CASOS “ESPECIALES”, k variable con F

- Resortes de PASO DESIGUAL, N . k aumenta al ir disminuyendo N_{activas}
- Resortes cónicos. Varían N y D medio. $L_{\text{bloque}} = d$

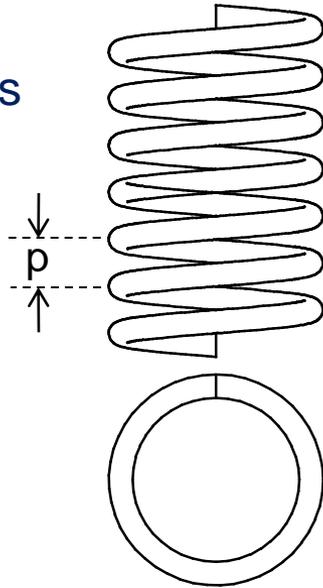


RESORTES HELICOIDALES DE COMPRESIÓN

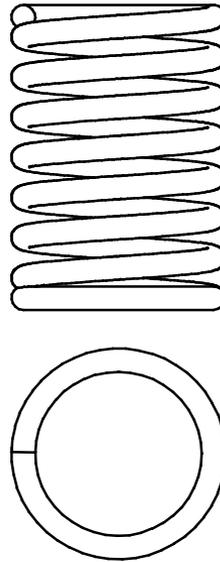
1. Extremos

- N_a : nº espiras activas

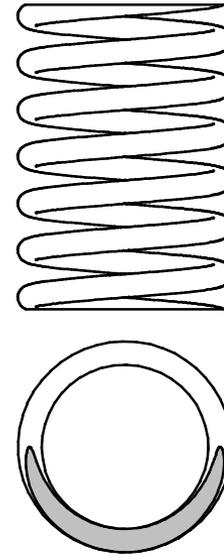
- p : paso



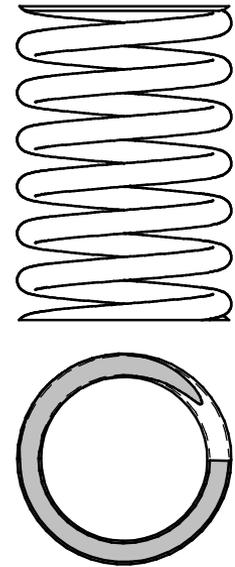
Sencillo



A escuadra



Sencillo
esmerilado

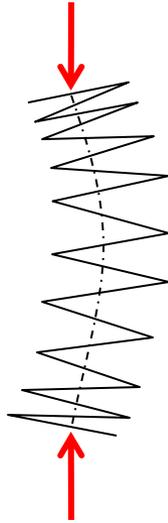
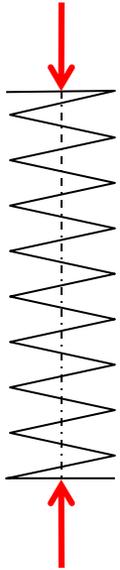


A escuadra
esmerilado

Nº espiras totales, N_t	N_a	N_a+2	N_a+1	N_a+2
Longitud natural, L_0	pN_a+d	pN_a+3d	$p(N_a+1)$	pN_a+2d
Longitud a bloque, L_{Bloque}	$d(N_t+1)$	$d(N_t+1)$	dN_t	dN_t

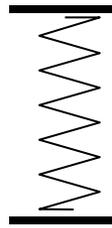
RESORTES HELICOIDALES DE COMPRESIÓN

2. Estabilidad frente a pandeo

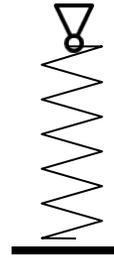


Relación de esbeltez efectiva: $\lambda_{ef} = \frac{\alpha L_0}{D}$

$\alpha = 0.5$



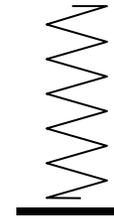
$\alpha = 0.7$



$\alpha = 1$



$\alpha = 2$

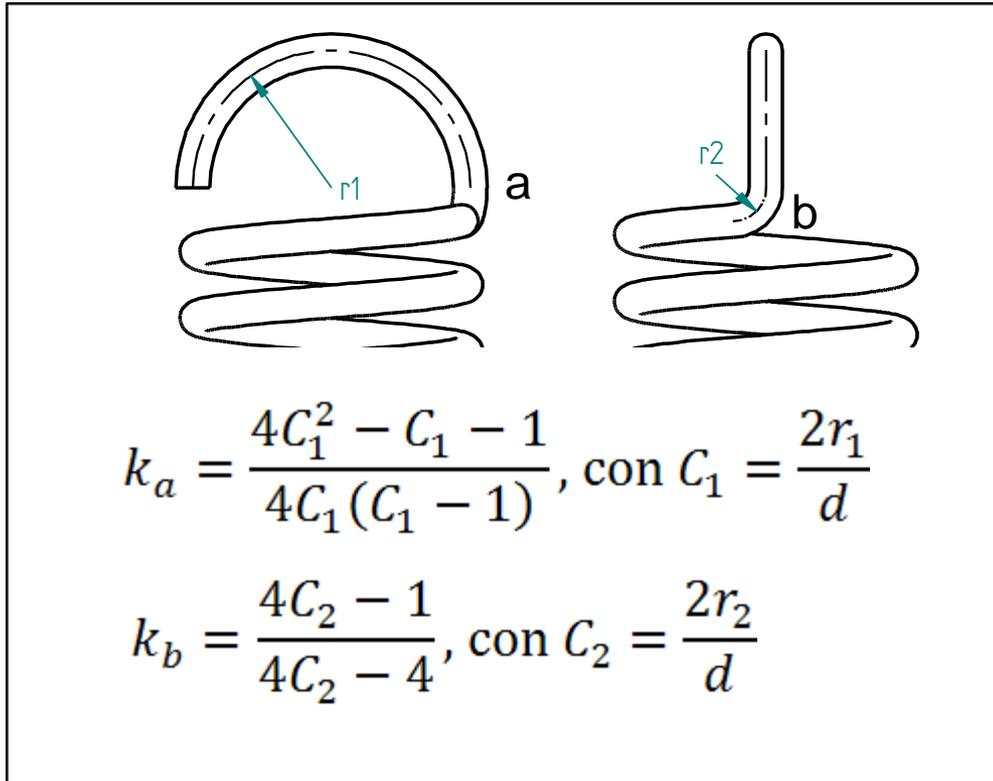


Deflexión crítica: $y_{cr} = L_0 c_1 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{c_2}{\lambda_{ef}^2}} \right)$, con: $c_1 = \frac{E}{2(E-G)}$ $c_2 = \frac{2\pi^2(E-G)}{2G+E}$

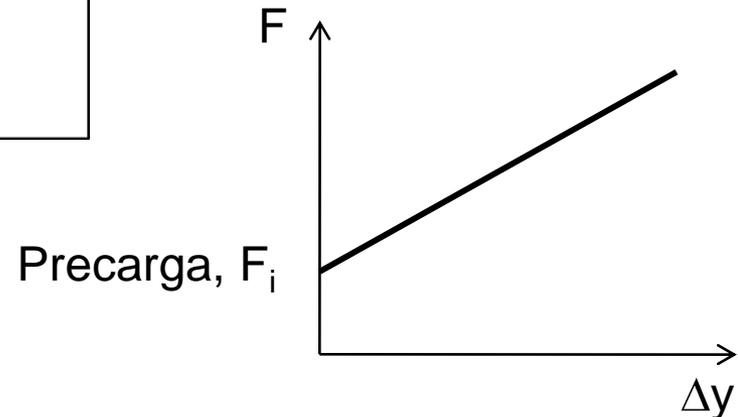
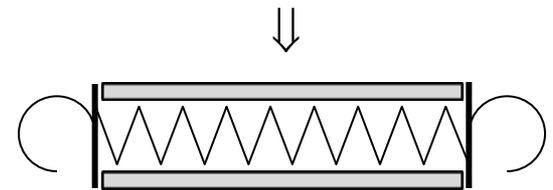
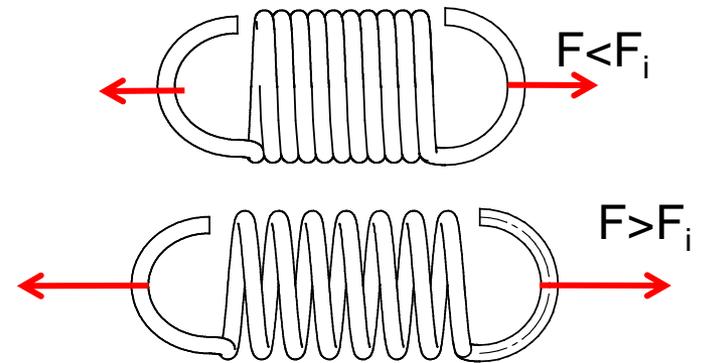
Estabilidad absoluta, si: $L_0 < \frac{\pi D}{\alpha} \sqrt{\frac{2(E-G)}{2G+E}}$ Para acero: $L_0 < 2.63 \frac{D}{\alpha}$

RESORTES HELICOIDALES DE TRACCIÓN

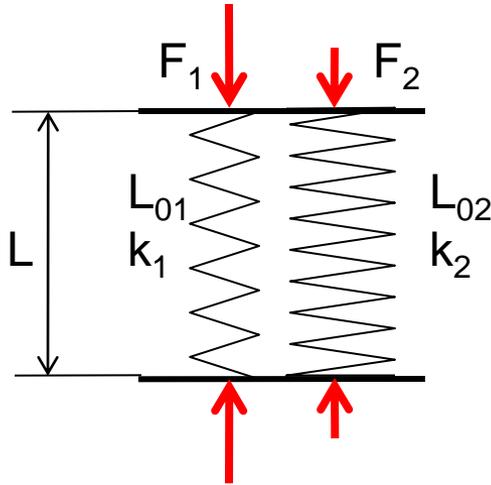
Factores de aumento de esfuerzo en las “espiras gancho”



Arrollamiento cerrado
(generalmente precargado)



COMPOSICIÓN DE RESORTES



EN PARALELO: cada resorte ejerce una fuerza distinta

$$F = F_1 + F_2 = k_1 \Delta L_1 + k_2 \Delta L_2 = k_1(L_{01} - L) + k_2(L_{02} - L)$$

Si $L_{01} = L_{02} \equiv L_0$, entonces: $F = (k_1 + k_2)(L_0 - L) \Rightarrow$
Constante elástica del resorte equivalente:

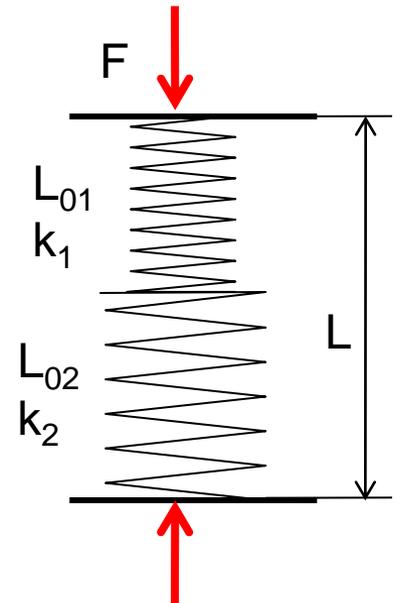
$$k = k_1 + k_2$$

EN SERIE: Ambos resortes ejercen la misma fuerza

$$\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2 = F/k_1 + F/k_2 = F(1/k_1 + 1/k_2) \Rightarrow$$

La constante elástica del resorte equivalente es tal que:

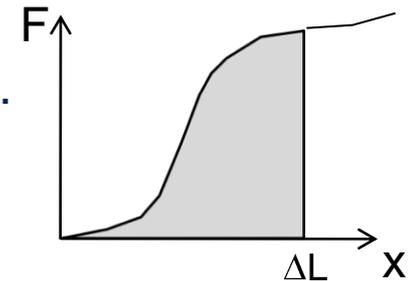
$$1/k = 1/k_1 + 1/k_2$$



ENERGÍA ACUMULADA

Resorte lineal: $E_p = W_{0 \rightarrow \Delta L} = \int_0^{\Delta L} F(x) dx = \int_0^{\Delta L} kx dx = \frac{1}{2} k(\Delta L)^2$

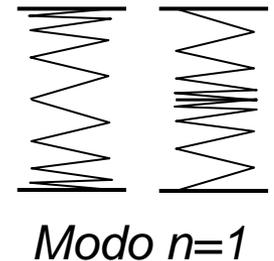
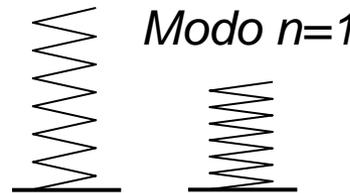
Resorte no lineal: área bajo la curva de fza.-desplazam.



FRECUENCIAS PROPIAS. RESONANCIA

Dos extremos apoyados: $f_n = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{k}{M}}$, $n = 1, 2, \dots$ M : masa del resorte

Un extremo apoyado: $f_n = \frac{n}{4} \sqrt{\frac{k}{M}}$



Para evitar resonancia, el resorte debe funcionar a frecuencias al menos 10 veces inferior a la fundamental (modo $n=1$)

DISEÑO DE RESORTES HELICOIDALES

REQUISITOS

- Espacio de operación.
- Fuerzas y deformaciones (constante elástica), precarga.
- Tipo de servicio, estático-dinámico, tracción-compresión...
- Tolerancias, condiciones ambientales, costo...

VARIABLES

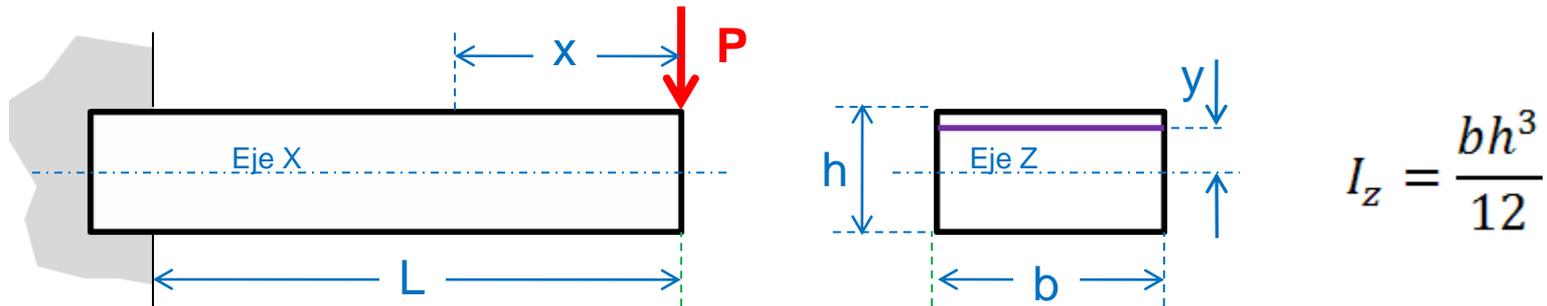
- Diámetro del alambre, d (disponibles en el mercado)
- Diámetro medio de arrollamiento, D ($C = D/d \sim 6 - 12$)
- n° útil/total de espiras, N_u/N_t , tipo de terminación.
- Longitud natural, L_0 .

COMPROBACIONES

- $L_{\text{servicio}} > L_{\text{bloqueo}}$ (o bien: $F_{\text{servicio}} < F_{\text{bloqueo}}$)
- $\tau_{\text{max, servicio}} < \tau_{\text{adm}} \equiv \tau_E/s$ (s :coef. seguridad) o bien
- $F_{\text{servicio}} < F_{\text{nominal}}$ (F_{nominal} : carga nominal, la que produce τ_{adm})
- Evitar pandeo (resortes a compresión)
- Evitar resonancia (servicio dinámico) $10f_{\text{servicio}} < f_1$

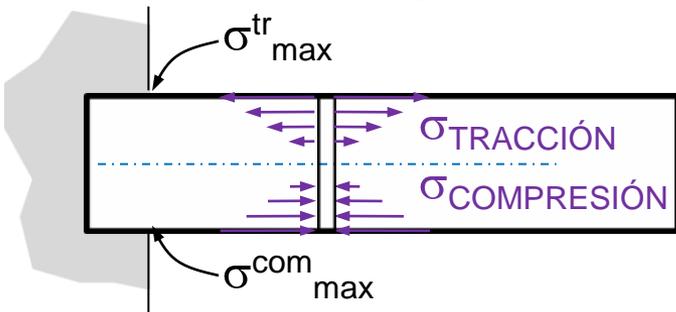
RESORTES A FLEXIÓN

1. Viga en voladizo de sección rectangular constante



Momento flector: $M(x) = Px$; $M_{\max} = PL$ (en el empotramiento)

Tensión correspondiente: $\sigma = My/I_z = 12P \cdot x \cdot y / b \cdot h^3 = \sigma(x, y)$



$$|\sigma_{\max}| = \frac{6PL}{bh^2}$$

En el empotramiento y en superficie ($|y|=h/2$)

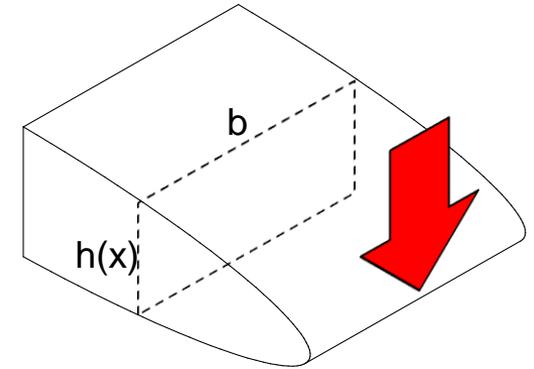
La distribución de σ no es uniforme a lo largo del eje X: “*bajo carga en el extremo, la viga empotrada de sección rectangular constante NO ES EFICIENTE a flexión*”

Distribución de σ en superficie ($|y|=h/2$): $\sigma_{\max}(x) = \frac{6Px}{bh^2}$

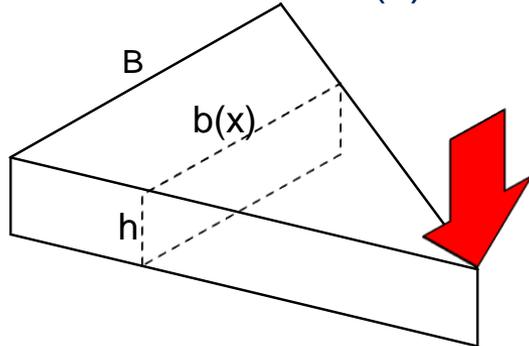
RESORTES A FLEXIÓN

2. Viga de sección rectangular variable para σ uniforme en x

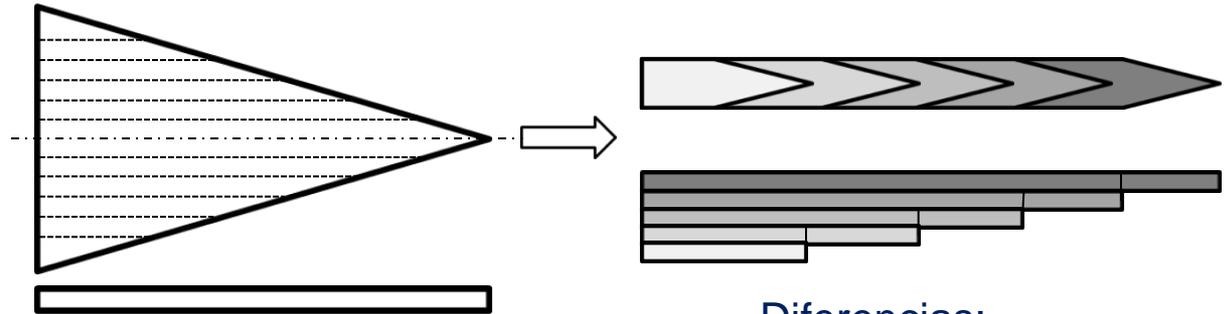
$$\sigma_{max}(x) = \frac{6Px}{bh^2}$$



- **b constante, h variable:** σ unif. en $x \Rightarrow x/h^2 = cte. \Rightarrow h(x) \sim x^{1/2}$: alzado parabólico

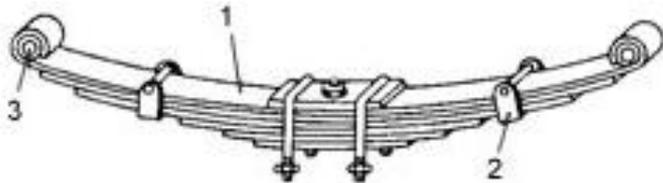


- **h constante, b variable:** σ unif. en $x \Rightarrow x/b = cte. \Rightarrow b(x) \sim x$: planta triangular



Diferencias:

- Amortiguamiento por fricción
- Unidireccional (salvo con abrazaderas)



- 1.- Hoja maestra
- 2.- Abrazadera
- 3.- Casquilla de bronce

Deflexión: $\delta = \frac{PL^3}{2EI_z} = \frac{6PL^3}{EBh^3}$