Antonio Lecuona Neumann
José Ignacio Nogueira Goriba

Tema 3: Acústica física III

- Interferencia y ondas estacionarias. Principio, aplicación y demostración.
- Ondas estacionarias en un tubo.
- Ondas estacionarias 1D. Demostración.
- Modos propios y teoría de ondas en un recinto.

Interferencia y ondas estacionarias. Principio, aplicación y demostración

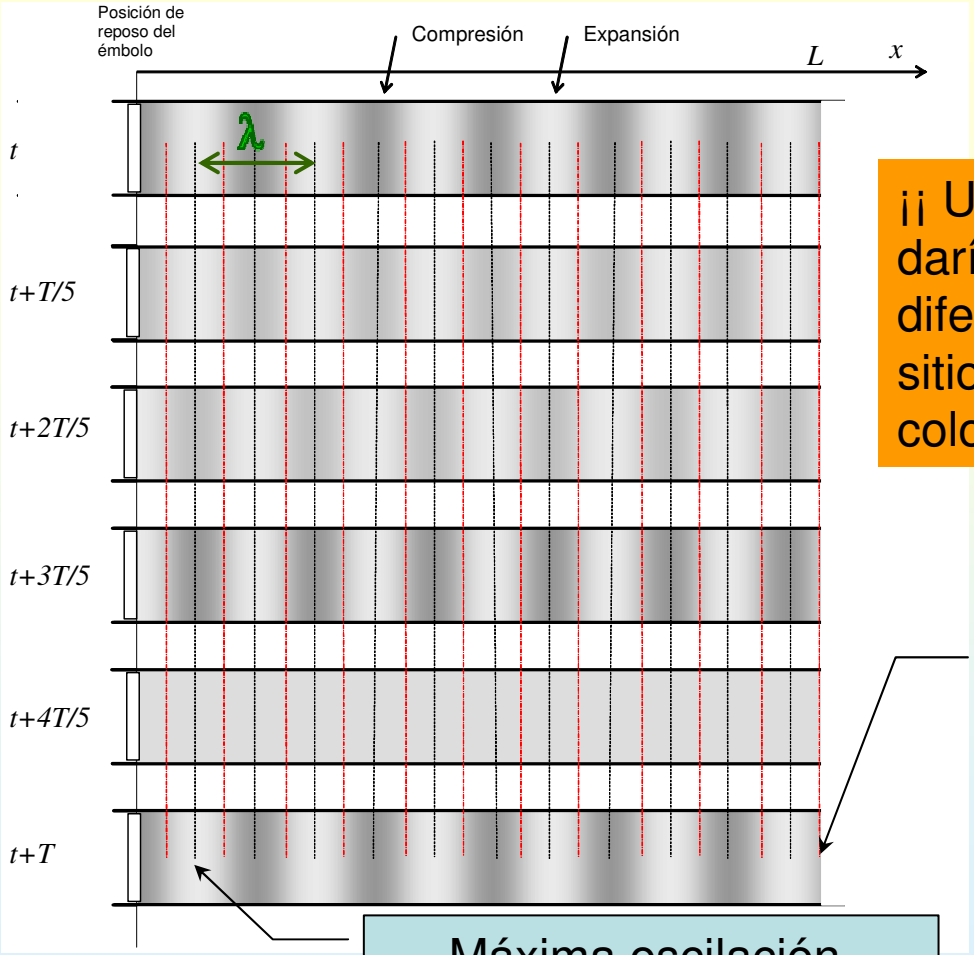
- El principio de superposición hace que las presiones se sumen y las velocidades se compongan, como resultado de varias fuentes 1D, 2D o 3D y situadas arbitrariamente.
- En el caso del tubo y pistón, la reflexión en el extremo origina una nueva fuente esclava virtual que origina **ondas estacionarias**. Es decir, en cada punto la presión oscila, pero no se detecta el viaje de las ondas a la velocidad del sonido. Este fenómeno se denomina **interferencia,** se analiza a continuación.
- En un campo de ondas estacionarias hay lugares donde:
  - La interferencia es destructiva, resultando nula la oscilación $\rightarrow$ **Nodo**.
  - La interferencia es constructiva, resultando doble la oscilación de presión $\rightarrow$ **Vientre**.
- Para que la interferencia origine estacionarias, las ondas han de ser **de la misma forma y frecuencia** y con una **relación de fase fija**.
- En casos reales, esto ocurre junto a superficies y objetos reflectantes, al interferir la onda incidente con la onda reflejada.
- Como la onda tarda un tiempo en ir y volver de la superficie reflectante, esta frecuencia y fase ha de ser mantenida durante ese tiempo, luego la fuente ha de ser **coherente consigo misma para originar estacionarias**. Esto es, repetir su forma de onda, frecuencia y fase en el tiempo.
- Si la interferencia es entre dos fuentes independientes, han de ser **coherentes entre sí** para la aparición de estacionarias. Esto es, han de repetir sin que la forma de onda, frecuencia y fase entre ellas cambie de forma independiente.
- La manera de evitar estacionarias es tener fuentes aleatorias, por ejemplo: ruido blanco y ruido rosa. Por eso se usan en el laboratorio.

Antonio Lecuona Neumann
José Ignacio Nogueira Goriba

Ondas estacionarias en un tubo

Fuente coherente (mantiene la forma, la amplitud, la frecuencia y la fase)

Extremo derecho abierto



¡¡ Un micrófono daría medidas diferentes según el sitio donde se colocara !!

Siempre el mismo nivel de gris, oscilación nula: **nodos**, separados λ/2

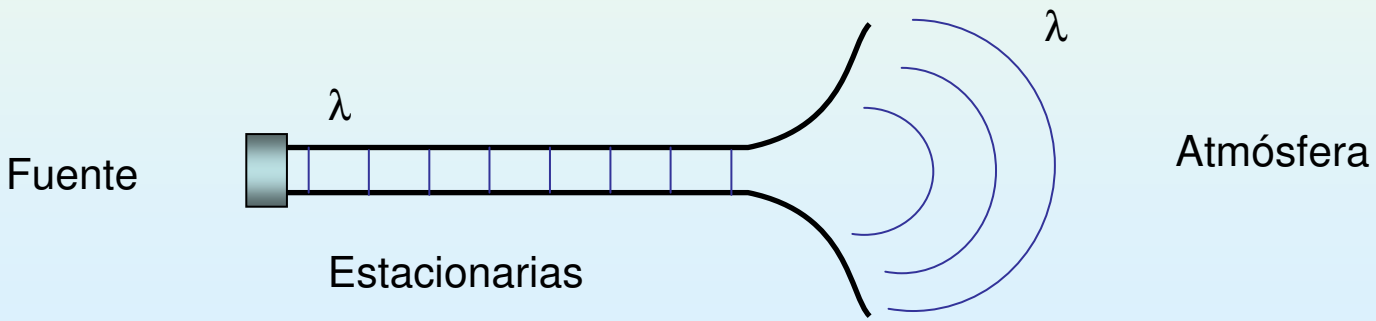
Máxima oscilación, **vientres**, separados λ/2

Figura 3

Ondas estacionarias en un tubo

En el límite $\lambda >> d$ es en el que vale la solución de onda plana, pues para $\lambda \sim d$ aparecen **modos transversales** de vibración, es decir que en la sección del tubo la presión no es homogénea, significando que hay ondas viajando de una pared a la otra.

- La salida de energía en el extremo es nula en este límite y pequeña si no son tan dispares.
- La salida de energía acústica al exterior se ve muy favorecida si se abocina el tubo en su extremo (p. e. trompetas y otros instrumentos musicales)



Ondas estacionarias 1D. Demostración

- Superpongamos 2 ondas puras 1D, una progresiva y otra regresiva, de igual amplitud unidad y longitud de onda λ:

Con la ecuación (0): $f\lambda = a$, se puede poner que:

$$\overbrace{at - x}^{\text{Espacial}} = \overbrace{\frac{\lambda}{2\pi}}^{\text{cte.}} \overbrace{(\omega t - kx)}^{\text{Angular}}, \text{ donde: } \omega = 2\pi f \; ; \quad \overbrace{k}^{\substack{\text{num. de onda} \\ [\mathrm{L}]^{-1}}} = \omega / a$$

Como el seno de una constante es una constante, basta con:

$$P_e = \operatorname{sen}(\omega t - kx) + \operatorname{sen}(\omega t + kx)$$

$$\operatorname{sen}(\omega t - kx) = \operatorname{sen}(\omega t)\cos(kx) - \cos(\omega t)\operatorname{sen}(kx)$$

$$\operatorname{sen}(\omega t + kx) = \operatorname{sen}(\omega t)\cos(kx) + \cos(\omega t)\operatorname{sen}(kx)$$

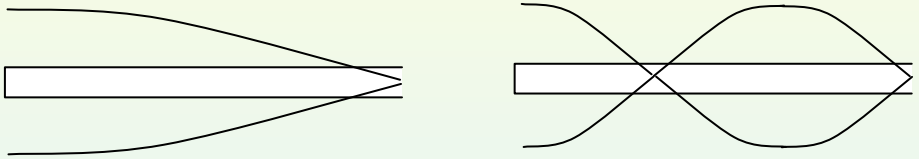
$$\Rightarrow P_e = 2\operatorname{sen}(\omega t)\cos(kx)$$

- Se obtiene una onda estacionaria (ha desaparecido el grupo ωt-kx que significa propagación) modulada en el tiempo con igual frecuencia, de amplitud máxima doble y long. de onda λ ($kx = 2\pi$). Pero el patrón de oscilación tiene longitud de onda λ/2 porque da igual la fase, Fig. 3.
- Si las amplitudes no son iguales se obtiene una estacionaria parcial.

Estacionarias en un muelle Superposición de ondas Interferencia estéreo

Modos propios y teoría de ondas en un recinto

- La resolución de las ecuaciones de la acústica 3D homogéneas, con las condiciones de contorno adecuadas proporciona las soluciones que son posibles, determinándose la participación de cada una de esas soluciones por las fuentes, que las excitan. Ya se vio como eso ocurría en el tubo con pistón y extremo abierto:
  - En ese caso son posibles todas las ondas armónicas estacionarias que tengan un vientre en el pistón y un nodo en el extremo abierto, a distancia L:

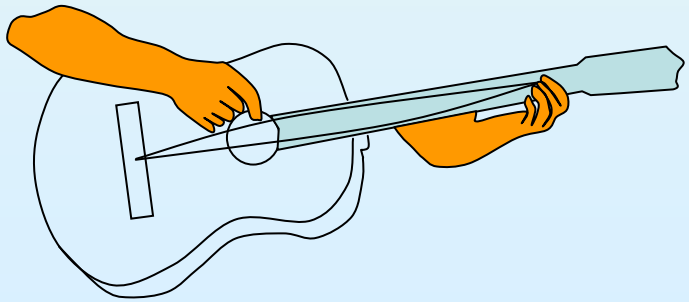


Envolventes de las amplitudes máximas de $P \rightarrow$ **2 primeros modos propios**.

$\lambda = 4L$ $\lambda = 4L/3$ … $\lambda = 4L/(2n\text{-}1)$

$f = (2n\text{-}1)a/4L$ donde n es el orden del modo.

Estacionaria (primer modo propio) en una cuerda de guitarra con $\lambda = 2L$ (su movimiento sigue también la ecuación de ondas). Al vibrar origina oscilaciones de la tapa que a su vez hace oscilar la presión en el aire con igual frecuencia:



Antonio Lecuona Neumann
José Ignacio Nogueira Goriba

Modos propios y teoría de ondas en un recinto

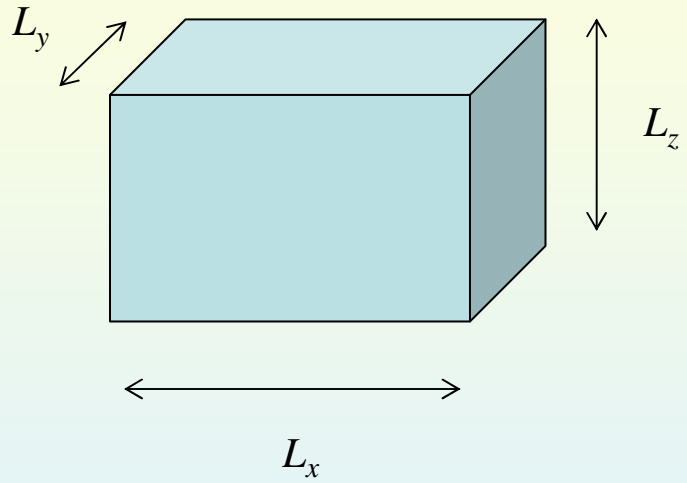
Los modos propios en un recinto paralepipédico rectangular da como resultado una onda estacionaria 3D. Los nodos y vientres resultan planos perpendiculares a las paredes.

Son soluciones a la ecuación diferencial estacionaria sin fuentes cuando se asume una solución que sea onda simple de frecuencias:

$$f = \frac{a}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{p}{L_z}\right)^2}$$

$$\lambda = \frac{a}{f};\ m,n,p \in \mathbb{N}$$

(3bis)



Para excitar un modo en la realidad se introduce una perturbación estacionaria en un punto que no sea nodo a esa frecuencia.

La mezcla de modos excitados, especialmente con m, n y p elevados hace muy complejo el campo acústico. Son más prácticas otras aproximaciones a la acústica de recintos, como el uso de **rayos** propagándose a la velocidad del sonido y reflejándose en las paredes**.** Los rayos permiten además describir el campo no estacionario (cuando las amplitudes, fases y frecuencias varían).

Modos propios y teoría de ondas en un recinto

Ver explicación animada de la Kettering University.

http://www.kettering.edu/~drussell/Demos/RoomModes/driving.html

- En esta animación se puede ver la amplitud (no la amplitud de oscilación instantánea) del campo acústico generado por una fuente sinusoidal al moverse a lo largo de una habitación unidimensional de longitud fija.
- Se puede observar que cuando la frecuencia de la fuente coincide con un modo propio de la habitación en unos sitios la respuesta es muy grande (excitación en un vientre) y decrece hasta ser nula (excitación en un nodo).
- Se puede observar que cuando la frecuencia no coincide con un modo propio la respuesta de la habitación es independiente del lugar donde esté la fuente.
- La consecuencia práctica es que la formación de estacionarias por coincidir la frecuencia de la excitación con el modo propio hace que existan lugares privilegiados. Si no coincide no existe este privilegio.
- Los modos propios de habitaciones de forma compleja son complejos también.
- Una fuente con varias parciales excitará los modos correspondientes de acuerdo a su frecuencia y amplitud.

Cuestiones de autoevaluación, tema 3

- ¿Para la aparición de un nodo puro (oscilación nula) es necesaria una interferencia completa (amplitud y forma de onda idénticas)?.
- Para que el nodo esté inmóvil en el espacio, ¿Qué se demanda a la fase mutua entre las dos ondas interfirientes?
- La reflexión de una onda que incide perpendicularmente a una pared lisa de hormigón podría asumirse como completa y elástica, es decir que la amplitud de la onda reflejada sea igual que la incidente. Calcule las distancias a ella a las que se produce el primer nodo y el primer vientre y aplique para una onda simple de 20 Hz y para 20 kHz.

Actividades propuestas, tema 3

- En la ec. 0 del tema 1 se expresa como obtener el nivel en decibelios de una magnitud. La fig. 1 del tema 1 muestra que el umbral de dolor del nivel de presión acústica es de unos 120 decibelios. Teniendo en cuenta que el nivel de presión acústica se define con $M \equiv P_{rms}{}^2$, determine cuan mayor es este umbral con respecto al umbral de percepción a 1 kHz (valor mínimo capaz de originar una percepción).
- Compare el valor obtenido con la presión atmosférica y del resultado obtenga la verificación de la hipótesis de pequeñas perturbaciones del campo acústico.
- La Ec. (3bis) muestra las frecuencias de los diferentes modos propios de un recinto. Asuma un tubo alargado de sección rectangular como caso particular y de ello derive la condición para tener un campo 1D axialmente al tubo.