

Turbomáquinas



Autores: Profs. Antonio Lecuona y José Ignacio Nogueira,
Dpto. De Ingeniería Térmica y de Fluidos, Universidad Carlos III de Madrid.

Referencia básica:

[1] Turbomáquinas. Procesos, análisis y tecnología. A. Lecuona y J. I. Nogueira,
2000. Editorial Ariel.

Para ampliación:

The Design of High-Efficiency Turbomachinery and Gas Turbines, 2nd ed. D. G.
Wilson, T. Korakianitis , 1998. Prentice Hall.

La información contenida en este documento sirve de propósito exclusivo como apuntes para alumnos en la enseñanza de la asignatura indicada y ha sido obtenida de las mejores fuentes que se han podido encontrar, generalmente de reconocido prestigio. No obstante el/los autor/es no garantizan la exactitud, exhaustividad, actualización o perfección de su contenido. Por ello no será/n responsable/s de cualquier error, omisión o daño causado por el uso de la información contenida, no tratando con este documento prestar ninguna clase de servicio profesional o técnico; antes bien, se ofrece como simple guía general de apoyo a la docencia. En caso de detectar algún error, rogamos nos lo comuniquen e intentaremos corregirlo. Puede contener material con copyright © por lo que su reproducción puede no estar permitida.

Capítulo 3: Transferencia de energía.

Objetivos:

Dar respuesta a las siguientes preguntas generales:

¿Qué energía se transfiere en una turbomáquina como función de las diferencias de estado entre su entrada y su salida?

¿Cómo es el reparto de esa energía transferida entre efecto deseado y pérdidas por degradación?

¿Qué efectos tiene la energía transferida sobre la presión y la temperatura del flujo?

Al tener en cuenta la transferencia de energía ¿Qué efectos hay sobre la composición de velocidades medias?

¿Cómo se acopla el flujo a la entrada y a la salida?

¿Qué límites tienen las turbomáquinas en su función?

¿Qué parámetros evalúan adecuadamente esos límites?

NOTAS:

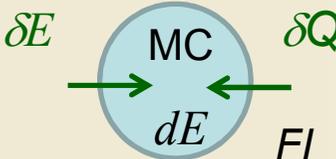
- d indica una diferencial exacta (no depende del camino) y δ una diferencial inexacta (depende del camino) (http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_diferencial_exacta).
- FP es frontera permeable al flujo, FI es frontera impermeable de un VC.
- E y S son para entrada y salida respectiv. Que se convierten en $_1$ y $_2$ para un rotor.

Índice

1. Balance de energía en una *MC* y en un *VC*.
2. Balance de entropía en una *MC* y en un *VC*
3. Balance de energía de una *TM*. Aplicaciones.
4. Flujos incompresibles a través de una *TM*
5. Flujos compresibles a través de una *TM*.
6. Magnitudes totales
7. Diagramas termodinámicos
8. Parámetros adimensionales de un rotor.
9. Diagrama de velocidades de un rotor como función de los parámetros adimensionales.
10. Evaluación de las no idealidades y degradaciones. Rendimientos hidráulico y volumétrico. Rendimiento isentrópico. Rendimiento politrópico.
11. Acople de turbomáquinas.
12. Reparto entre escalones
13. Combinación de la transferencia de trabajo, de energía y eficiencia.

1.- Balance de energía en una MC y en un VC

• Balance de energía en una masa de control MC



$$dE = \delta Q + \delta \tau ; E = \underbrace{U_f + U_T}_{E_{cin}} + \underbrace{\text{Energía cinética}}_{E_{cin}} + \underbrace{\text{Energía potencial}}_{E_{pot}}$$

- El aporte de calor puede ser por conducción o por radiación a través de las fronteras impermeables (FI).
- El aporte de trabajo puede ser de varias formas, mecánico, electromagnético, etc.
 - El trabajo mecánico puede ser de dos formas típicas:

1. Con variación de volumen:

$$\left. \begin{array}{l} P \text{ uniforme} \Rightarrow \text{Movimiento mecánicamente} \\ \text{reversible de la frontera} \end{array} \right\} \rightarrow \delta \tau \Rightarrow d\tau_{rev} = -Pd\mathbf{V} \rightarrow \tau_{rev} = - \int_{inicial}^{final} Pd\mathbf{V}$$

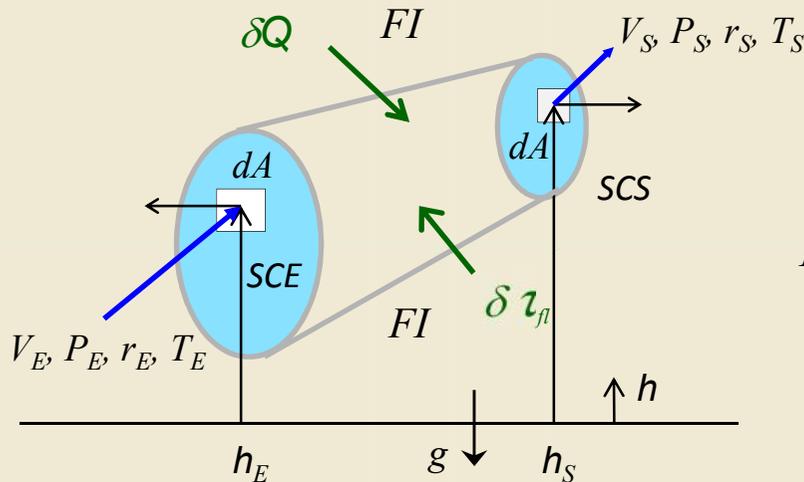
1. Sin variación de volumen, para lo que hace falta que la presión no sea uniforme en la MC, tal y como en una turbomáquina, **trabajo al eje τ_{fl}** .

La energía aumenta tanto por aporte de calor, como por aporte de trabajo, sin distinguirse entre ellos con esta ecuación. Es necesaria más información sobre el proceso y el balance de entropía para distinguir.

1.- Balance de energía en una MC y en un VC

• Balance de energía en un VC:

$$dt \rightarrow \underbrace{dE_{VC}}_{\text{Contenido de energía del VC}} = - \underbrace{\int_{FP}^{SCE+SCS} (h + e_{cin} + e_{pot}) d^2m_{ex}}_{\text{Flujo saliente de energía y trabajo de flujo a través de las fronteras permeables (FP)}} + \underbrace{\delta Q_{FI+FP+VC}}_{\text{Flujo de calor hacia el interior}} + \underbrace{\delta \tau_{FI}}_{\text{Trabajo hacia el interior en la frontera impermeable (FI)}}$$



$$d^2m_{ex} = \overbrace{\rho \vec{V} \cdot \vec{i}_{nex}}^{dm_{ex}} dA dt$$

$$E_{VC} = U + E_{cin} + E_{pot} = \int_{VC} e dm; \quad e = \underbrace{u}_{u_f + u_T} + e_{cin} + e_{pot}$$

$$u_T = \int_{T_0, P_0}^{T, P} c_v \langle T, P \rangle dT \quad u_f = \begin{cases} \text{Energía de formación química} \\ \text{y nuclear. No varía en TM} \end{cases}$$

Energía cinética: $e_{cin} = V^2 / 2 + cte.$

Entalpía: $h = u + \underbrace{P/\rho}_{\text{Trabajo de flujo}}$

Energías potenciales: $e_{pot} = \underbrace{gh}_{\text{Gravitatoria}} - \underbrace{\frac{(\omega r)^2}{2}}_{\text{Centrípeta, si el sistema de referencia gira a vel. ang. } \omega} + cte.$

• Balance de masa: $dt \rightarrow dm_{VC} = - \int_{FP} d^2m_{ex}$

2.- Balance de entropía en una MC y en un VC

- Combinación del 1^{er} y 2^o principios de la Termodinámica a una **MC**:

$$\left. \begin{aligned} TdS &\geq \delta Q \rightarrow TdS + TdS_{ii} = \delta Q \\ dE &= \delta Q + \delta \tau \end{aligned} \right\} \rightarrow TdS = \underbrace{dE - \delta \tau}_{\delta Q} + T \times \underbrace{\delta S_{ii}}_{\text{Por irreversibilidades internas } > 0. \text{ En TM a causa de la viscosidad primordialmente}}$$

(3.1)

– Caso particular $dE = dU$; $d\tau = -Pdv$, gas ideal cal. perfecto (gicp):

ec. (-2), evolución revers.: $ds = c_v \frac{dT}{T} + \frac{Pdv}{T}$

$$\left. \begin{aligned} ds &= c_v \frac{dT}{T} + \frac{Pdv}{T} \\ \text{Gas ideal: } P/T &= R_g / v \end{aligned} \right\} \rightarrow ds = c_v \frac{dT}{T} + R_g \frac{dv}{v} \Rightarrow s - s_0 = c_v \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) + R_g \ln \left(\frac{v}{v_0} \right)$$

... que como función de P y T queda:

(3.2) ↓ $v = \frac{R_g T}{P} \Rightarrow s - s_0 = c_v \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) + R_g \ln \left(\frac{T P_0}{T_0 P} \right) = c_p \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) - R_g \ln \left(\frac{P}{P_0} \right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \frac{P}{P_0} \exp \left(\frac{s - s_0}{R_g} \right)$$

Para el caso de un salto de presión dado y flujo adiabático irreversible, la temperatura aumenta más que la isentrópica

Isentrópica: $\left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \frac{P}{P_0}$ (3.3)

- Aplicado al **VC**: $dt \rightarrow dS_{VC} = - \underbrace{\int_{SCE+SCS}^{FP} s d^2 m_{ex}}_{\text{Flujo}} + \underbrace{\int_{FI+FP+VC} d \left(\frac{\delta Q}{T} \right)}_{\text{Por aporte de calor}} + \underbrace{dS_{ii}}_{\text{Por degradaciones (irreversibilidades) internas}}$

Aplicación de la ecuación de la energía a las turbomáquinas

VC Globalmente estacionario:

$$\begin{aligned} \text{Durante un } dt \rightarrow dm = 0 &= - \int_{FP} d^2 m_{ex} = - \int_{SCE+SCS} d^2 m_{ex} = & (3.4) \\ &= - \underbrace{\int_{SCE} d^2 m_{ex}}_{dm_E < 0} - \underbrace{\int_{SCS} d^2 m_{ex}}_{dm_S > 0} = -\dot{m}_E dt - \dot{m}_S dt \Rightarrow -\dot{m}_E = \dot{m}_S = \dot{m} > 0 \end{aligned}$$

Separaremos el trabajo entre el de variación de volumen y el **aportado con un eje al flujo** τ_{fl} :

$$\delta\tau_{FI} = \delta\tau_{fl} + \underbrace{d\tau}_{=0 \text{ por ser } dV=0}$$

VC Globalmente estacionario:

$$\downarrow \\ dE_{VC} = 0$$

El calor es generalmente despreciable:

$$\downarrow \\ \delta Q_{FI+FP+VC} = 0$$

Luego, en todo el VC, para TM:

$$dt \rightarrow \delta\tau_{fl} = \int_{SC} \left(h + \frac{V^2}{2} + e_{pot} \right) d^2 m_{ex}$$

Separando ambas superficies de control permeables *SC entre una de entrada y una de salida: SCE y SCS:*

$$dt \rightarrow \delta\tau_{fl} = \int_{SCE} \left(h + \frac{V^2}{2} + e_{pot} \right) \underbrace{d^2 m_{ex}}_{d\dot{m}_{ex} dt} + \int_{SCS} \left(h + \frac{V^2}{2} + e_{pot} \right) \underbrace{d^2 m_{ex}}_{d\dot{m}_{ex} dt}$$

Ecuación general de transferencia de energía a turbomáquinas, que trataremos de facilitar su uso. e_{pot} puede cambiar si cambia el radio del VC anular ...

Aplicación de la ecuación de la energía a ánuolos

- Similarmente a cuando se aplicó la ecuación de Euler (VC glob. estac. anular) y con la hipótesis de adiabaticidad:

$$\text{Ec. (3.4)} \rightarrow \delta\tau_{fl} = \left[-(\hat{h}_E + \frac{\hat{V}_E^2}{2} + \hat{e}_{pot}) + (\hat{h}_S + \frac{\hat{V}_S^2}{2} + \hat{e}_{pot}) \right] dm = \Delta_{E \rightarrow S} (\hat{h} + \frac{\hat{V}^2}{2} + \hat{e}_{pot}) dm$$

$\hat{}$ denota media de Favre acimutal

- Dividiendo por dm nos da el salto : $\tau_{fl} = \frac{\delta\tau_{fl}}{dm} = \Delta_{e \rightarrow s} (\hat{h} + \frac{\hat{V}^2}{2} + \hat{e}_{pot})$ (3.5)
- Dividiendo por dt , o multiplicando

por \dot{m} la Ec. (3.5):

$$W_{fl} = \frac{\delta\tau_{fl}}{dt} = \tau_{fl} \dot{m} = \Delta_{E \rightarrow S} (\hat{h} + \frac{\hat{V}^2}{2} + \hat{e}_{pot}) \dot{m} \quad (3.6)$$

1. **Aplicación:** en un VC que no contenga rotores no se aporta trabajo alguno al no haber desplazamiento de fuerzas, luego:

$$\Delta_{E \rightarrow S} (\hat{h} + \frac{\hat{V}^2}{2} + \hat{e}_{pot}) \dot{m} = 0 \Rightarrow \hat{h}_S + \frac{\hat{V}_S^2}{2} + \hat{e}_{pot,S} = \hat{h}_E + \frac{\hat{V}_E^2}{2} + \hat{e}_{pot,E}$$

Explicitando las ener. potenc.:

$$\Delta_{E \rightarrow S} \left(\hat{h} + \frac{\hat{V}^2}{2} + g\hat{h} + \underbrace{\frac{\hat{e}_{pot}}{2}}_{\substack{\text{El radio de un} \\ \text{ánulo puede cambiar}}} - \frac{\omega^2 r^2}{2} \right) = 0$$

ω es de los ejes de referencia

Se parece a la ec. de Bernouilli si hacemos $e_{pot} = 0$, pero difiere en que incluye la energía interna

Aplicación de la conservación de la energía

1.1.- Particularizar para un VC (sin rotores), de tipo axial y fluido de trabajo no reactante:

$$\widehat{h} + \frac{\widehat{V}^2}{2} + \underbrace{g\widehat{h}}_{\substack{\text{Las TM no} \\ \text{son generalmente} \\ \text{tan altas para que} \\ \text{entre 1 y 2 este} \\ \text{término sea relevante,} \\ \text{salvo turbinas hidráulicas}}} + \underbrace{\frac{(\omega r)^2}{2}}_{\substack{\text{El radio} \\ \text{no cambia} \\ \text{al ser axial, o bien} \\ \text{los ejes son galileanos} \\ \text{(inerciales)}}} = \text{cte.}$$

$$\underbrace{\widehat{h}}_{\widehat{u}_T} + \underbrace{\frac{\widehat{P}}{\rho} + \frac{\widehat{V}^2}{2}}_{\substack{\text{Términos de la} \\ \text{ec. de Bernouilli}}} = \text{cte.}$$

Aparece porque no hemos exigido que el fluido carezca de viscosidad, luego no es ideal.

$$v = \frac{1}{\rho}; \quad \widehat{h} = \widehat{u} + \widehat{P}v; \quad u = u_T \text{ al no haber reacción}$$

Particularizaciones adicionales:

1.1.a.- Flujo incompresible: se aplica tal cual con $\rho = \text{cte.}$ $u = u\langle T \rangle$. Cambios en T por transferencia de calor o reacción no influirían en ρ , luego tampoco en V por la ecuación de continuidad y por ello tampoco en P . La ecuación nos dice que adiabáticamente y sin reacción la cantidad consignada es cte. Si hay degradación aumenta u_T a costa de los otros dos términos. Luego $u_T > 0$.

1.1.b.- Gas ideal caloríficamente perfecto (gicp), $g\Delta h$ es despreciable:

$$\left. \begin{aligned} c_v \widehat{T} + \frac{\widehat{P}}{\rho} + \frac{\widehat{V}^2}{2} &= \text{cte.} \\ \frac{\widehat{P}}{\rho} &= R_g \widehat{T}; \quad c_p - c_v = R_g \end{aligned} \right\} \Rightarrow c_p \widehat{T} + \frac{\widehat{V}^2}{2} = \text{cte.}$$

El indicativo de media acimutal de Favre no se expresará más.

Aplicación de la ec. de la energía

2.- **VC que contiene un rotor. Trabajo reversible e irreversible:** La aditividad del primer principio nos permite separar el trabajo aportado en reversible (isentrópico) y en degradado, por las irreversibilidades internas.

$$\underbrace{\tau_{fl}}_{\substack{\text{Irreversible} \\ \text{si } \tau_{fl,deg} > 0}} = \underbrace{\tau_{fl,s}}_{\substack{\text{Antes llamado} \\ \tau_{fl,rev}, \text{ pero ahora} \\ \text{isentrópico por} \\ \text{ser además} \\ \text{adiabático}}} + \underbrace{\tau_{fl,deg}}_{\substack{\text{Por} \\ \text{irreversibilidades} \\ \text{internas:} \\ \text{viscosidad}}} \quad (3.7)$$

NOTA: no pondremos más los trabajos en color verde oscuro.

2.1.- Para **flujos incompresible adiabáticos en TM** se obtienen conclusiones interesantes. **VC donde hay una degradación completa del trabajo aportado:**

$$\left. \begin{aligned}
 \tau_{fl,deg} &= \Delta_{E \rightarrow S} \left(\hat{h} + \frac{\widehat{V}^2}{2} + \hat{e}_{pot} \right); \quad h = u_T + \frac{P}{\rho} \\
 \text{Disipación pura y } \rho &= \text{cte.} \Rightarrow \widehat{P} = \text{cte.} \text{ por el intercambio de trabajo deg.} \\
 \text{Disipación pura} &\Rightarrow \text{no se induce movimiento macroscópico} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{V} = \text{cte.} \\ \hat{e}_{pot} = \text{cte.} \end{cases}
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tau_{fl,deg} = \overbrace{\Delta_{E \rightarrow S} u_T}^{\text{Salto}} > 0 \quad (3.8)$$

- Todo el trabajo degradado se invierte en aumentar la energía interna térmica.
- La indilatibilidad haría que no suba la presión, con lo que no hay interacción con la parte mecánica. Como consecuencia, el trabajo aportado a un VC toma la siguiente expresión:

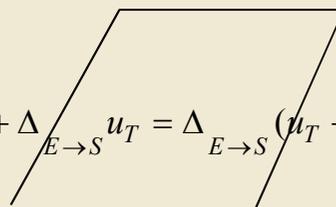
Flujos incompresibles (FI) y trabajo reversible

Ec. (3.5): $\tau_{fl} = \Delta_{E \rightarrow S} \left(h + \frac{V^2}{2} + e_{pot} \right)$

Ecs. (3.6) y (3.8): $\tau_{fl} = \tau_{fl,s} + \Delta_{E \rightarrow S} u_T$

Sin reacción: $h = u_T + \frac{P}{\rho}$

(3.9)



De donde:

$$\tau_{fl,s} + \Delta_{E \rightarrow S} u_T = \Delta_{E \rightarrow S} \left(u_T + \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + e_{pot} \right)$$

$$\tau_{fl,s} = \Delta_{E \rightarrow S} \left(\underbrace{\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2}}_{\frac{P_t}{\rho}} + e_{pot} \right) = \Delta_{E \rightarrow S} \left(\overbrace{\frac{P_t}{\rho} + e_{pot}}^{\text{Salto}} \right)$$

En donde, la presión total es: $P_t = P + \rho \frac{V^2}{2}$

- Como consecuencia, en un VC globalmente estacionario en el cual no se aporta trabajo a través de la FI se tiene la ec. de Bernouilli: $\frac{P_t}{\rho} + e_{pot} = \text{cte.}$
- Si además no hay energías potenciales involucradas: $P_t = \text{cte.}$ Es la presión alcanzada en un remansamiento isentrópico estacionario sin intervención de las energía potenciales.

Flujos incompresibles, presión hidrostática, reversibilidad

Supongamos un depósito estacionario, conteniendo líquido en remanso y abierto a la atmósfera. En el seno de este fluido $V = 0$:

$$P + \rho g h = P_{atm} + \rho g h_{sup} \Rightarrow P = P_{atm} + \underbrace{\rho g (h_{sup} - h)}_{h_-} \geq P_{atm}$$

Altura hidráulica H , si se intercambia trabajo con parte rev.: Presión hidrostática > 0

Ec. (3.9): $\underbrace{\tau_{fl,s,v}}_{\text{p. u. de vol.}} = \rho \tau_{fl,s} = \underbrace{P_{St} - P_{Et}}_{\Delta_{E \rightarrow S} P_t} + \rho g \underbrace{(h_S - h_E)}_{g \Delta_{E \rightarrow S} h} = \left. \begin{array}{l} \rightarrow \tau_{fl,s,v} = \rho g (H_S - H_E) = \rho g \Delta_{E \rightarrow S} H \\ \left\{ \begin{array}{l} c > 0 \\ e < 0 \end{array} \right. \end{array} \right\}$

Definición: $\rho g H = P_t + \rho g h + \text{cte.}$ (3.10)

El aporte de trabajo reversible se traduce en aumento de la altura hidráulica.

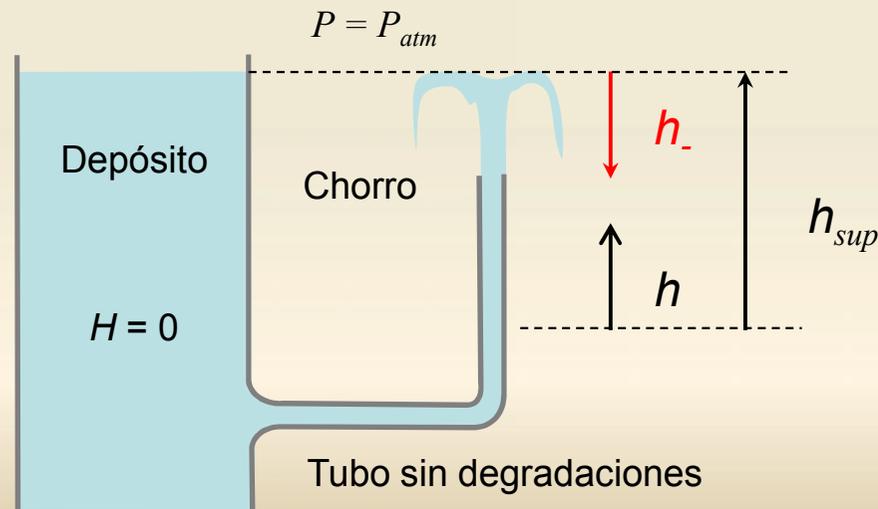
Sin aporte de trabajo se mantiene la altura hidráulica, p. e. en un depósito y conducto sin fricción. Ejemplo:

Arbitremos $H = 0$ en la superficie ($_{sup}$) \Rightarrow
 $H = 0$ salvo degradaciones o turbomáquinas
 $P_{atm} + \rho g h_{sup} + \text{cte.} = 0 \Rightarrow$ (3.11)

$$0 = \frac{P - P_{atm}}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + \overbrace{h - h_{sup}}^{< 0}$$

luego, en el chorro libre, parte más alta

$$\left. \begin{array}{l} P = P_{atm} \\ V = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow h = h_{sup}$$



Flujos incompresibles, altura de impulsión

Altura de impulsión H de una bomba, cuando se obvia escribir el incremento en la altura hidráulica:

$$\text{Por unidad de volumen: } \tau_{fl,s,v} = \rho g H ; \quad \text{Por unidad de masa: } \tau_{fl,s} = g H \quad (3.12)$$

En un fluido incompresible la presión de base carece de importancia (salvo la cavitación) por ello es usual usar solo las diferencias de presión c. r. a la base, generalmente la atmósfera y por ello se usan **manómetros**:

$$\text{Presión manométrica: } P_{man} = P - P_{atm}$$

En la Ec. (3.11) si llamamos $h_- = h_{sup} - h > 0$ a la profundidad desde la superficie:

$$P_{man} = \underbrace{\rho g h_-}_{\substack{\text{Hidrostática} \\ \text{profundidad}}} - \frac{\rho V^2}{2}$$

Trabajo, energía interna y altura de impulsión:

$$\text{Ecs. (3.10) y (3.12): } \tau_{fl} = \Delta_{E \rightarrow S} \left(\frac{P_t}{\rho} + e_{pot} + u_T \right) = \underbrace{g \Delta_{E \rightarrow S} H}_{\tau_{fl,s}} + \underbrace{\Delta_{E \rightarrow S} u_T}_{\tau_{fl,deg} > 0}$$

Resumen de la materia anterior

- Resumen: TM como VC adiabático, efecto del trabajo en el salto entre entrada y salida:

$$\tau_{fl} = \Delta_{E \rightarrow S} \left(h + \frac{V^2}{2} + e_{pot} \right)$$

Flujos incompresibles cal. perfectos

$$\tau_{fl} = \tau_{fl,deg} + \tau_{fl,s} = \Delta_{E \rightarrow S} \left[\frac{u_T}{cT} + \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gh \right]$$

Caso particular :

$$\tau_{fl,s} = 0 \Rightarrow \tau_{fl,deg} = \Delta_{E \rightarrow S} \left[\frac{u_T}{cT} + \overbrace{\frac{P}{\rho} + \frac{\widehat{V}^2}{2} + gh}^{\text{Energ. mecánica}} \right] = \Delta_{E \rightarrow S} \left[\frac{u_T}{cT} \right]$$

$\underbrace{\rho}_{=0}$ $\underbrace{2}_{=0}$ $\underbrace{gh}_{=0}$

$$\tau_{fl,s} = \Delta_{E \rightarrow S} \left[\frac{P_t}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gh \right]$$

gH



Porque H es la altura que incrementaría un conducto con flujo ideal

$$\tau_{fl} = \tau_{fl,deg} + \tau_{fl,s} = \Delta_{E \rightarrow S} \left[\frac{u_T}{cT} + gH \right]$$

Flujos compresibles

- Entalpía estática y de remanso. En ausencia de energías potenciales:

$$\tau_{fl} = (h_S + V_S^2 / 2) - (h_E + V_E^2 / 2) = \overbrace{h_{St} - h_{Et}}^{\text{Entalpías totales}} = \Delta_{E \rightarrow S} h_t \Rightarrow \text{Si } \tau_{fl} = 0 \left\{ \begin{array}{l} \text{se dice que} \\ \text{es un proceso (3.13)} \\ \text{isentálpico} \end{array} \right.$$

$$1.- \text{ gas real } \rightarrow h_{St} - h_{Et} = [h \langle T_S, P_S \rangle + V_S^2 / 2] - [h \langle T_E, P_E \rangle + V_E^2 / 2]$$

$$2.- \text{ gas ideal } \rightarrow h_{St} - h_{Et} = \int_{T_E}^{T_S} c_p \langle T \rangle dT + V_S^2 / 2 - V_E^2 / 2$$

2.1.-

$$f \langle T_E, T_S \rangle$$

gas ideal
caloríficamente
perfecto (gicp)

$$\rightarrow h_{St} - h_{Et} = (c_p T_S + V_S^2 / 2) - (c_p T_E + V_E^2 / 2) = c_p (T_{St} - T_{Et}) = c_p \Delta_{E \rightarrow S} T_t$$

$$c_p T_t = c_p T + \frac{V^2}{2} \rightarrow T_t = T + \frac{V^2}{2c_p}$$

$$c_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R_g$$

$$M = \frac{V}{a} ; \quad a = \sqrt{(\partial P / \partial \rho)_{s=\text{cte.}}} = \sqrt{\gamma R_g T}$$

Temperatura total
para un gicp*:

$$\Rightarrow \frac{T_t}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2$$

T_t se alcanza remansando la corriente sin intercambio de calor ni de trabajo

(3.14)

Magnitudes totales o de remanso gicp

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{Ec. (3.14) gicp: } \frac{T_t}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \\
 \text{Ec. (3.3) isentropía gicp: } \left(\frac{T}{T_t}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \frac{P}{P_t} \\
 \text{Ec. estado gas ideal: } \frac{P}{\rho} = R_g T
 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l}
 \frac{P_t}{P} = \left(\frac{T_t}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \\
 \frac{\rho_t}{\rho} = \left(\frac{T_t}{T}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}
 \end{array} \right. \quad (3.15)$$

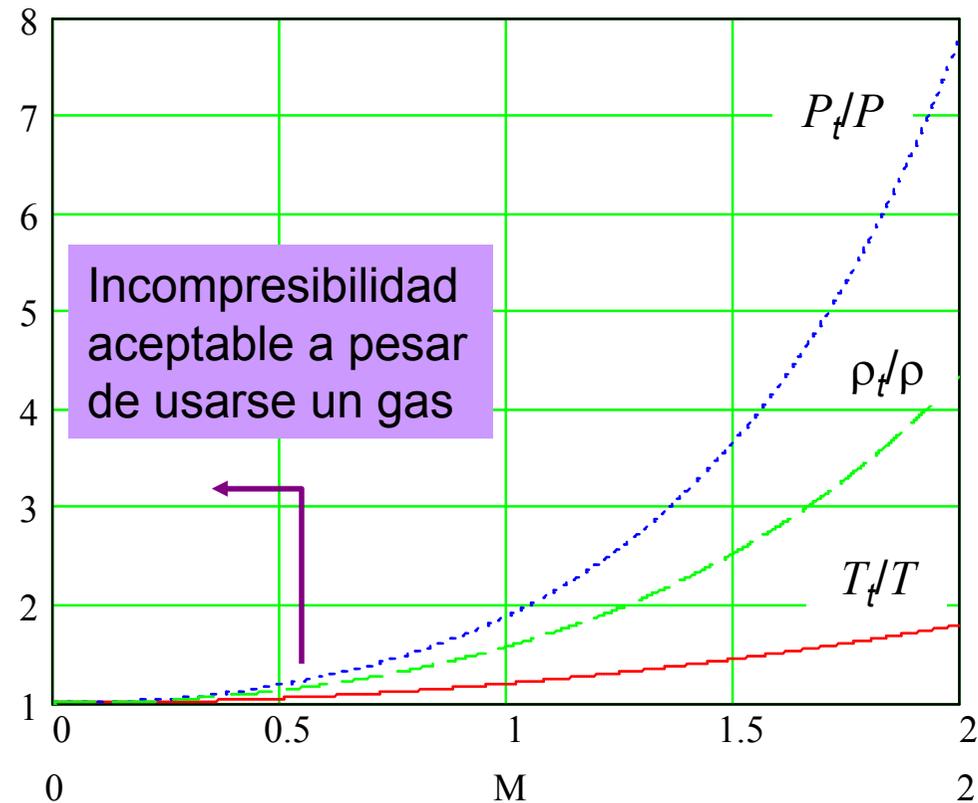
Al retener solamente el primer término en un desarrollo en serie de potencias del parámetro $M < 1$ se recupera la ecuación de Bernouilli:

$$\left. \begin{array}{l}
 \frac{P_t}{P} = 1 + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{\gamma-1}{2} M^2 + 0 \langle M^4 \rangle \\
 M^2 = V^2 / \gamma R_g T \\
 P = \rho R_g T
 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l}
 \frac{P_t}{P} = 1 + \frac{V^2}{2R_g T} + 0 \langle M^4 \rangle \\
 \Rightarrow P_t = P + \rho \frac{V^2}{2}
 \end{array} \right\} \begin{array}{l}
 \text{Definición:} \\
 q \equiv P_d \\
 \text{Presión} \\
 \text{dinámica}
 \end{array}$$

* gicp: gas ideal caloríficamente perfecto, denominado a menudo gas perfecto.

Cálculo de las magnitudes totales

gicp con $\gamma = 1,4$



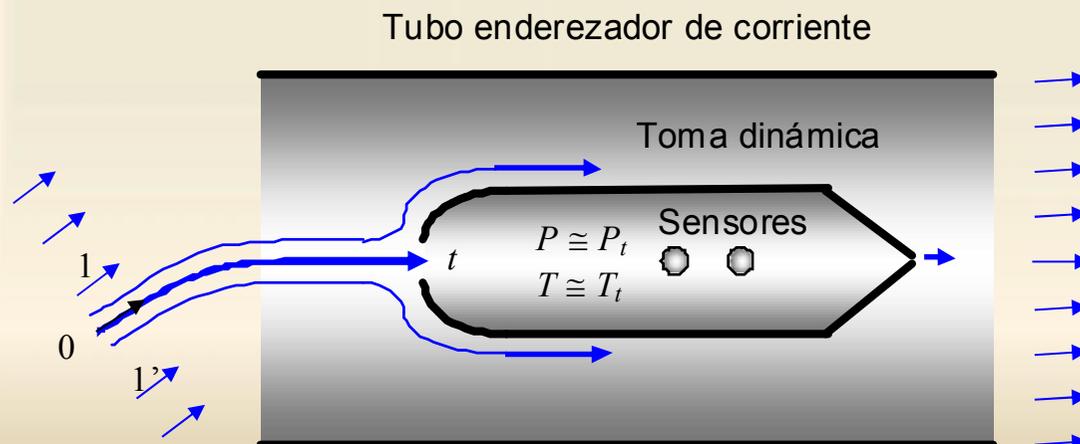
Comentarios:

- Salvo que la velocidad sea próxima o mayor que la sónica, la compresión dinámica obtenible es muy pequeña.
- En líquidos, debido a su alta densidad, una velocidad muy baja ocasiona presiones dinámicas apreciables. Como ilustración de ello: flujo de agua a 30 m/s, con $\rho = 1 \text{ kg/m}^3$; lo que da una presión dinámica de 0,45 MPa = 4,5 atmósferas.

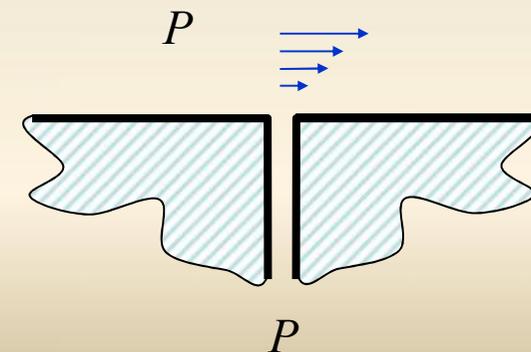
Medida de magnitudes totales

- La medición de la temperatura y presión requeriría alternativamente:
 - Sondas que viajaran con el fluido. La dificultad de esta tarea recomienda medir con sondas estáticas.
 - Métodos ópticos.
- La presión estática es fácilmente medible si se dispone de una pared lisa y plana, pues la presión no cambia a través de la capa límite plana.
- Un termómetro en una corriente mide temperaturas diferentes a la estática, salvo que la siga perfectamente.
- La solución es construir una **toma dinámica** y en ella situar las sondas de presión y temperatura totales.
- La toma dinámica remansa la corriente de forma isentrópica en su exterior (0- t) hasta velocidades que hacen la energía cinética despreciable frente a la térmica.
- La indeterminación en la orientación de la corriente recomienda instalar un tubo exterior coaxial enderezador. Este tubo hace también de escudo de radiación térmica.

1. Sonda tipo Kiel de temperatura y presión totales



2. Sonda de presión estática

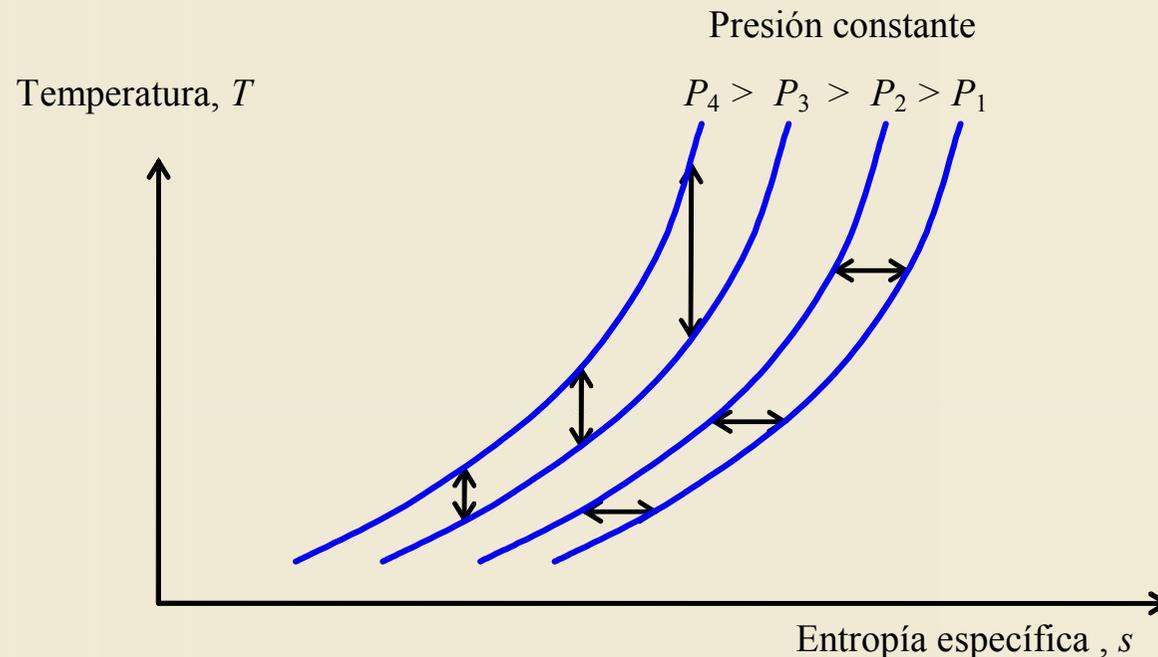


Evoluciones y diagramas termodinámicos

- En gases las funciones de estado dependen de dos variables de estado, por lo que se emplean diagramas termodinámicos 2D en los cuales leer estas funciones.
- Sobre estos diagramas se suelen representar evoluciones simples reversibles que corresponden a una función de estado constante, p. e. $P = \text{cte.}$, $v = \text{cte.}$
- Las curvas $P = \text{cte.}$ son muy útiles porque, como se verá más adelante, las turbomáquinas acoplan con el flujo incidente y con el entorno a su salida con la presión, por lo que las presiones de entrada y de salida son fronteras útiles.
- En nuestro contexto es habitual el diagrama de Mollier $h-s$ porque el eje vertical informa del trabajo intercambiado o bien del cambio de energía cinética producido. El $T-s$ se usa también y es parecido al anterior, empleándose si se quiere explicitar la temperatura.
- Se elige el eje horizontal s , entropía, por ser las compresiones y expansiones en conductos y en TM aproximadamente isentrópicos. La imposibilidad de que s disminuya en el salto entre entrada y salida marca otra frontera.
- Usaremos, por sencillez, diagramas para gicp.

Evoluciones y diagramas termodinámicos

- La interrelación entre P y T en gases ideales recomienda trabajar con diagramas 2D. Por ejemplo, el diagrama de Mollier:



Las curvas $P = \text{cte.}$ son convexas hacia arriba y son todas procedentes de una sola sin más que agregando un desplazamiento horizontal, veamos:

Ec. (3.2) para gicp:

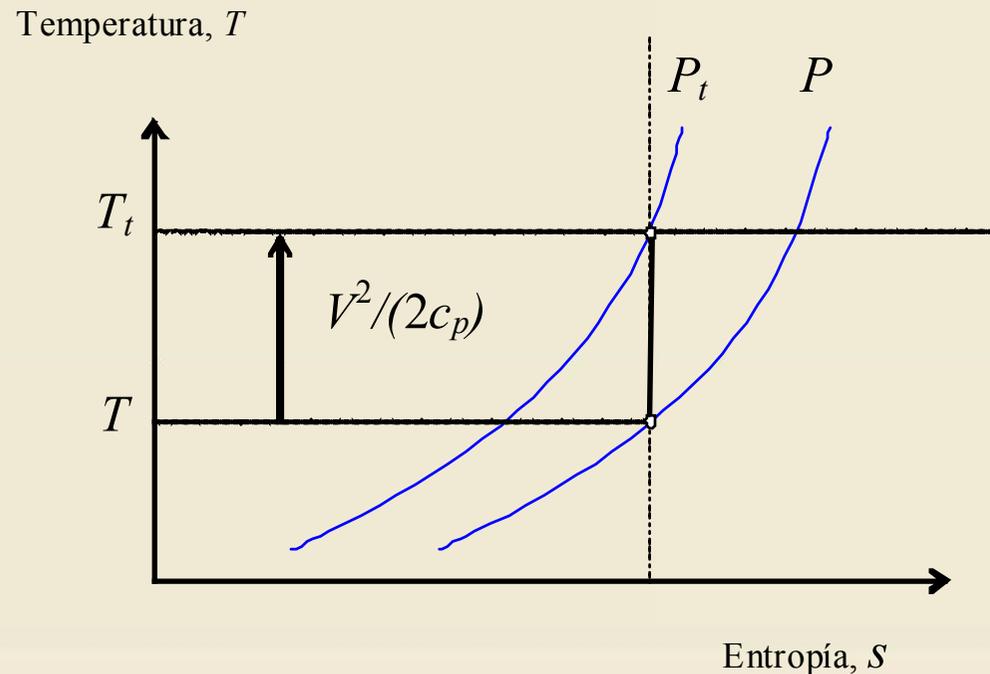
$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{P}{P_0}\right) \exp\left(\frac{s-s_0}{R_g}\right) \Rightarrow P = \text{cte.} \Rightarrow s = s_0 + R_g \frac{\gamma}{\gamma-1} \ln\left[\frac{T}{T_0}\right] + \underbrace{R_g \ln\left(\frac{P_0}{P}\right)}_{\text{cte., desplazamiento horizontal al variar } P}$$

Evoluciones y diagramas termodinámicos

- Presión y temperatura totales en un flujo de un gicp a velocidad V . Como h_t se alcanza simplemente sumando a h la ener. cinet. p. u. de volumen:

Ec. (3.15), para gicp:

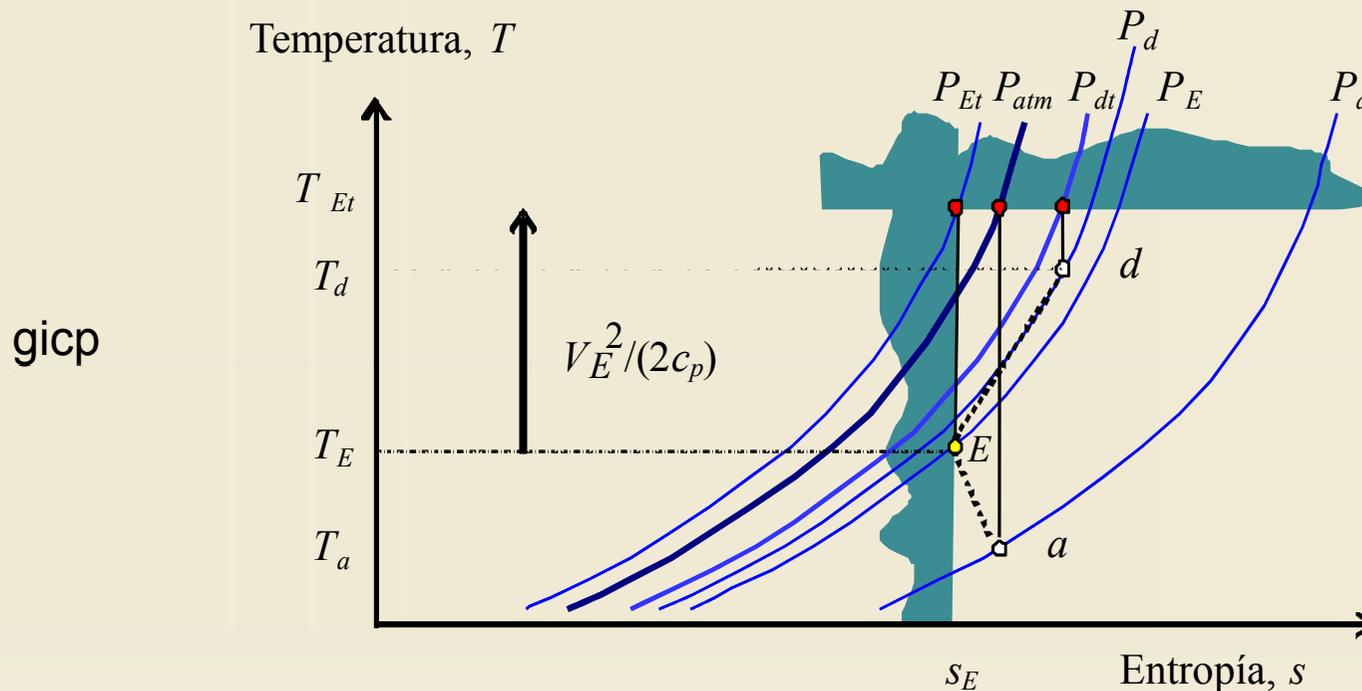
$$T_t = T + \frac{V^2}{2c_p}$$



- Basta con agregar a T el segmento vertical $V^2/(2c_p)$
- P_t se encuentra en la curva que pasa por ese punto.
- Se ignora la variación de energía potencial en gases por insignificante.

Evoluciones y diagramas termodinámicos

- Evoluciones adiabáticas **sin intercambio de trabajo** en un gicp (aceleración a y deceleración d) Se produce el acople con la presión estática a la salida, para determinar los saltos:



- La temperatura de remanso se mantiene ($T_T = \text{cte.}$)
- La entropía se mantiene constante o aumenta, en cuyo caso P_t disminuye. P. e. en un gicp, Ec. (3.2):

Las letras a y d son alternativas \rightarrow

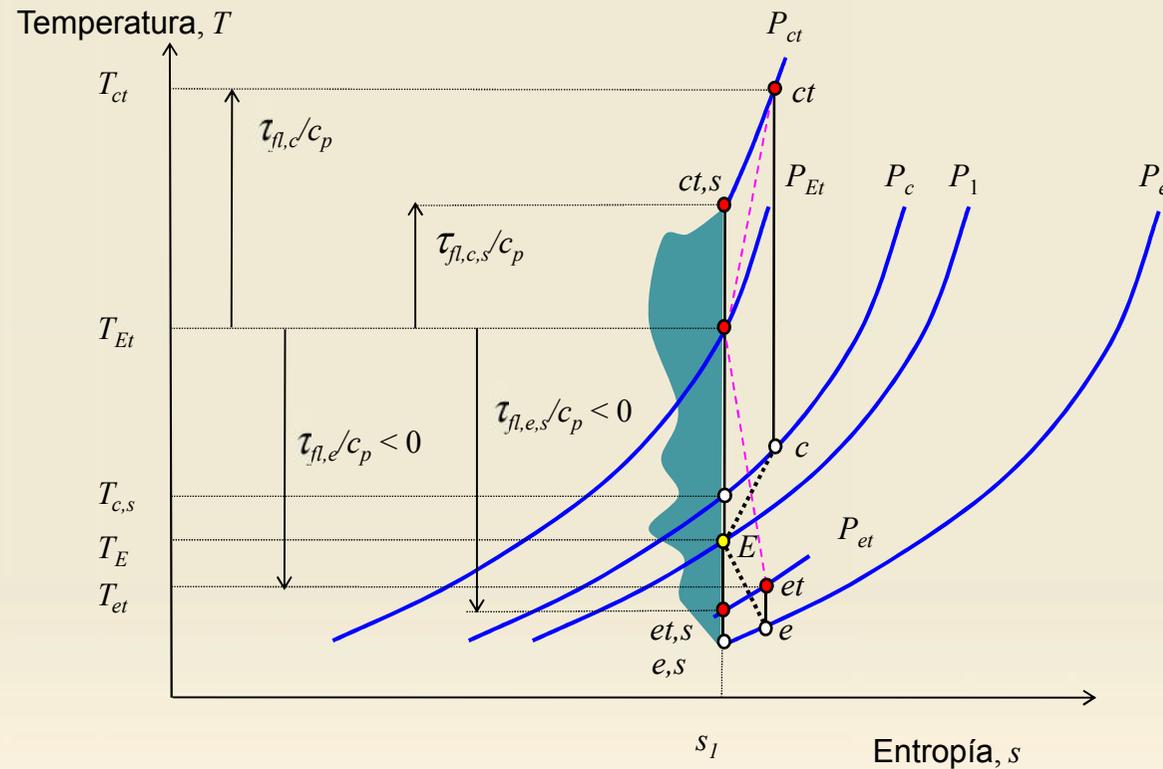
$$\frac{P_{\{a\}t}}{P_{Et}} = \exp \left[\frac{s_{\{a\}d} - s_{\{a\}E}}{R_g} \right] \left[\frac{T_{\{a\}t}}{T_{Et}} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (3.16)$$

$\underbrace{\left[\frac{s_{\{a\}d} - s_{\{a\}E}}{R_g} \right]}_{<1} \left[\frac{T_{\{a\}t}}{T_{Et}} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}_{<1}$

Evoluciones y diagramas termodinámicos

- Saltos en procesos adiabáticos **con intercambio de trabajo** en un gicp (compresión c y expansión e):
 - Compresión y expansión entre iguales presiones estáticas y mayor en. cinética (unidos por línea de puntos negra).
 - Compresión y expansión entre iguales presiones totales (unidos por línea de trazos fucsia).
- Se puede ver que se necesita más trabajo en una compresión real que en una evolución isentrópica y lo contrario en una expansión en turbina, entre las mismas presiones.

gicp
Figura 3.1

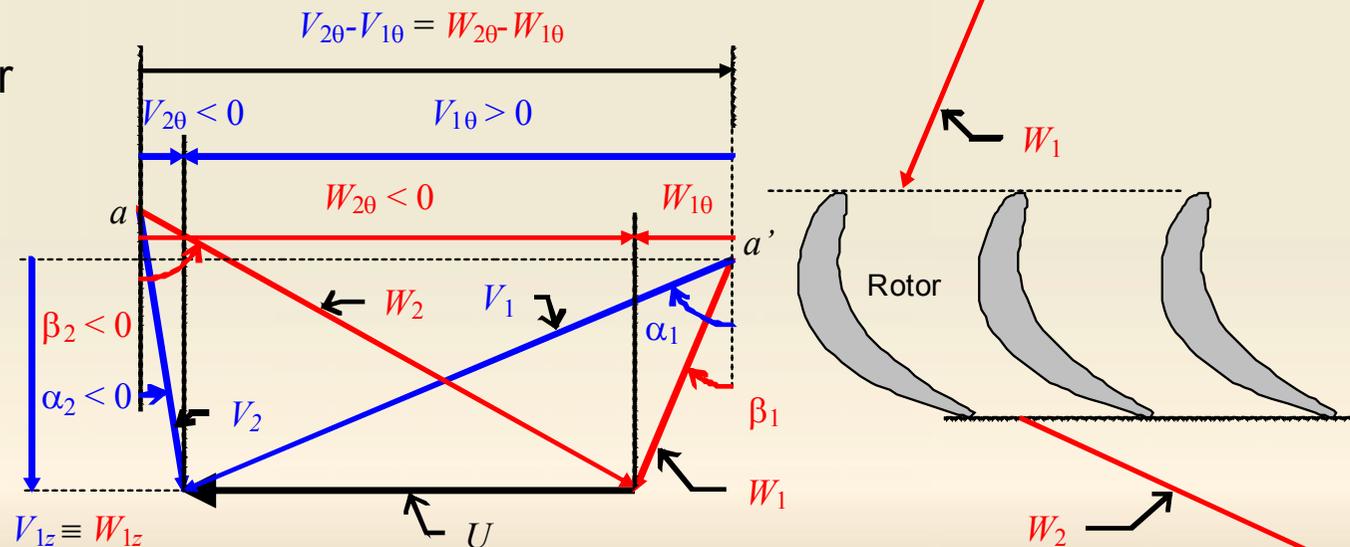


$$(\text{gicp}): \tau_{fl} = \Delta_{E \rightarrow S} \left(\underbrace{c_p T + \frac{\widehat{V}^2}{2}}_{c_p T_t} + \cancel{\widehat{e}_{pot}} \right) \Rightarrow T_{St} = T_{Et} + \frac{\tau_{fl}}{c_p}; \begin{cases} c: \tau_{fl} > 0 \\ e: \tau_{fl} < 0 \end{cases}$$

Parámetros adimensionales de un rotor

- Combinación de fórmula de Euler, balance de energía, balance de masa, guiado de los perfiles y composición de velocidades: $\vec{V} = \vec{W} + U \cdot \vec{i}_\theta$
- 2 triángulos \Rightarrow 6 lados-1 (teorema π) = 5 parámetros adimens. independ.
- r_2/r_1 y V_{2M}/V_{1M} fijan 2, quedando 3 grados de libertad. Estos pueden ser:
 - El coeficiente de carga Ψ .
 - El coeficiente de flujo Φ .
 - El coeficiente de reacción, grado de reacción o simplemente reacción R (nuevo).

Ejemplo de rotor de turbina axial



Fuente: Adaptado de Lecuona y Nogueira 2000 [1]

Consideraremos que no se trata necesariamente de un diagrama simple:

Coeficiente de carga

- Mide el trabajo intercambiado con el flujo con respecto a una referencia que consiste en deflectar al fluido con U y al otro lado $V_\theta = 0$.

$$\Psi = \frac{\tau_{fl}}{\tau_{fl,ref}}$$

$$\tau_{fl} = \kappa (U_2 V_{2\theta} - U_1 V_{1\theta})$$

$$(c) \rightarrow V_{1\theta} = 0; V_{2\theta} = U_2 \rightarrow \tau_{fl,ref} = \kappa' U_2^2$$

$$(e) \rightarrow V_{1\theta} = U_1; V_{2\theta} = 0 \rightarrow \tau_{fl,ref} = -\kappa' U_1^2$$

$$\rightarrow \Psi = \frac{\kappa (U_2 V_{2\theta} - U_1 V_{1\theta})}{\kappa' \begin{Bmatrix} U_2^2 \\ -U_1^2 \end{Bmatrix}} > 0 \begin{cases} c \\ e \end{cases}$$

Se simplifica y consideraremos su signo natural de acuerdo al criterio adoptado:

$$\begin{cases} c \\ e \end{cases} \Psi = \frac{U_2 V_{2\theta} - U_1 V_{1\theta}}{\begin{Bmatrix} U_2^2 \\ U_1^2 \end{Bmatrix}} \begin{cases} > 0 \text{ para máquinas compresoras} \\ < 0 \text{ para máquinas expansoras,} \end{cases} \begin{cases} \text{axial, poco cargada } \Psi < 0,3 \\ \text{axial, muy cargada } \Psi > 0,5 \\ \text{centrífuga } \Psi < 1,5 \\ \text{poco cargada } |\Psi| < 1 \\ \text{muy cargada } |\Psi| > 1,5 \end{cases}$$

Ejemplo: caso simple de rotor axial: $\Psi = \frac{V_{2\theta} - V_{1\theta}}{U} = \Delta_{1 \rightarrow 2} \left(\frac{V_\theta}{U} \right)$

Coeficiente de flujo

- Compara la velocidad meridiana de entrada con la de arrastre

$$\Phi = \frac{V_M}{U_1} \geq 0 \begin{cases} \text{axial: } V_M = V_z \\ \text{radial: } V_M = |V_r| \end{cases}$$

Determina la inclinación a la entrada de los álabes del rotor, pues en un cierto punto operativo la corriente relativa ha de ser tangente a la línea media del álabe.

Por ejemplo, si no hay estator corriente arriba del rotor (álaves guía) es $\alpha_1 = 0 \Rightarrow$

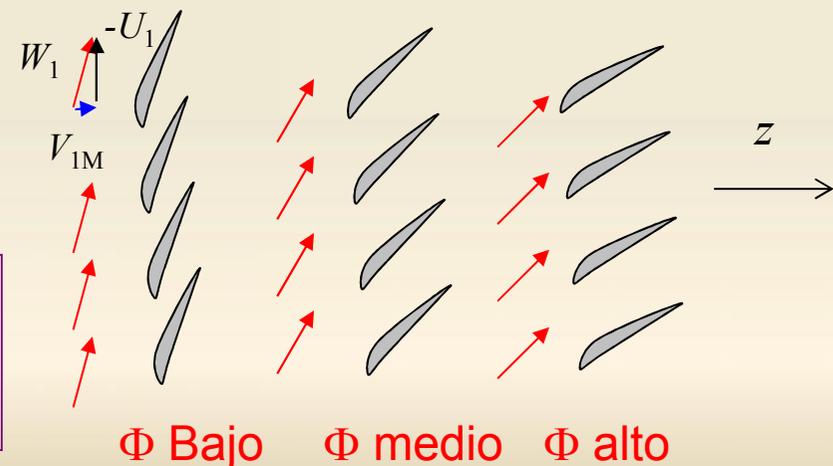
$$i_1 = 0 \Rightarrow \beta_1 = \beta'_1 \Rightarrow \tan |\beta'_1| = \frac{U_1}{V_{1M}} = \frac{1}{\Phi}$$

Valores típicos:

Compresores: $0,3 < \Phi < 0,8$

Turbinas: similares.

Actividad 3.1: Formule como cambia Φ de raíz a punta partiendo de Φ_m . Asuma torbellino libre.



Coeficiente de reacción

- Salto de entalpía estática de todo el escalón dividido por salto de entalpía total, en el rotor.

$$R = \left(\frac{\Delta h}{\Delta h_t} \right)_{ro} = \frac{\Delta_{1 \rightarrow 2} h}{\Delta_{1 \rightarrow 2} h_t} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \rightarrow R = \frac{\Delta_{1 \rightarrow 2} h}{\Delta_{0 \rightarrow 3} h_t}$$

$$\underbrace{(\Delta h_t)_{ro}}_{1 \rightarrow 2} = \underbrace{(\Delta h_t)_{ro+es}}_{0 \rightarrow 3} = (\Delta h_t)_{escalón}$$

- El salto de entalpía estática esta relacionada con la variación de presión estática en una evolución, p. e. gicp:

$$\underbrace{\left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}_{h_2/h_1} = \frac{P_2}{P_1} \exp \left(\frac{\Delta s_{ii}}{R_g} \right)$$

- Generalmente las máquinas están cerca de la isentropía por ser adiabáticas y estar cercanas a la reversibilidad.
- Ahora bien, la velocidad V antes del escalón suele coincidir con la velocidad después de él, lo que hace que el salto de entalpía de remanso en el escalón suela ser bastante similar al salto de entalpía estática.
- Luego **aproximadamente R compara el salto de presión en el rotor con la de todo el escalón.**
- Recuérdese que el salto de la entalpía de remanso equivale al trabajo específico intercambiado, **Ec. (3.13)**.
- Veamos:

Coeficiente de reacción, otra visión

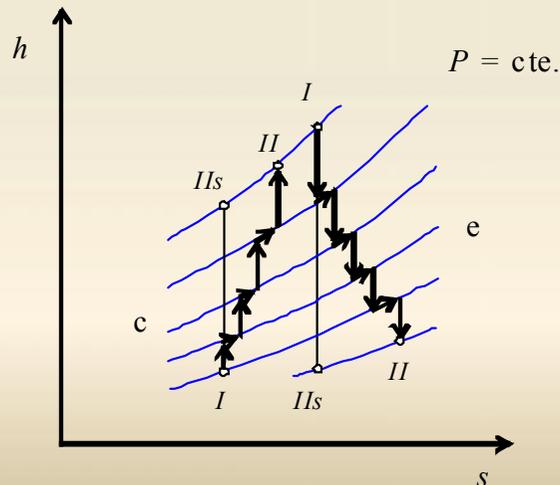
- Con objeto de ver de forma alternativa la ligadura con salto de presión, consideremos que toda evolución puede ser representada por una sucesión de pares de evoluciones reversibles (saltos) diferenciales, tipo a y tipo b consecutivamente que sigan aproximadamente la evolución real:

- (a) **isentrópicos, que varían la presión:**

1.- Gas ideal caloríficamente perfecto, Ec. (3.3): $s = cte. \rightarrow \frac{dP}{P} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{dT}{T} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{dh}{h}$

$$\left. \begin{array}{l} dh = du_T + d(Pv) \\ \text{2.- Líquido: Reversible: } du_T = 0 \\ \text{Incompresible: } d(Pv) = v dP \end{array} \right\} \rightarrow dP = \rho dh$$

- (b) **degradaciones adiabáticas a $P = cte.$:**



$$\left. \begin{array}{l} Tds = du + PdV \\ h = u + Pv \\ dP = 0 \end{array} \right\} \rightarrow Tds = dh - v dP \rightarrow (dh)_{P=cte.}^{deg} = Tds$$

Conclusión: Las variaciones de entalpía y de presión están relacionadas, salvo irreversibilidades y cambios de en. cin. y pot..

Coeficiente de reacción, valores típicos

Valores típicos globales:

• Máquinas expansoras:

- Las turbinas axiales con $R < 0,2$ son denominadas “de acción” o “de impulso”.
- Las turbinas axiales con $R \cong 0,5$ son frecuentes y se denominan “de reacción”. Reparten por igual la expansión entre estator y rotor, evitando aceleraciones excesivas que aumenten la fricción con álabes → máxima eficiencia.
- Las turbinas centrípetas actúan necesariamente con $R > 0$ por suponer el giro del conjunto de la corriente una expansión obligada por el campo centrípeto*.

• Máquinas compresoras:

- En los compresores axiales se reparte equitativamente la compresión para evitar desprendimientos de la corriente, luego $R \cong 0,5$. No siempre es posible.
- En ventiladores axiales sin estator $R \cong 1$, pero < 1 (para verlo úsese [Ec. 3.17](#)):
- En ventiladores centrífugos:
 - De acción, $R \cong 0$, pero > 0 .
 - De reacción $R \sim 0,5$ e incluso mayor.

* Se muestra en el [Cap. 7](#) de [Lecuona y Nogueira, 2000 \[1\]](#). Es intuitivo que un fluido girando ocasiona un gradiente de presión hacia el exterior. Ver más adelante otra explicación.

Coeficiente de reacción, máxima simplificación: diagrama simple

Para un diagrama simple de velocidades (dsv), como función de la **velocidades tangenciales absolutas**:

$$R = \frac{\Delta_{1 \rightarrow 2} h}{\Delta_{1 \rightarrow 2} h_t}$$

$$\Delta_{1 \rightarrow 2} h = \underbrace{\left(h_{2t} - \frac{V_2^2}{2} \right)}_{h_2} - \underbrace{\left(h_{1t} - \frac{V_1^2}{2} \right)}_{h_1} = \Delta_{1 \rightarrow 2} h_t + \frac{V_1^2}{2} - \frac{V_2^2}{2} \rightarrow R = 1 - \frac{(V_2^2 - V_1^2)/2}{U\kappa(V_{2\theta} - V_{1\theta})} \quad (3.17)$$

$$\Delta_{1 \rightarrow 2} h_t = \kappa(U_2 V_{2\theta} - U_1 V_{1\theta}) \left. \begin{array}{l} \text{Simple: } U_1 = U_2 = U \end{array} \right\} \rightarrow \Delta_{1 \rightarrow 2} h_t = U\kappa(V_{2\theta} - V_{1\theta})$$

$$\left. \begin{array}{l} V_1^2 = V_{1z}^2 + V_{1\theta}^2 \\ V_2^2 = V_{2z}^2 + V_{2\theta}^2 \\ \text{Simple: } V_{1z} = V_{2z} \end{array} \right\} \rightarrow V_2^2 - V_1^2 = V_{2\theta}^2 - V_{1\theta}^2 = (V_{2\theta} + V_{1\theta})(V_{2\theta} - V_{1\theta})$$

$$R = 1 - \frac{V_{1\theta} + V_{2\theta}}{2\kappa U}$$

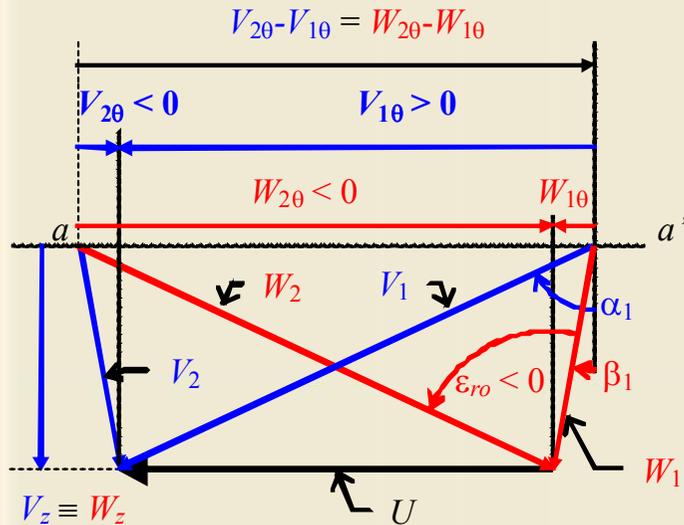
Ambas
útiles

Para un diagrama simple de velocidades, como función de la **velocidades tangenciales relativas (asumimos por facilidad $\kappa = 1$)**:

$$\vec{V} = \vec{W} + \vec{U} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} V_{1\theta} = W_{1\theta} + U \\ V_{2\theta} = W_{2\theta} + U \end{array} \right\} \Rightarrow V_{1\theta} + V_{2\theta} = W_{1\theta} + W_{2\theta} + 2U \Rightarrow R_{\kappa=1} = -\frac{W_{1\theta} + W_{2\theta}}{2U}$$

Turbinas de reacción y de acción

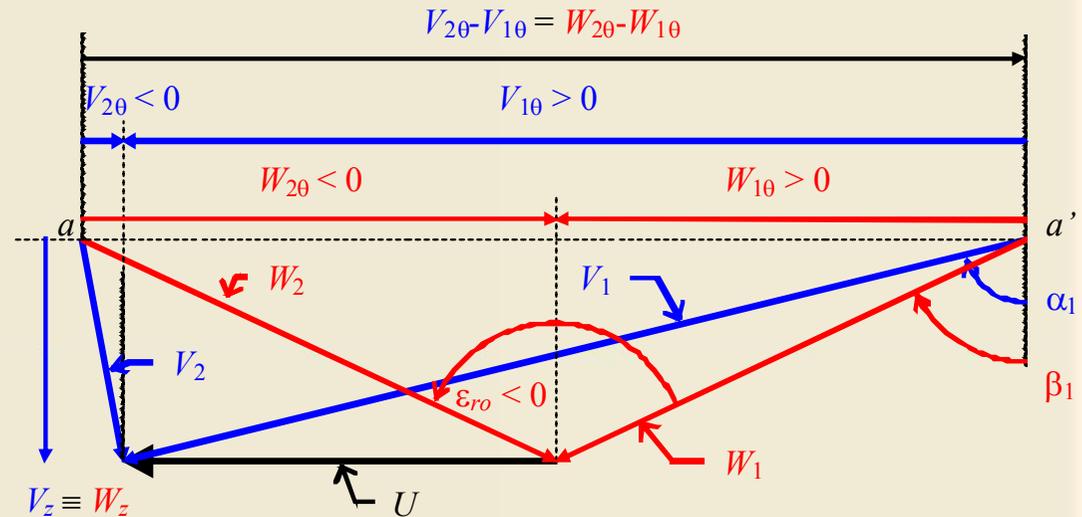
- Ejemplo de diagrama simple: $R = 1 - \frac{V_{10} + V_{20}}{2\kappa U}$; $R = -\frac{W_{10} + W_{20}}{2U}$



$$R = 0,5$$

El exceso de V_{10} sobre U lo anula V_{20} si es simétrico.

Velocidades menores \Rightarrow menores pérdidas por rozamiento \Rightarrow mayor eficiencia



$$R = 0$$

La simetría de W_{10} con W_{20} . Hace que $R = 0$.

Ψ mayor \Rightarrow menor número de escalones

Ángulos mayores \Rightarrow deflexiones mayores \Rightarrow mayores pérdidas.

El álabe de rotor resulta \approx simétrico

Coeficiente de reacción para diagramas típicos (c) y (e)

Otra simplificación menor, aunque útil, se tiene cuando solamente imponemos

$V_{1M} = V_{2M}$, por lo que es válida también para radiales:

$$\left. \begin{aligned} R &= 1 + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2\kappa(U_2V_{2\theta} - U_1V_{1\theta})} \\ V_1^2 &= V_{1M}^2 + V_{1\theta}^2 \\ V_2^2 &= V_{2M}^2 + V_{2\theta}^2 \\ V_{1M} &= V_{2M} \end{aligned} \right\} \rightarrow R = 1 - \frac{V_{2\theta}^2 - V_{1\theta}^2}{2\kappa(U_2V_{2\theta} - U_1V_{1\theta})} \quad (3.18)$$

La cual da lugar a simplificaciones mayores en máquinas habituales de referencia:

$$\left. \begin{aligned} \text{Compresoras sin} \\ \text{álabes guía} \\ \text{(entrada axial)} \end{aligned} \right\} \left\{ \begin{aligned} \text{c: } V_{1\theta} = 0 \\ \text{Ec. (3.18)} \\ V_{2\theta} = W_{2\theta} + U_2; \kappa = 1 \\ W_{2\theta} = V_M \tan \beta_2; U_2 = U_1 (r_2 / r_1); \Phi = V_M / U_1 \end{aligned} \right\} \rightarrow R = 1 - \frac{V_{2\theta}}{2\kappa U_2} \rightarrow R = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{W_{2\theta}}{U_2} \right) \rightarrow R = \frac{1}{2} \left(1 - \Phi \frac{r_1}{r_2} \tan \beta_2 \right) \quad (3.19)$$

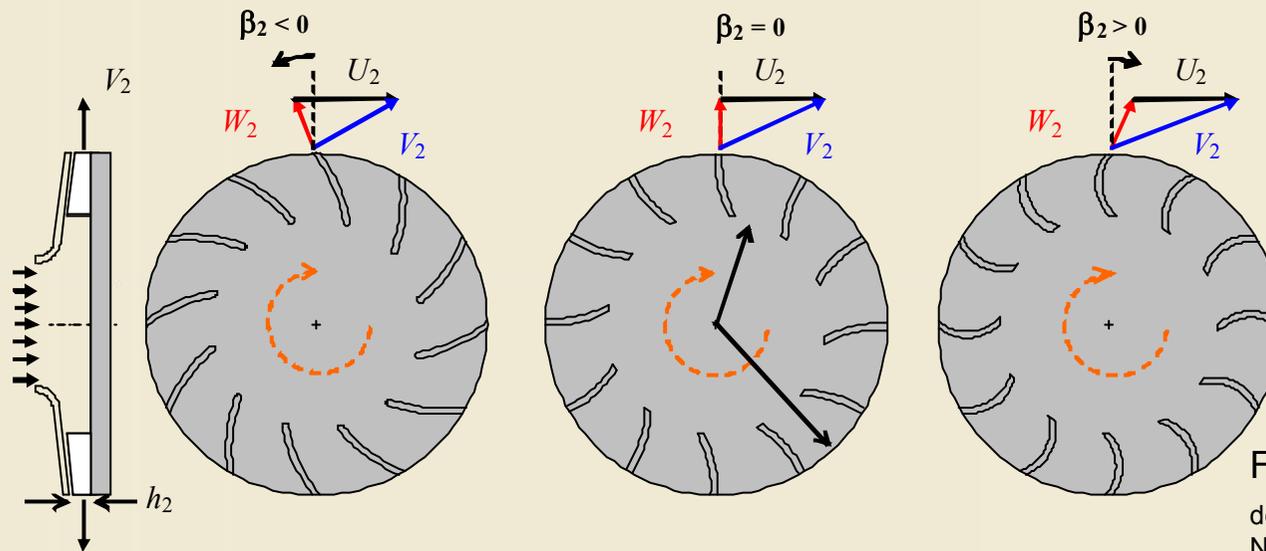
$$\left. \begin{aligned} \text{Expansoras con} \\ \text{salida axial} \end{aligned} \right\} \left\{ \begin{aligned} \text{e: } V_{2\theta} = 0 \\ \text{Ec. (3.18)} \\ V_{1\theta} = W_{1\theta} + U_1; \kappa = 1 \\ W_{1\theta} = V_M \tan \beta_1; \Phi = V_M / U_1 \end{aligned} \right\} \rightarrow R = 1 - \frac{V_{1\theta}}{2\kappa U_1} \rightarrow R = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{W_{1\theta}}{U_1} \right) \rightarrow R = \frac{1}{2} (1 - \Phi \tan \beta_1) \quad (3.20)$$

Coeficiente de reacción para diagramas típicos, ejemplos (c)

$$V_{1M} = V_{2M}$$

Ec. (3.19) Máquina compresora: $V_{1\theta} = 0$

$$R = \frac{1}{2} \left(1 - \Phi \frac{r_1}{r_2} \tan \beta_2 \right)$$



$R > 0,5$

Aumento de presión mayoritario en el rotor, además creciente con Φ (véase fin del Cap. 2, Ec. (2.5)).

$R = 0,5$

Aumento de presión mayoritario en el estator-difusor corriente abajo, además decreciente con Φ (véase fin del Cap. 2, Ec. 2.5). Necesita un difusor grande y bien cuidado.

$R < 0,5$

Fuente: Adaptado de Lecuona y Nogueira, 2000 [1]

Nota: estos razonamientos son igualmente válidos para una máquina axial, al referirse solamente a la inclinación de los álabes a su salida

Coeficiente de reacción para diagramas típicos, ejemplos (e)

$$V_{1M} = V_{2M}$$

Ec. (3.20), máquina expansora: $V_{2\theta} = 0$ $R = \frac{1}{2}(1 - \Phi \tan \beta_1)$

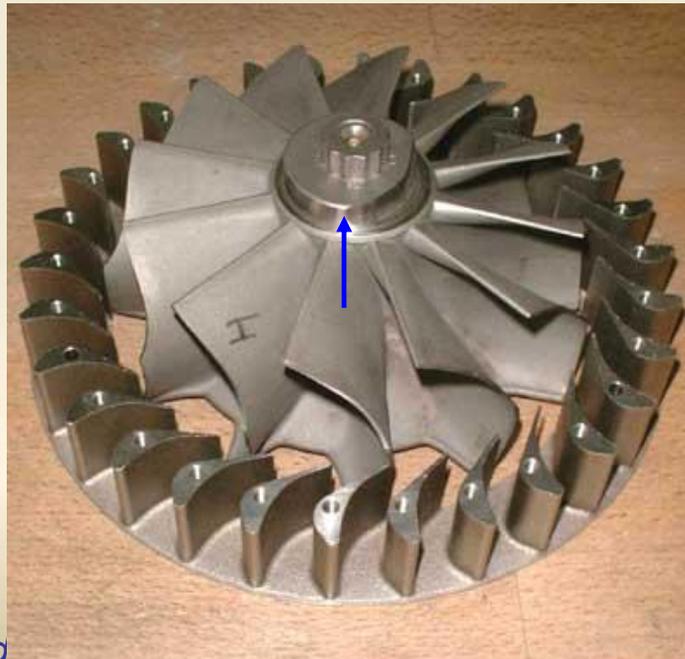
$R = 0 \Rightarrow \Phi \tan \beta_1 = 1$, hay un conjunto de valores de β_1 que cumplen.

$R = 1 \Rightarrow \Phi \tan \beta_1 = -1$, ídem, además $\beta_1 < 0$. Turbinas eólicas, toda la expansión ocurre en el rotor.

$R = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan \beta_1 = 0$, entrada al rotor sin componente tangencial, véase turbina centrípeta en el **Cap. 2**. Muy frecuente en centrípetas.

Los álabes han de inclinarse según Φ

Estator y rotor de una turbina centrípeta, mixta con conducto de salida axial, proveniente de una turbina de gas de pequeño tamaño, **mostrando que $R = \frac{1}{2}$** .



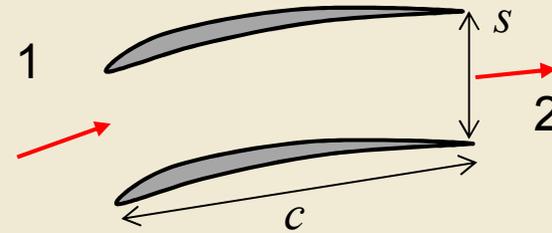
Luego, la mitad de la expansión se efectúa en estátor y la otra mitad en rotor.

Fuente: desconocida

Otros coeficientes adimensionales, para etapas difusoras

- Número de **De Haller**, ha de ser $> 0,7$ para evitar desprendimiento de la corriente en punta de álabes difusores axiales y $> 0,75$ en radiales

$$Ha = \frac{W_2}{W_1}$$



- **Coefficiente de difusión**, con similar propósito que Ha solo para hileras 2D axiales. Además tiene en cuenta la solidez σ y la deflexión; solo válido a incidencia óptima (cercana a nula):

$$DF = 1 - \underbrace{\frac{W_2}{W_1}}_{\substack{Ha \\ >0 \\ \text{en difusores}}} + \underbrace{\frac{|W_{2\theta} - W_{1\theta}|}{2\sigma W_1}}_{\substack{>0 \\ \text{en difusores}}}; \text{ en rotores axiales } \begin{cases} W_1 > W_2 > 0 \\ W_{1\theta} < 0; W_{2\theta} < 0; \\ W_{2\theta} - W_{1\theta} > 0 \end{cases} \quad \sigma = \frac{c}{s}$$

- $DF < 0,45$ para garantizar pérdidas moderadas. Con $DF = 0,6$ la corriente está desprendida.
- Aunque están expresados para rotores, usando velocidades relativas, son aplicables a estatores usando velocidades absolutas. ---

El desprendimiento de la corriente y la “entrada en pérdida”

- La deflexión de la corriente necesita succión en el extradós y sobrepresión en el intradós del perfil. Tanto más cuanto más se quiere deflectar la corriente, véase [Cap. 1](#).
- En una máquina compresora la presión a la salida de la corona o hilera de álabes es mayor que a la entrada.
- En el extradós pues, la presión ha de evolucionar desde la mínima local alcanzada hasta la reinante a la salida, con un valor mayor que a la de origen, que es la de entrada.
- Esta difusión en el extradós hace que el fluido en la capa límite, donde la energía cinética es menor que en la corriente alejada de la pared, pueda detenerse, acumulándose, y originando que la corriente alejada rodee la acumulación y continúe por inercia en una trayectoria más o menos rectilínea, en lugar de seguir la curva del extradós. Este fenómeno se conoce como **desprendimiento**, aumentando grandemente la degradación de energía por viscosidad, es decir, las “pérdidas”. Por ello se denomina también “**entrada en pérdida**”, pues suele aparecer de forma repentina.
- Para evitarlo es necesario limitar la difusión (número de de Haller y coeficiente de difusión) y diseñar la etapa para que la incidencia se sitúe en la óptima (cerca del valor nulo). Una misma deflexión, realizada con incidencia grande (positiva o negativa) origina picos mayores de succión, aumentando el riesgo de pérdida.
- En turbinas, la capa límite encuentra presión descendiente corriente abajo, con lo que este fenómeno no se presenta al no detenerse el fluido en la capa límite, antes bien, se acelera. Tan solo se aprecia un crecimiento de las degradaciones creciente con la deflexión y mayor si la incidencia no es la óptima.
- Si en el flujo se sobrepasa la velocidad del sonido local ($M > 1$) pueden aparecer ondas de choque, que si interaccionan con la capa límite pueden forzar su desprendimiento. Por ello, el diseño de álabes en cuyo campo fluido $M > 1$ es muy delicado.

Otros coeficientes adimensionales

Número de Mach. Para el rotor es máximo en el radio exterior :

$$M_{1,e} = \frac{W_{1,e}}{a_{1,e}}; \quad W_{1,e}^2 = V_{1z,e}^2 + \left(\underbrace{V_{1\theta,e}}_{>0 \text{ si en el mismo sentido que } U} - \underbrace{\omega r_e}_{U_e} \right)^2$$

Para estatores ($\omega = 0$).

1. Compresores

- Si $M_1 < 0,8$ el flujo es compresible, pero se pueden usar los mismos álabes y técnicas de diseño que con flujo incompresible.
- Si $M_1 \cong 1$ y especialmente si $M_1 > 1$ es necesario usar álabes de diseño especial, con borde de entrada afilado. Se emplean en primeros escalones de compresores axiales hasta $M_1 = 1,4$.
- La potencia del ruido emitido va como $\sim M^5$, lo que hace que se busque hacer este parámetro lo más bajo posible. Pero τ_{fl} crece con M también, pues crece con W .

2. Turbinas

- La mayor temperatura de los gases hace bajar M . Al ser un flujo que se acelera no hay tantos problemas como en compresores, pudiendo ser $M > 1$, aunque se procura evitar.

Otros coeficientes adimensionales

Ángulos del flujo: excesivas inclinaciones a la salida de la máquina dificultan el enderezamiento de la corriente para reducir la en. cin., por lo que se pueden usar como variables límite en el diseño.

Como solamente hacen falta 3 coeficientes adimensionales para definir el diagrama simple y hay más de 3, se suelen usar los que sobran para indicar si el diseño es adecuado o bien para completar el diseño del diagrama no simple.

Relaciones para diagrama simple

- Se trata de expresar relaciones del diagrama de velocidades simple de un rotor como función de los parámetros adimensionales Φ , Ψ y R , con $\kappa = 1$.

1. Los ángulos:

$$\frac{\Psi}{2} = \frac{V_{2\theta} - V_{1\theta}}{2U}$$

(3.21)

$$1 - R = \frac{V_{2\theta} + V_{1\theta}}{2U}$$

Sumando miembro a miembro en lugar de restando:

$$\left. \begin{aligned} & -\frac{\Psi}{2} + 1 - R = \frac{V_{1\theta}}{V_z} \frac{V_z}{U} \\ & \frac{V_{1\theta}}{V_z} = \tan \alpha_1 \\ & \frac{V_z}{U} = \Phi \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\frac{\Psi}{2} + 1 - R = \frac{V_{1\theta}}{V_z} \frac{V_z}{U} = \Phi \tan \alpha_1$$

$$\tan \alpha_1 = \frac{\left[-\frac{\Psi}{2} + (1 - R) \right]}{\Phi}$$

$$\tan \alpha_2 = \frac{\left[\frac{\Psi}{2} + (1 - R) \right]}{\Phi}$$

$$V_{1\theta} = W_{1\theta} + U \rightarrow \tan \beta_1 = \frac{W_{1\theta}}{V_z} \frac{U}{U} = \left(\frac{V_{1\theta}}{U} - 1 \right) \frac{1}{\Phi}$$

$$\tan \beta_1 = -\frac{\left[\frac{\Psi}{2} + R \right]}{\Phi}$$

$$V_{2\theta} = W_{2\theta} + U \rightarrow \tan \beta_2 = \frac{W_{2\theta}}{V_z} \frac{U}{U} = \left(\frac{V_{2\theta}}{U} - 1 \right) \frac{1}{\Phi}$$

$$\tan \beta_2 = -\frac{\left[-\frac{\Psi}{2} + R \right]}{\Phi}$$

(3.22)

Relaciones para diagrama simple

2. Los lados:

$$V_1^2 = V_{10}^2 + V_z^2 ; V_2^2 = V_{20}^2 + V_z^2$$

$$W_1^2 = W_{10}^2 + V_z^2 ; W_2^2 = W_{20}^2 + V_z^2$$

Ec. (3.21)

$$\Phi = V_z / U$$

⇒

$$\left(\frac{V_1}{U}\right)^2 = \left[-\frac{\Psi}{2} + (1-R)\right]^2 + \Phi^2$$

$$\left(\frac{V_2}{U}\right)^2 = \left[\frac{\Psi}{2} + (1-R)\right]^2 + \Phi^2$$

$$\left(\frac{W_1}{U}\right)^2 = \left[\frac{\Psi}{2} + R\right]^2 + \Phi^2$$

$$\left(\frac{W_2}{U}\right)^2 = \left[-\frac{\Psi}{2} + R\right]^2 + \Phi^2$$

(3.23)

3. Otra vez los ángulos:

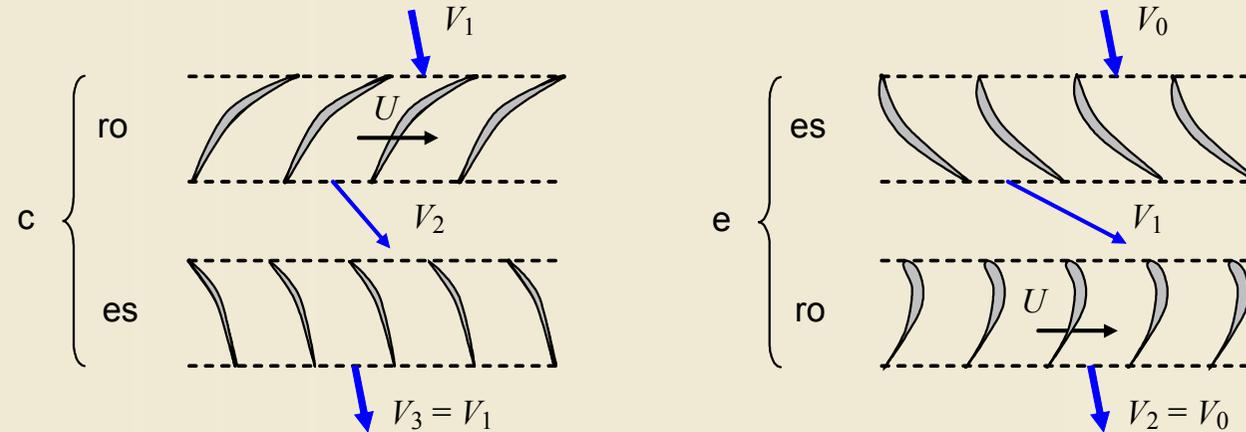
Deflexión en rotor: desarrollando tan como sen/cos, usando el sen y cos de una diferencia y usando las dos últimas ecuaciones en la **Ec. (3.22)**:

$$\tan \varepsilon_{ro} = \tan(\beta_2 - \beta_1) = \frac{\Phi\Psi}{\Phi^2 + R^2 - \left(\frac{\Psi}{2}\right)^2} ; \begin{cases} c: > 0 \\ e: < 0 \end{cases}$$

La deflexión en estator depende de cual se trate. Se calcula con la primera ec. de la **Ec. (3.22)** y conociendo α_0 , o bien la **Ec. (3.24)** si es de repetición (a continuación):

Relaciones para diagrama simple

Escalón de repetición: la velocidad a la salida es idéntica a la de entrada:



En ese caso:

$$\left. \begin{array}{l} c \\ e \end{array} \right\} \tan \varepsilon_{es} = \tan \left\{ \begin{array}{l} \overbrace{\alpha_3} = \alpha_1 \\ \alpha_3 - \alpha_2 \\ \alpha_1 - \underbrace{\alpha_0} \\ \alpha_2 \end{array} \right\} = \tan (\alpha_1 - \alpha_2) = \frac{-\Phi \Psi}{\Phi^2 + (1 - R)^2 - \left(\frac{\Psi}{2}\right)^2}; \quad \left\{ \begin{array}{l} c: < 0 \\ e: > 0 \end{array} \right. \quad (3.24)$$

- Los escalones de repetición se suelen usar entre el 2º y el penúltimo o antepenúltimo, para simplificar el diseño de máquinas multiescalón.
- Obviamente un escalón único con entrada axial puede ser de repetición bastando para ello que la salida sea axial también.

Diseño con diagrama simple

Ejercicio 3.1: Determinar los ángulos del diagrama simple en el radio medio del rotor (1-2) de un escalón de compresor axial dotado de álabes guía (0-1), con los siguientes datos en el punto de diseño: $\Phi = 0,3$; $\Psi = 0,4$; $R = 0,7$. Comprobar los valores resultantes de Ha y DF en rotor y en estator difusor (2-3). Determinar los ángulos de los estatores si la corriente entrante y saliente han de ser axiales. Determinar la deflexión de la corriente en cada etapa. Dibujar los triángulos y los perfiles con $\sigma = c/s = 1$, suponiendo incidencia y desviación nulas.

Solución:

$$\tan \alpha_1 = \frac{\left[-\frac{\Psi}{2} + (1-R) \right]}{\Phi} = 0,333 \Rightarrow \alpha_1 = 18,4^\circ$$

Enunciado: $\alpha_0 = 0$

Etapa de álabes guía aceleradora, pues aumenta la inclinación. $Ha > 1$, cumple obviamente

$$\tan \beta_1 = -\frac{\left[\frac{\Psi}{2} + R \right]}{\Phi} = -3 \Rightarrow -71^\circ$$

$$\tan \beta_2 = -\frac{\left[-\frac{\Psi}{2} + R \right]}{\Phi} = -1,666 \Rightarrow -59^\circ$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{ro} = 12^\circ; \text{ Ecs. (3.22) y (3.23): } Ha_{ro} = \sqrt{\frac{1 + \tan^2 \beta_2}{1 + \tan^2 \beta_1}} = 0,62 < 0,7 \quad (3.25)$$

No cumple.

Diseño con diagrama simple (cont.)

$$\left. \begin{aligned} \tan \alpha_2 &= \frac{\left[\frac{\Psi}{2} + (1-R) \right]}{\Phi} = 1,666 \Rightarrow \alpha_2 = 59^\circ \\ \text{Enunciado: } \alpha_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \varepsilon_{es} = -59^\circ; \quad Ha_{es} = \frac{\sqrt{1 + \overbrace{\tan^2 \alpha_3}^{=0}}}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha_2}} = 0,52$$

No cumple tampoco. 

Comprobemos ahora el diseño con el coeficiente de difusión:

$$DF_{ro} = 1 - \underbrace{\frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2}}_{Ha_{ro}} + \frac{1}{\sigma} \frac{1}{2\sqrt{1 + \tan^2 \beta_1}} |\tan \beta_2 - \tan \beta_1| = 0,53 > 0,45 \quad \rightarrow \text{Riesgo de desprendimiento.}$$

$$DF_{es} = 1 - Ha_{es} + \frac{1}{\sigma} \frac{\left| \overbrace{\tan \alpha_3 - \tan \alpha_2}^{=0} \right|}{2\sqrt{1 + \tan^2 \alpha_2}} = 0,9 \gg 0,45 \quad \rightarrow \text{Desprendida la corriente aunque } \sigma \text{ aumente mucho.}$$

Luego, el escalón es inviable. Se podría tratar de cumplir con Φ mayor.

NOTA: es sorprendente que con $R > 0,5$ el mayor problema esté en el estátor, cuando debería estar en el rotor. Ello se debe a tratar de enderezar completamente la corriente, mientras que en el rotor se recibe inclinada por el efecto beneficioso de los álabes guía, con $\alpha_1 > 0$.

Diseño con diagrama simple (cont.)

Actividad 3.2: En el Ejercicio anterior pruebe valores de Φ mayores para verificar si es posible cumplir con los números Ha y DF . En caso de no llegar con un valor inferior a $\Phi = 0,7$ aumente σ . Dado que el estator parece estar muy lejos de cumplir, asumir un valor de α_3 que haga que cumpla cuando en rotor se logre cumplir.

Actividad 3.3: En el Ejercicio anterior suponga que con una geometría que cumpla con los límites a la difusión, aumenta el caudal hasta llegar a $\Phi = 0,7$ (mayor que el del punto de diseño), pero manteniendo la geometría de álabes obtenida y asumiendo siempre guiado perfecto. Esto es un caso de cálculo de actuaciones fuera del punto de diseño de un escalón.

Determinar en primer lugar que ángulos cambian y cuáles no. Cuantificar los nuevos ángulos. Cuantificar las incidencias partiendo de la base de que las incidencias con el valor de Φ en el punto de diseño anteriormente obtenido son nulas, tal y como indica el enunciado. Determinar los nuevos valores de Ψ y R .

Evaluación de las degradaciones

- **Eficiencia o rendimiento interno:** Cociente entre la potencia y una potencia de referencia, generalmente la isentrópica sobre iguales presiones y energías cinéticas, véase Fig. 3.1.

$$\eta_c = \frac{W_{fl,s}}{W_{fl}} \leq 1 \quad \eta_e = \frac{W_{fl}}{W_{fl,s}} \leq 1$$

- **Rendimiento mecánico:**

$$c: \eta_{m,c} = \frac{W_{fl}}{W_{ex}}$$

$$\text{Conservación de la energía: } \underbrace{W_{ex}}_{>0} = \underbrace{W_{fl}}_{>0} + \underbrace{W_{pm}}_{\substack{\text{Pérdidas} \\ \text{mecánicas} > 0}} \left. \vphantom{\begin{matrix} W_{ex} \\ W_{fl} \\ W_{pm} \end{matrix}} \right\} \rightarrow \eta_{m,c} = 1 - \frac{W_{pm}}{W_{ex}} \leq 1$$

$$e: \eta_{m,e} = \frac{W_{ex}}{W_{fl}}$$

$$\text{Conservación de la energía: } |W_{fl}| = |W_{ex}| + \underbrace{W_{pm}}_{>0} \left. \vphantom{\begin{matrix} |W_{fl}| \\ |W_{ex}| \\ W_{pm} \end{matrix}} \right\} \rightarrow \eta_{m,e} = 1 - \frac{W_{pm}}{|W_{fl}|} \leq 1$$

- **Rendimiento externo:** $\eta_{ex} = \eta \eta_m \begin{cases} \eta_{ex,c} = W_{fl,s} / W_{ex} \\ \eta_{ex,e} = W_{ex} / W_{fl,s} \end{cases}$

Flujos incompresibles

Rendimientos de una bomba (caso con pérdidas de caudal)

- Potencia isentrópica de una bomba de caudal volumétrico Q :

$$\left. \begin{aligned} W_{fl,s} &= \dot{m} \times \frac{\Delta P_t / \rho + g\Delta z}{g\Delta H} \\ \Delta z &= 0; \quad \dot{m} = Q\rho \end{aligned} \right\} \rightarrow W_{fl,s} = Q \rho \frac{\Delta P_t}{\rho} = Q\Delta P_t$$

- En bombas las fugas externas Q_f e internas (recirculaciones) Q_r pueden ser importantes.

Rendimiento volumétrico: $\eta_v = \frac{Q}{Q_{total}} = \frac{Q}{Q + Q_r + Q_f}$

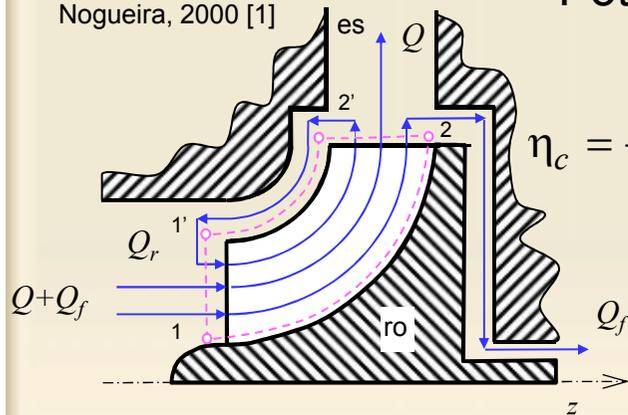
Trabajo p. u. de vol. degradado en el rotor

Fuente: Adaptado de Lecuona y Nogueira, 2000 [1]

Potencia interna: $W_{fl,c} = Q_{total} (\Delta P_{t,ro} + \rho \Delta u_{T,ro})$

Pot. neta reversible

$$\eta_c = \frac{W_{fl,s}}{W_{fl,c}} = \frac{Q \Delta P_t}{Q_{total} (\Delta P_{t,ro} + \rho \Delta u_{T,ro})} = \frac{Q}{Q_{total}} \frac{\Delta P_t}{(\Delta P_{t,ro} + \rho \Delta u_{T,ro})} = \eta_v \eta_h$$



$$\Delta P_t = \Delta P_{t,ro} - \underbrace{\Delta P_{t,es}}_{\text{Degradaciones en el estator} = \Delta u_{T,es}}$$

Rendimiento hidráulico \equiv isentrópico_{tt} de toda la bomba (ro+es)

Rendimiento externo: $\eta_{ex,c} = \eta_c \eta_m = \frac{W_{fl,s,c}}{W_{fl,c}} \frac{W_{fl,c}}{W_{ex}} = \frac{W_{fl,s,c}}{W_{ex}}$

$\eta_v \eta_h$ η_m

Rendimiento mecánico

Rendimientos de una bomba (caso con pérdidas de caudal)

Tal y como se vio en el **Cap. 2**, parte final, La fórmula de Euler da la totalidad del trabajo aportado, por lo que se puede definir un incremento de presión total ficticio (o de altura de impulsión) que lo contabilice, llamado por algunos **incremento de Euler**:

$$\underbrace{\Delta P_{t,ro} + \rho \Delta u_{T,ro}}_{\tau_{fl,v}} = \underbrace{\Delta P_{t,E}}_{\text{Euler}} = \rho g \Delta H_E = \rho \underbrace{\kappa \Delta_{ro}}_{\Delta_{1 \rightarrow 2}} \overbrace{(UV_\theta)}^{\tau_{fl}} \Rightarrow \Delta H_E = \frac{\kappa \Delta_{ro} (UV_\theta)}{g}$$

Con ello, el rendimiento hidráulico antes definido, queda como:

$$\eta_h = \frac{\Delta P_t}{\underbrace{\Delta P_{t,ro} + \rho \Delta u_{T,ro}}_{\Delta P_{t,E}}} = \frac{\Delta P_{t,ro} - \overbrace{\rho \Delta u_{T,es}}^{\text{Aguas abajo del rotor}}}{\Delta P_{t,ro} + \rho \Delta u_{T,ro}} = \frac{\cancel{\rho g} \Delta H}{\cancel{\rho g} \Delta H_E} = \frac{\overbrace{H}}{H_E}$$

Obviando escribir los incrementos ec. (5tris)

El incremento de altura hidráulica de Euler, y el de presión de remanso correspondiente, nunca se manifiestan del todo, pues ya en el rotor aparecen las degradaciones.

NOTA: Comparando el rendimiento isentrópico con el hidráulico, viene a ser total a total.

Flujos compresibles, rendimiento isentrópico de una TM

- Usa como referencia el salto isentrópico entre iguales presiones totales, sin fugas y adiabática. Entrada I , salida II , Figura 3.1 en p. 23.

$$\eta_{tt,c} = \frac{W_{fl,s}}{W_{fl}} = \frac{\dot{m} \overbrace{(h_{St,s} - h_{Et})}^{\tau_{fls}}}{\dot{m} \underbrace{(h_{St} - h_{Et})}_{\tau_{fl}}} = \frac{h_{St,s} - h_{Et}}{h_{St} - h_{Et}} \leq 1 \quad \eta_{tt,e} = \frac{W_{fl}}{W_{fls}} = \frac{\dot{m} \overbrace{(h_{St} - h_{Et})}^{\tau_{fl}}}{\dot{m} \underbrace{(h_{St,s} - h_{Et})}_{\tau_{fl,s}}} = \frac{\overbrace{h_{St} - h_{Et}}^{h=h(P,T)}}{h_{St,s} - h_{Et}} \leq 1 \quad (3.26)$$

1. Máquinas compresoras (c): con gas ideal caloríficamente perfecto (gicp):

$$W_{fl,s} = \dot{m}(h_{St,s} - h_{Et}) = \dot{m}\bar{c}_{ps}(T_{St,s} - T_{Et}) = \dot{m}\bar{c}_{ps}T_{Et} \overbrace{(T_{St,s}/T_{Et} - 1)}^{\text{Isentrópica}} = \dot{m}\bar{c}_{p,s}T_{Et} \left[\underbrace{(P_{St}/P_{Et})^{(\gamma-1)/\gamma}}_{\substack{\pi_{Et,St} \\ \text{Relación de} \\ \text{presiones}}} - 1 \right]$$

$$W_{fl,c} = \dot{m} \overbrace{(h_{St} - h_{Et})}^{\tau_{flc}} = \dot{m}\bar{c}_p(T_{St} - T_{Et}) = \dot{m}\bar{c}_pT_{Et}(T_{St}/T_{Et} - 1)$$

$$\eta_{tt,c} = \frac{\dot{m}\bar{c}_{p,s}T_{Et} \left(\pi_{Et,St}^{(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right)}{\dot{m}\bar{c}_pT_{Et} \left(T_{St}/T_{Et} - 1 \right)} = \frac{\pi_{Et,St}^{(\gamma-1)/\gamma} - 1}{\underbrace{T_{St}/T_{Et} - 1}_{\substack{\text{Evolución} \\ \text{real irrev.}}}} \Rightarrow T_{St} = T_{Et} \left[1 + \frac{\pi_{Et,St}^{(\gamma-1)/\gamma} - 1}{\eta_{tt,c}} \right] \quad (3.27)$$

Flujos compresibles, rendimiento isentrópico (cont.)

2. Máquinas expansoras (e): entrada I , salida II , gicp, Figura 1 en p. 20.

$$\eta_{tt,e} = \frac{h_{Et} - h_{St}}{h_{Et} - h_{St,s}} \approx \frac{T_{Et} - T_{St}}{T_{Et} - T_{St,s}} = \frac{1 - T_{St} / T_{Et}}{1 - \underbrace{\frac{\pi_{St,Et}}{P_{Et} / P_{St}}}_{>1}}^{-\frac{(\gamma-1)}{\gamma}} \Rightarrow T_{St} = T_{Et} \left[1 - \eta_{tt,e} \left(1 - \pi_{St,Et}^{-(\gamma-1)/\gamma} \right) \right] \quad (3.28)$$

- El rendimiento se obtiene midiendo presiones y temperaturas totales a la entrada y salida, Ec. 3.26.
- Cuando se conoce o estima el rendimiento, con él es posible calcular la temperatura de salida, Ec. 3.28.
- En el Cap. 6 de Lecuona y Nogueira, 2000 [1], se dan valores orientativos del rendimiento. Pero, el rendimiento isentrópico no resulta adecuado porque **al acumular escalones (aumentar la relación de presiones) de igual rendimiento isentrópico resulta una máquina de rendimiento isentrópico distinto**. Por ello conviene definir un rendimiento que no resulte sensible a la relación de presiones. Así los datos resultan mas generales. Este rendimiento se denomina **politrópico**.

Rendimiento isentrópico total a estático

- La conversión de la energía cinética, considerada inútil generalmente, en **aumento de presión** a la salida de una turbomáquina es a menudo necesaria, empleando un difusor. Como mucho se logra convertir un 80%, véase **Cap. 5 de Lecuona y Nogueira, 2000**.
- Una máquina que de salida al flujo con una gran velocidad daría un rendimiento total a total elevado, al estar incluida la energía cinética en la presión total, no reflejando la necesidad de difundir.
- Para evitar esto, en el rendimiento isentrópico se usa la presión estática real a la salida P_S , tomándola como común al proceso real y al ideal, en lugar de la total, dando nacimiento al **rendimiento isentrópico total a estático** η_t .
- Si la máquina no deja energía cinética apreciable a su salida: $P_S = P_{St}$.
- Su uso es útil en máquinas enteras o últimos escalones.
- En escalones intermedios no tiene utilidad pues la energía cinética es conveniente para el siguiente escalón, evitando valores de Φ insuficientes.

En lugar de $T_{St,s}$ Relación de presiones total a estático

$$\eta_{t,c} = \frac{T_{S,s} - T_{Et}}{T_{St} - T_{Et}} = \frac{\overbrace{\left(\frac{P_S}{P_{Et}}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}}^{\pi_{Et,S}} - 1}{T_{St}/T_{Et} - 1} \leq \eta_{tt,c}$$

gicp: {

$$\eta_{t,e} = \frac{T_{It} - T_{II,t}}{T_{It} - \underbrace{T_{II,s}}_{\pi_{II,It}}} = \frac{1 - T_{II,t}/T_{It}}{1 - \left(\frac{P_{It}}{P_{II}}\right)^{-(\gamma-1)/\gamma}} \leq \eta_{tt,e}$$

En lugar de $T_{St,s}$

Actividad 3.4: obtenga una relación entre η_t y η_{tt} en la que aparezca M_S para c y e.

Rendimiento politrópico

- **Evolución politrópica** entre dos estados *I* y *II* (estáticos o de remanso), representa con una evolución reversible una evolución real (salto), usando un exponente arbitrario *n*:

$$\left. \begin{array}{l} P_E v_E^n = P_S v_S^n \Rightarrow n = \frac{\ln(P_S / P_E)}{\ln(v_E / v_S)} \\ \text{gi: } \frac{v_E}{v_S} = \frac{T_E}{T_S} \frac{P_S}{P_E} \end{array} \right\} \Rightarrow l = \frac{n}{n-1} = \frac{\ln(P_S / P_E)}{\ln(T_S / T_E)} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n = \frac{l}{l-1} \\ \frac{dT}{T} = \frac{n-1}{n} \frac{dP}{P} \end{array} \right.$$

Rendimiento politrópico de una compresión. Descompongamos la evolución (salto) en pasos diferenciales de igual rendimiento isentrópico, que llamaremos **rendimiento politrópico** η_{∞} :

$$\left. \begin{array}{l} \eta_{\infty, c} = \frac{dT_{t,s}}{dT_t} = \text{cte.} \\ \text{gicp: } \frac{dT_{t,s}}{T_t} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{dP_t}{P_t} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{dT_t}{T_t} = \frac{\gamma-1}{\underbrace{\eta_{\infty, c} \gamma}_{\frac{n-1}{n}}} \frac{dP_t}{P_t} \left\{ \Rightarrow \eta_{\infty, c} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{n}{n-1} \right.$$

Por similitud, pero ojo *n* es distinto si se consideran variables estáticas.

(3.29)

Esto, que es válido para una evolución diferencial, vale igualmente para una finita, si η_{∞} es constante, al ser γ constante y por ello compatible con $n = \text{cte.}$

Rendimiento politrópico e isentrópico gicp

La relación entre rendimiento isentrópico y politrópico se logra usando la evolución politrópica para un número arbitrario de escalones:

$$\eta_{tt,c} = \frac{T_{St,s} / T_{Et} - 1}{\underbrace{T_{St} / T_{Et}}_{(P_{St} / P_{Et})^{\frac{n-1}{n}}} - 1} = \frac{\overbrace{\pi_{EtSt}^{(\gamma-1)/\gamma}}^{(P_{St} / P_{Et})} - 1}{\underbrace{(P_{St} / P_{Et})^{\frac{\gamma-1}{n}}}_{\pi_{Et,St}^{\eta_{\infty tt,c} \gamma}} - 1} \leq \eta_{\infty tt,c} \quad (3.30)$$

Rendimiento politrópico de una expansión. Descompongamos la evolución en pasos elementales de igual rendimiento isentrópico, que llamaremos **rendimiento politrópico**:

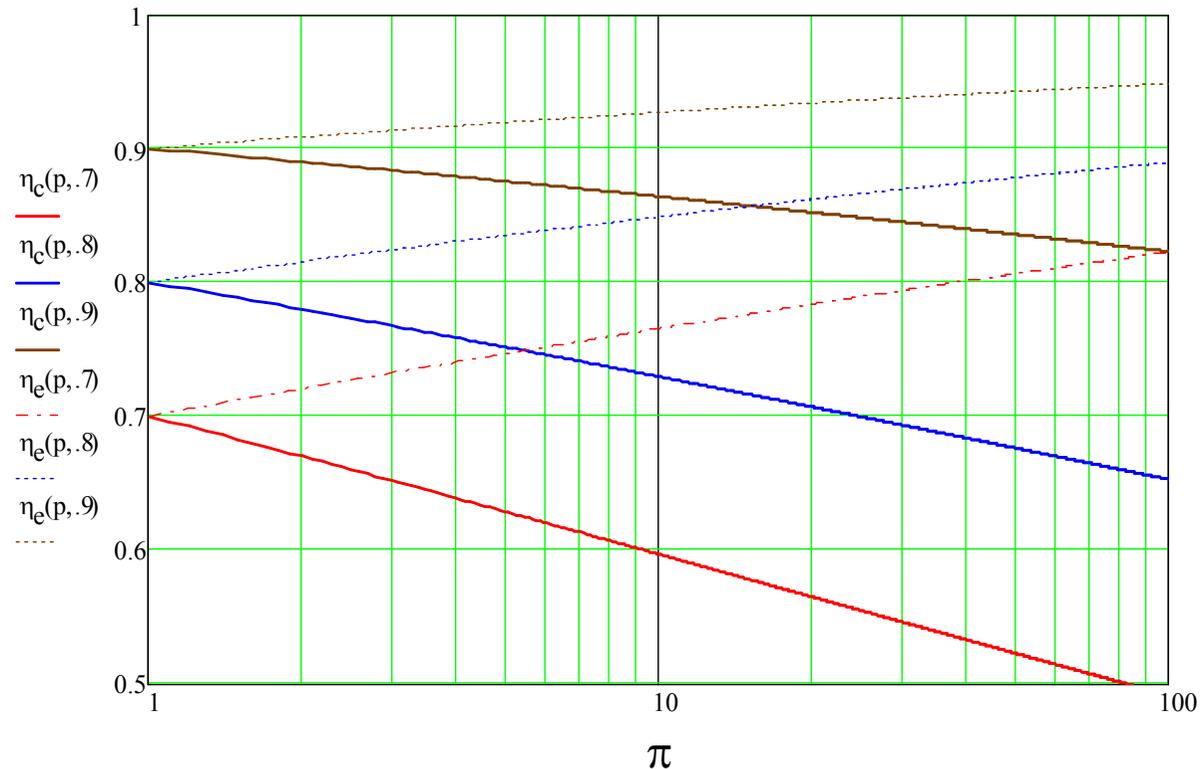
$$\frac{n-1}{n} = \eta_{\infty tt,e} \frac{\gamma-1}{\gamma} \implies \eta_{tt,e} = \frac{\overbrace{(P_{St} / P_{Et})^{\frac{n-1}{n}}}_{T_{St} / T_{Et}} - 1}{T_{St,s} / T_{Et} - 1} = \frac{1 / \pi_{St,Et} \overbrace{(P_{St} / P_{Et})^{\eta_{\infty tt,e} (\gamma-1)/\gamma}} - 1}{\underbrace{(P_{St} / P_{Et})^{(\gamma-1)/\gamma}}_{1 / \pi_{St,Et}} - 1} \geq \eta_{\infty tt,e} \quad (3.31)$$

Actividad 3.5: Obtenga la expresión de n como función de: γ , del rendimiento isentrópico y de π . Aplíquelo a la expansión en una turbina con $\gamma = 1,3$; $\eta_{tt} = 0,85$ y $\pi = 4$.

Rendimiento isentrópico vs. politrópico

Coinciden
para $\pi = 1$

Figura 3.2



Rendimiento isentrópico (indistinto si es t o tt) como función de la relación de compresión, para un compresor c (línea llena) y como función de la relación de expansión para una turbina e (línea discontinua), con rendimiento politrópico constante e igual a 0,7; 0,8 y 0,9.

Efectivamente, se comprueba que al variar π con igual η_∞ , **η cambia!**, aumentando en turbinas y disminuyendo en compresores. La causa es el **recalentamiento**, véase [Lecuona y Nogueira, 2000 \[1\]](#).

Rendimiento politrónico vs. isentrónico

Ejercicio 3.2: Una turbina está compuesta de dos grupos. El grupo de alta presión expansiona desde 20 bares hasta 5 bares y el grupo de baja presión expansiona de 5 bares hasta 1 bar, ambos con un rendimiento isentrónico de 0,7 (al ser por grupo será η_{tt}). Suponiendo un valor medio $\gamma = 1,33$, se pide calcular el rendimiento isentrónico de la turbina completa.

Solución: Llamando It y $IIIt$ a las condiciones totales de entrada y salida respectivamente del grupo de alta y llamando $IIIIt$ y $IIIIIt$ a las correspondientes del grupo de baja, la expresión del rendimiento isentrónico de toda la turbina es:

$$\eta_{tt,e} = \frac{\Delta h_t}{\Delta h_{t,s}} = \frac{h_{IIIIt} - h_{It}}{h_{IIIIIt,s} - h_{It}} = \frac{T_{IIIIt} - T_{It}}{T_{IIIIIt,s} - T_{It}} = \frac{T_{IIIIt} / T_{It} - 1}{T_{IIIIIt,s} / T_{It} - 1} = \frac{T_{IIIIt} / T_{It} - 1}{\pi_{It,IIIIt}^{-(\gamma-1)/\gamma} - 1} = \frac{(T_{IIIIt} / T_{IIIt})(T_{IIIt} / T_{It}) - 1}{(\pi_{It,IIIt} \pi_{IIIt,IIIIIt})^{-(\gamma-1)/\gamma} - 1}$$

En esta expresión, las relaciones de expansión son conocidas, pero han de calcularse las relaciones de temperaturas haciendo uso del dato de rendimiento isentrónico de cada uno de los grupos:

$$T_{IIIt} / T_{It} = 1 + \eta_{tt,e} \left(\pi_{IIIt,It}^{-(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right) = 0,7963; \quad T_{IIIIIt} / T_{IIIt} = 1 + \eta_{tt,e} \left(\pi_{IIIIIt,IIIt}^{-(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right) = 0,7695$$

Sustituyendo estos valores en la expresión del rendimiento de toda la turbina, obtenemos:

$$\eta_{tt,e} = \frac{(T_{IIIIIt} / T_{IIIt})(T_{IIIt} / T_{It}) - 1}{(\pi_{IIIt,It} \pi_{IIIIIt,IIIt})^{-(\gamma-1)/\gamma} - 1} = \frac{(0,7695)(0,7963) - 1}{\left(\frac{20}{5} \frac{5}{1}\right)^{-(1,33-1)/1,33} - 1} = \frac{-0,4096}{-0,5245} = 0,738$$

Comentarios: El rendimiento de toda la turbina resulta superior al de los dos grupos.

El que ambos grupos den el mismo rendimiento isentrónico no significa que tengan el mismo rendimiento politrónico, pues operan con relaciones de expansión diferentes. El grupo de mayor relación de expansión tendrá obviamente un rendimiento politrónico mayor. **Se sugiere comprobar esta afirmación, que se deja como Actividad 3.6 de auto-aprendizaje.**

Rendimiento politrópico vs. isentrópico

Ejercicio 3.3: Compare los siguientes dos compresores de aire:

Compresor 1: $\pi_{I_t,II} = 1,5$; $\eta_{t,c} = 0,69$

Compresor 2: $\pi_{I_t,II} = 3$; $\eta_{t,c} = 0,64$

Solución: Suponiendo que comprimen aire en condiciones próximas a la atmosférica y dada la moderada relación de compresión, podemos suponer $\gamma = 1,4$.

Entrando con estos valores en la **Figura 3.2**, el compresor 1 queda ligeramente por encima de la curva de rendimiento politrópico 0,7, mientras que el compresor 2 queda ligeramente por debajo, por lo que podemos decir que es peor el segundo. No obstante calculemos sus rendimientos politrópicos usando la expresión obtenida de la **Ec. (3.30)** :

$$\eta_{\infty t,c} = \frac{\ln \pi_{I_t,II}^{(\gamma-1)/\gamma}}{\ln \left(\frac{\pi_{I_t,II}^{(\gamma-1)/\gamma} - 1}{\eta_{t,c}} + 1 \right)} = \begin{cases} 0,7069 & \text{para el compresor 1} \\ 0,6899 & \text{para el compresor 2} \end{cases}$$

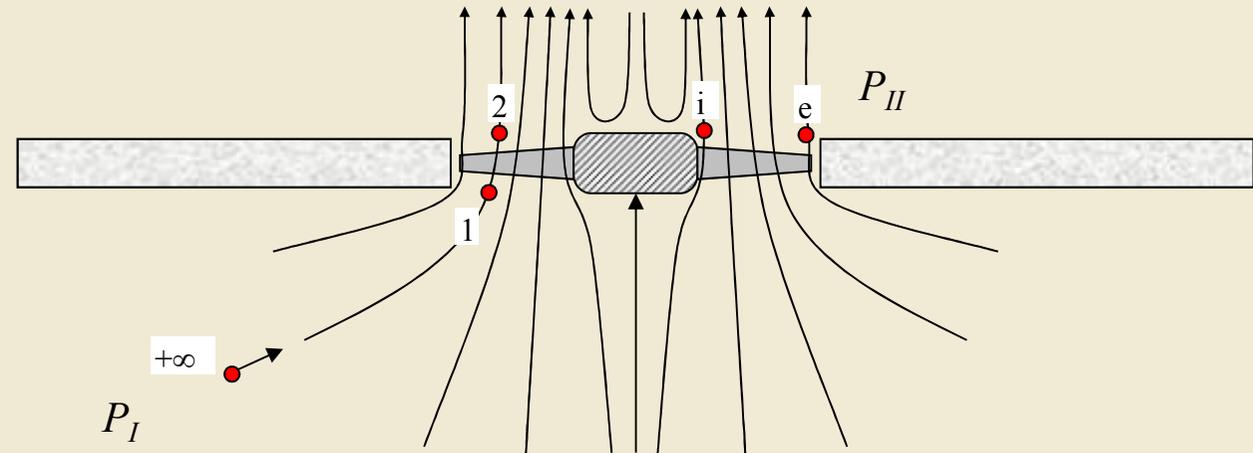
... como queríamos demostrar.

- Obsérvese que P_{1t} en un compresor suele coincidir con P en la cámara plena de entrada al ser la aceleración bastante próxima a una isentrópica.

Acople de turbomáquinas

El acople se concreta en la continuidad en P , T , V y conservación de la masa y de la energía.

- Acople subsónico con la entrada y la salida

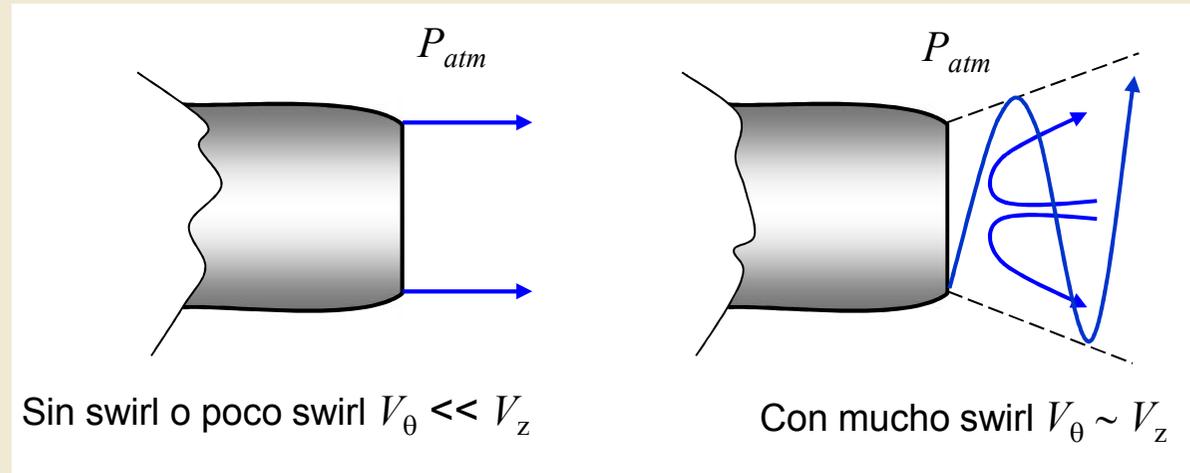


Sección meridiana de las líneas de corriente a través de un ventilador axial de pared, mostrando la aspiración convergente de un recinto remansado, de $+\infty$ a 1 con $P_t = P_I$ constante y la estructura de chorro libre cilíndrico, eventualmente con swirl (no indicado), corriente abajo con presión en la periferia $P_e = P_{II}$; hueco por la estela del cuerpo central. En ella se engendra arrastre por la parte interior del chorro coaxial, el cual origina una recirculación de fluido. De 1 a 2 aumenta P_t . De 2 a $-\infty$ cae P_t por la degradación turbulenta, mientras que P es homogénea, salvo campo centrífugo, que hace $P_i < P_e$.

Si hay velocidad del fluido hacia la turbomáquina en lugar de atmósfera remansada, la convergencia de las líneas de corriente se reduce y podría llegar a ser divergencia, véase la toma dinámica de un turborreactor.

Acople de turbomáquinas

- Acople con la salida



- Acople subsónico: en la periferia del chorro $P_{chorro,e} = P_{atm}$
- Acople supersónico: $P_{chorro,e} \neq P_{atm}$
- Si el chorro a la salida tiene swirl:
 - Si es poco, en el centro del chorro hay $P < P_{atm}$ pero es como si no hubiera.
 - Si tiene mucho swirl puede llegar a abrirse tomando forma cónica. Se debe a que la succión creada en el eje por efecto del gradiente centrípeto de presión atrae fluido del entorno, el cual fluye en sentido inverso al chorro haciendo que se abra, véase la transparencia anterior.

Reparto entre escalones

- El salto de presión necesario ¿Cómo repartirlo entre escalones?.
- Cuantos escalones hacen falta?, asumamos que son Z en número.

$$\text{Equilibrio mecánico: } \Delta P = \sum_{J=1}^{J=Z} \Delta P_J$$

$$\text{Equilibrio térmico: } \Delta T = \sum_{J=1}^{J=Z} \Delta T_J$$

- En máquinas compresoras hay un límite al aumento de presión (ΔH ó π) en cada escalón por **desprendimiento** de la corriente. Al ocurrir este fenómeno las degradaciones aumentan bruscamente a valores inaceptables y los compresores fallan en su misión de comprimir (“stall”, “surge” o bombeo).
- En turbinas la caída de presión (ΔH ó π) puede ser bastante mayor en valor absoluto que en máquinas compresoras, con el único efecto que las degradaciones aumentan progresivamente, sufriendo la eficiencia.
- En turbinas hidráulicas el límite lo da la cavitación; esto es, la aparición de burbujas de vapor por exceso de velocidad relativa a los álabes, al igual que en hélices de barco o bombas.

Reparto entre escalones de compresor axial

$$\left. \begin{aligned} \text{gicp: } \eta_J &= \frac{\Delta T_{J,s}}{\Delta T_J} = \frac{T_{J+1,s} - T_J}{T_{J+1} - T_J} = \frac{\pi_J^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{T_{J+1}}{T_J} - 1} \\ \text{Pequeña compresión por escalón:} \\ \pi_J &= \frac{P_{J+1}}{P_J} = 1 + \frac{\Delta P_J}{P_J} \\ \frac{T_{J+1}}{T_J} &= 1 + \frac{\Delta T_J}{T_J} \\ \frac{P}{\rho} &= R_g T \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{\Delta T_J}{T_J} = \frac{\left(1 + \frac{\Delta P_J}{P_J}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_J} \approx \frac{\gamma-1}{\gamma \eta_J} \frac{\Delta P_J}{P_J} \rightarrow \Delta T_J \approx \frac{\gamma-1}{\gamma \eta_J} \frac{\Delta P_J}{R_g \rho_J}$$

Expresión equivalente a la **Ec. (3.29)** si el salto fuera infinitesimal

Límite en compresores a M bajos dado por la pres. dinámica (equivalente a un Ψ límite para igual Φ y R), $\alpha_J = 0$:

$$\left. \begin{aligned} 0 > \Delta P_J &= \frac{1}{2} \rho_J W_J^2 |C_{pmax}| \\ W_J^2 &= V_{zJ}^2 + U_J^2 \approx \text{cte.} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\Delta P_J}{\rho_J} \approx \text{cte.}$$

$\Rightarrow \Delta T_J \approx \text{cte.}$ a lo largo de los escalones. Luego, **el aumento de temperatura necesario se divide por el que puede realizar un escalón** y de ello se obtiene Z . Equivale a especificar Ψ para un cierto Φ .

Sin embargo, $M_{1,rel} = \frac{W_1}{\sqrt{\gamma R_g (T_1)_I}}$ es máximo en el 1^{er} escalón (I), dificultando su diseño.

Para la definición de C_p véase el **Cap. 1**

Reparto entre escalones de compresor axial

Ejercicio 3.4: Determinar el número de escalones necesarios en un compresor axial que aspira de la atmósfera a 300 K y tiene una relación de presiones $\pi_{tt} = 4$. El límite de carga de cada escalón se establece en $\Psi = 0,3$ y en el radio medio la velocidad de arrastre está limitada a 300 m/s. Asíumase un $\eta_{tt} = 0,8$.

Solución: Se asume gas ideal caloríficamente perfecto $\gamma = 1,4$. Aumento máximo de temperatura por escalón usando Ψ :

$$\left. \begin{aligned} \tau_{fl} = \Delta h_t = \Psi U_m^2 &\Rightarrow \Delta T_t = \frac{\Psi U_m^2}{c_p} \\ c_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R_g \\ R_g = \frac{R}{PM} = \frac{8,314 \text{ J/molK}}{28,98 \text{ g/mol}} = 0,297 \frac{\text{J}}{\text{gK}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow c_p = 1,005 \frac{\text{J}}{\text{gK}} \Rightarrow \Delta T_t = \frac{0,3(300 \text{ m/s})^2}{1,005 \text{ m}^2 / \text{s}^2} \text{ K} = 26,9 \text{ K}$$

Aumento de temperatura a través de todo el compresor:

$$\Delta T_{IZt} = T_{1t} \frac{\pi_{tt}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_{tt}} = 300 \text{ K} \frac{4^{\frac{1,4-1}{1,4}} - 1}{0,8} = 182 \text{ K}$$

Asumiendo el mismo aumento de T_t en cada escalón: $Z = \frac{\Delta T_{IZt}}{\Delta T_t} = \frac{182}{26,9} = 6,8$

Resultando necesarios 7 escalones. Queda un margen para descargar el primer escalón para el cual M es mayor, al ser menor la temperatura en él.

Reparto entre escalones de turbina axial¹

¹ No se hacen turbinas centrípetas multiescalón

- La expansión en los estatores proporciona una temperatura y una presión antes del rotor [en Lecuona y Nogueira, 2000 [1] es $(J+1)/2$]:

gicp: Ec. (3.14) $\Rightarrow \frac{T_1}{T_{0t}} = f_T(M_1, \gamma)$; Ec. (3.15), pero con evolución real $\frac{P_1}{P_{0t}} = f_P(M_1, \gamma, \eta_{0t-1})^*$

- En condiciones de diseño, los números de Mach M_0 y M_1 a la entrada y salida del estator para los distintos escalones suele ser el mismo. También el Mach relativo a la salida del rotor $M_{2,rel}$ suele ser el mismo para los distintos escalones; así como Φ , Ψ y R , si no se cambia de diseño de un escalón a otro. Asumiendo diagrama simple por sencillez (dsv):

$$\frac{T_{2t}}{T_{0t}} = \underbrace{\frac{T_{2t}}{T_2}} \times \underbrace{\frac{T_2}{T_{1t,rel}}}_{f_T(M_{2,rel})} \times \underbrace{\frac{T_{1t,rel}}{T_1}}_{f_T(M_{1,rel})} \times \underbrace{\frac{T_1}{T_{0t}}}_{f_T(M_1)} ; M_{1,rel} = \frac{W_1}{a_1} = \frac{\overbrace{f(\Phi, \Psi, R)}^{dsv} \frac{V_1}{U}}{U} \times \underbrace{\frac{a_1}{M_1}}_{Ec. (3.23)} ; \text{luego: } \frac{T_2}{T_0} = \frac{T_{2t}}{f_T(M_2)} \frac{f_T(M_0)}{T_{0t}} ; M_2 = \frac{\overbrace{f'(\Phi, \Psi, R)}^{dsv} \frac{W_2}{U}}{U} \times \underbrace{\frac{a_2}{M_{2,rel}}}_{Ec. (3.23)}$$

- En consecuencia: $\frac{T_2}{T_0} = f(M_0, M_1, M_{2,rel}, \Phi, \Psi, R) \Rightarrow$ y añadir η_{0-3} para $\frac{P_2}{P_0}$ luego, es igual \forall escalón.
- Por lo tanto, el cociente de temperaturas (estáticas o de remanso) y de presiones (estáticas o de remanso) se mantiene de escalón a escalón. El reparto aproximado es entonces:

* Véase asuntos avanzados, al final $\frac{T_J}{T_{J+1}} = \left(\frac{T_I}{T_Z} \right)^{1/Z} ; \text{ igual } \eta \Rightarrow \frac{P_J}{P_{J+1}} = \pi_J = \pi^{1/Z} \quad (3.32)$

Reparto entre escalones de turbina axial

Ejercicio 3.5: El grupo de alta presión de la turbina K-800-240 recibe vapor a 22,33 MPa y 560 °C medidos en la cámara plena de alimentación. Si la presión en la cámara plena de salida es 3,9 MPa, determinar las presiones y temperaturas inter-escalón, si el número de ellos es $Z = 5$ (A. V. Schegliaiev “Turbinas de Vapor”, ed. Mir, 1985).

Solución: Para aplicar la Ec. (3.32) es necesario conocer la temperatura de salida. Asumiendo que no hay condensación y con un valor aproximado de $\gamma = 1,33$ y un rendimiento isentrópico total a total estimado de 0,85, es:

$$\text{Ec. (3.31)} \Rightarrow T_{It} = T_{1t} \left[1 - \eta_{tt,e} \left(1 - \pi_{It,1t}^{-(\gamma-1)/\gamma} \right) \right] = 833 \text{ K} \left[1 - 0,85 \left(1 - \left(\frac{22,33}{3,9} \right)^{-(1,33-1)/1,33} \right) \right] = 584 \text{ K}$$

$$\frac{T_{(J+1)t}}{T_{Jt}} = \left(\frac{T_{1t}}{T_{Zt}} \right)^{-1/Z} = \left(\frac{833}{584} \right)^{-1/5} = 0,9314 ; \quad \frac{P_{(J+1)t}}{P_{Jt}} = \pi_{tt}^{-1/Z} = \left(\frac{22,33}{3,9} \right)^{-1/5} = 0,706$$

	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	Salida
P_t [Mpa]	22,33	15,77	11,13	7,86	5,55	3,9
T_t [K]	833	776	723	673	627	584

Combinación de la transferencia de trabajo, de energía y eficiencia

- Es posible determinar ΔP si se conocen las degradaciones \equiv rendimiento.
- Ejemplo: máquina compresora: rotor, $1 \rightarrow 2$; escalón, $I \rightarrow II$.

Escalón sin fugas

Ecuación de Euler: $\tau_{fl,c} = \kappa(V_{2\theta}U_2 - V_{1\theta}U_1)$

Balance de energía: $\tau_{fl,c} = h_{2t} - h_{1t}$

Rend. isentróp.

de todo el escalón

gicp, Ec. (3.26)

$$\left. \begin{array}{l} \tau_{fl,c} = \frac{c_p T_{It} \left[\pi_{It,II}^{(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right]}{\eta_{tt,c}^{I \rightarrow II}} \end{array} \right\} \Rightarrow \kappa(V_{2\theta}U_2 - V_{1\theta}U_1) = \frac{c_p T_{It} \left[\pi_{It,II}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]}{\eta_{tt,c}^{I \rightarrow II}} \quad (3.33)$$

Ejemplo: Compresor axial sin álabes-guía, línea media dsv,

(3.34)

$$\left. \begin{array}{l} V_{1\theta} = 0 \\ V_{2\theta} = W_{2\theta} + U \\ \tan \beta_2 = \frac{W_{2\theta}}{U} \frac{U}{V_z} \end{array} \right\} \Rightarrow V_{2\theta} = U(1 + \Phi \tan \beta_2) \left. \right\} \Rightarrow \pi_{It,II} = \left[1 + \frac{\tau_{fls,c}}{c_p T_{1t}} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

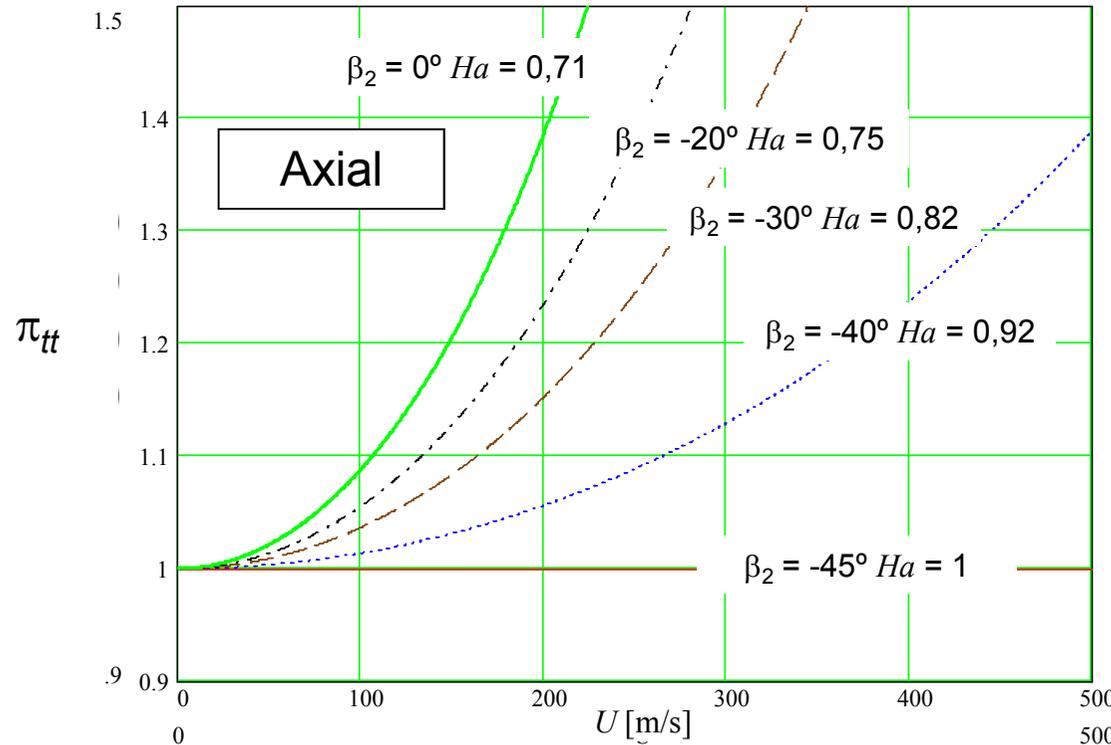
$$\Rightarrow \pi_{It,II} = \left[1 + \frac{\eta_{tt,c}^{I \rightarrow II} \kappa U^2 (1 + \Phi \tan \beta_2)}{c_p T_{1t}} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Rápidamente creciente con U . Decreciente con T_{1t} . Ha de destacarse que para la π de todo el escalón ha de considerarse η de todo el escalón, $I \rightarrow II$, a tal efecto ver el estudio de la bomba, p. 44. Véase que se ha usado β_2 que es constante al variar Φ . Comparar esta expresión con la Ec. (2.5) del Cap. 2, p. 50.

Relación de compresión de un compresor axial (línea media)

$$T_{1t} = 300 \text{ K}; \gamma = 1,4; \eta_{tt,c} = 0,7; \kappa = 1,05; \text{aire: } c_p = 10^3 \text{ m}^2/(\text{s}^2 \text{ K}); \Phi = 1$$

De Ec. (3.34):



Para $\alpha_1 = 0$:

- Se indica el valor de Ha , Ec. (3.25).
- Se alcanza $M_{1rel} = 0,8$ para $U = 192$ m/s y $T_1 = 288$ K

Conclusión: Es difícil obtener relaciones de compresión superiores a 1,4 en un escalón axial, por límite en Ha y $M_{1rel} = \sqrt{[V_{1z}^2 + (V_{1\theta} - U)^2] / (\gamma R_g T_1)}$

Actividad 3.7: estudiar la Ec. (3.33) aplicada a compresores centrífugos sin álabes guía. Estudiar la causa de que se pueda en un solo escalón llegar a $\pi \cong 2$ y con prototipos avanzados hasta $\cong 4$ en algún caso.

Preguntas de autoevaluación

1. ¿Exige la ecuación de Bernoulli que el flujo sea reversible?
2. La ecuación de balance de energía dice que en condiciones estacionarias, sin la acción de fuerzas que deriven de un potencial y en una evolución adiabática, se mantiene constante $c_p T + V^2/2$, ¿para que tipo de fluido se cumple esto?
3. El trabajo aplicado al flujo en una TM real ¿se emplea para aumentar la presión total exclusivamente?
4. La operación de una turbina hidráulica real operando normalmente ¿origina calentamiento del agua que fluye a su través?
5. La ecuación de la energía aplicada a una TM convencional a través de la cual fluye un gas dice que el trabajo aplicado se invierte en aumentar la temperatura total ¿Cómo se determina el salto de presión?
6. ¿Es posible medir, con una sonda, la presión estática moviéndola a la misma velocidad que el fluido?
7. ¿Para un diagrama simple de velocidades es necesario que el escalón sea axial?
8. ¿Qué es un escalón de repetición?
9. Expresa matemáticamente el grado de reacción de un escalón axial con entrada axial. ¿Qué valores puede tomar?
10. ¿Por qué está limitado el coeficiente de carga de un escalón de compresión?
11. ¿Está limitado el coeficiente de flujo de un escalón?
12. ¿Cuando son adiabáticas las evoluciones politrópicas?
13. ¿Por qué es más útil el uso del rendimiento politrópico que el isentrópico para comparar máquinas?
14. Sea un compresor axial multiescalón con incremento de temperatura igual en cada uno de ellos ¿Cuál tiene más relación de presiones, los primeros o los últimos?
15. Se puede deducir que separarse de $R = 0,5$ es negativo para la eficiencia de una TM. ¿Por qué se diseñan máquinas con R alto?
16. ¿El número de De Haller es aplicable a turbinas?

Preguntas de autoevaluación

17. ¿La presión total relativa puede aumentar dentro del rotor de un compresor axial?
18. ¿La temperatura total relativa como varía dentro de un rotor de un rotor axial?
19. ¿y dentro de un rotor centrífugo?
20. A menudo se habla de pérdidas de presión de remanso (o total), pero en realidad no se pierde nada en el sentido de que se fugue ¿Qué ocurre en realidad?.
21. Observando la forma de los álabes de rotor de la turbina mostrada en la foto de la última página, indique si el coeficiente de reacción pudiera estar en torno a 0,5 en la raíz y en la punta del álabes.
22. ¿El rendimiento total a estático es siempre mayor que el total a total?
23. Una turbina Pelton ¿es de acción o de reacción?, véase [Cap. 1](#).
24. Obtenga un valor aproximado del salto de temperatura a través de un escalón axial que tome aire de la atmósfera en condiciones normales de presión y temperatura atmosféricas.
25. En un compresor axial industrial multiescalón convencional, operando normalmente, ¿quien tiene mayor π , los primeros o los últimos escalones?.

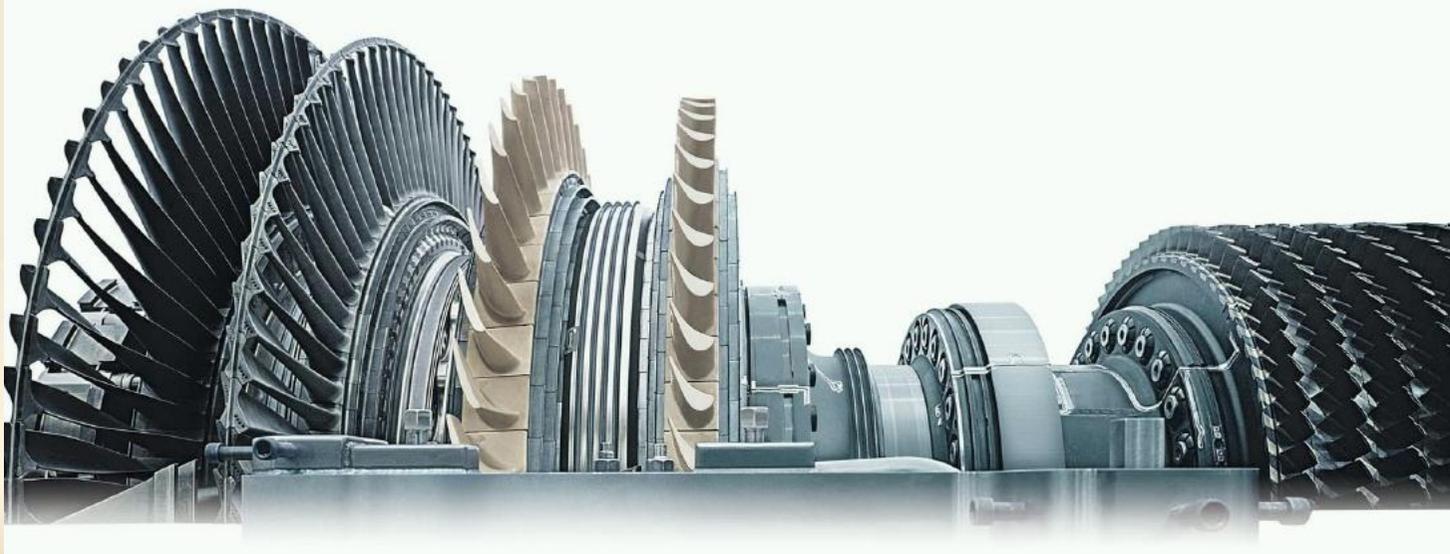
Resumen

1. La ecuación de la energía para un VC globalmente cuasi-estacionario, que incluye rotores y estatores, en flujo adiabático nos dice que el trabajo aportado se invierte en aumentar la entalpía total y la energía potencial.
2. La aplicación a un flujo incompresible permite extraer el trabajo que se degrada, por éste servir tan solo para aumentar la energía interna, cuyo nivel no afecta a la presión. La proporción de trabajo no degradado lo da el rendimiento hidráulico.
3. La aplicación combinada de la ecuación de la energía y la de Euler, junto con la eficiencia, que mide las irreversibilidades internas, permite configurar completamente el diagrama de velocidades medias haciendo uso de coeficientes adimensionales, así como calcular el salto de presión.
4. Los escalones se apilan asumiendo continuidad en P , T , V . El reparto de la misión entre escalones se efectúa teniendo en cuenta los límites y procurando repartir equitativamente.
5. La eficiencia más adecuada es la politrópica, cuyo valor suele medirse o estimarse por la experiencia y recientemente estimarse con el uso de CFD.
6. La temperatura total se mide fácilmente (si se evita la transferencia de calor), no así la presión total, pues exige una evolución reversible hasta el remanso.
7. El material incluye aplicaciones de estos principios básicos

Cuestiones avanzadas

1. Las turbomáquinas en las que $M \ll 1$ pueden ser tratadas como si el fluido fuera incompresible, aunque sea un gas. Sin embargo un aporte de calor, sea exterior o por irreversibilidades internas dilatará el gas, lo que habría de tenerse en cuenta.
2. En ventiladores habituales operando normalmente no es necesario tener en cuenta la dilatabilidad, pues el calentamiento es minúsculo.

Actividad 3.8: Calcule el incremento de temperatura de un ventilador convencional.



Rotor de una turbina de gas contemporánea System H. Fuente: General Electric. http://site.ge-energy.com/corporate/ecomagination_home/h_system.htm

Asuntos avanzados

1. La ecuación (3.32) nos indica el reparto homogéneo de la carga entre escalones, por asumirse un diseño y una expansión en estatores iguales entre escalones.
 1. Sin embargo, en turbinas de vapor suele ser habitual hacer un primer escalón de acción ($R = 0$) con $M_1 > 1$, para someter al primer rotor a una temperatura menor y al no realizarse expansión en él, poder actuar a admisión parcial sin distorsiones periféricas del flujo. Ello se debe a que P_1 no dependerá de θ . En estos casos, se trata este escalón aparte y el resto se reparte como se ha indicado.
 2. Esto puede extenderse a varios escalones a la entrada de la turbina de vapor.
 3. Los últimos escalones de una turbina suelen diseñarse con Φ progresivamente menor para así ir disminuyendo V_z hacia la salida. El resultado es un difusor corriente abajo de la turbina menos largo. Una excepción son las turbinas de gas para propulsión en las que se pretende todo lo contrario, acelerar la corriente a la salida del último escalón.
2. El difusor a la salida de una turbina tiene por objeto lograr que la turbina expanda hasta una presión menor que a la que descarga el difusor, con el lógico aumento de trabajo obtenido. Ello es posible porque un difusor aumenta la presión del flujo en su interior corriente abajo, por convertir energía cinética en aumento de presión y acopla en presión con el exterior.
3. Los compresores muy cargados (M elevado) trabajan en régimen claramente compresible, por lo que deben tratarse con la misma metodología que las turbinas en la cuestión de realizar un reparto de la carga.
4. En la p. 48 se ha usado un rendimiento η para calcular la presión de salida del estator de una turbina que no se ha definido, fórmula señalada con *. En el Capítulo 5 del libro se pueden encontrar variantes del rendimiento de una tobera y de un difusor. No obstante, en la Ec. (3.16) en la p. 20 aplicada a P y T se puede ver que un aumento de entropía se traduce en una menor P .
5. Resulta interesante observar que en el 1^{er} principio de la termodinámica, aplicado a una turbomáquina, se asume $dV = 0$, pues el giro de un rotor no varía el volumen del VC abierto considerado. Sin embargo, en un flujo compresible, a la salida el volumen específico v ha cambiado. Por ello, se puede aplicar a un VC cerrado evolucionando entre la entrada y la salida el primer principio, p. e. considerando la unidad de masa y aceptando $dv \neq 0$, que es como si hubiera cambiado V .