

# Turbomáquinas



Autores: Profs. Antonio Lecuona y José Ignacio Nogueira,  
Dpto. De Ingeniería Térmica y de Fluidos, Universidad Carlos III de Madrid.

Referencia básica:

[1] Turbomáquinas. Procesos, análisis y tecnología. A. Lecuona y J. I. Nogueira, 2000. Editorial Ariel.

Para ampliación:

The Design of High-Efficiency Turbomachinery and Gas Turbines, 2<sup>nd</sup> ed. D. G. Wilson, T. Korakianitis , 1998. Prentice Hall.

La información contenida en este documento sirve de propósito exclusivo como apuntes para alumnos en la enseñanza de la asignatura indicada y ha sido obtenida de las mejores fuentes que se han podido encontrar, generalmente de reconocido prestigio. No obstante el/los autor/es no garantizan la exactitud, exhaustividad, actualización o perfección de su contenido. Por ello no será/n responsable/s de cualquier error, omisión o daño causado por el uso de la información contenida, no tratando con este documento prestar ninguna clase de servicio profesional o técnico; antes bien, se ofrece como simple guía general de apoyo a la docencia. En caso de detectar algún error, rogamos nos lo comuniquen e intentaremos corregirlo. Puede contener material con copyright © por lo que su reproducción puede no estar permitida.

## Capítulo 2: Transferencia de trabajo,

### Objetivos:

Dar respuesta a las siguientes preguntas generales

¿Cuál es el par que ejerce una corona de álabe?

¿Cuál es la potencia transmitida por un rotor?

### Contenido:

- Fórmula de Euler y teoría unidimensional.
- Cinemática y morfología funcional. Geometría de escalones.
- Elaboraciones de la fórmula de Euler.

### NOTAS:

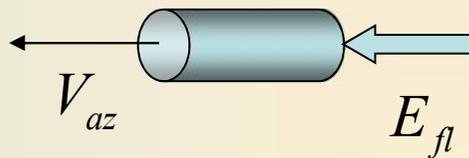
- Los paréntesis quebrados indica dependencia funcional.
- Por ahora se denominará estator a toda pieza estática mojada por la corriente.
- Un volumen fluido ( $VF$ ) es aquél cuya superficie tiene la velocidad del fluido.
- En las superficies permeables de un volumen de control ( $VC$ ) la velocidad del fluido  $V$  no coincide con la de la superficie de control  $V_{SC}$ .

# Índice

- Deducir la ecuación de Euler de las turbomáquinas.
- Concepto de **estacionariedad global** en una turbomáquina,  $V = \text{cte.}$ .
- Aplicarla a **ánulos** que nos permitan ver cómo han de ser los álabes desde la raíz a la punta.
- Teoría de la línea media.
- Aplicarla para ver:
  - Como se puede calcular la potencia intercambiada con el flujo.
  - Como han de ser las turbomáquinas para lograr el efecto deseado.
  - Definir los ángulos de la corriente media.
  - Definir los ángulos de los álabes.
- Entender que tras el rotor de un compresor conviene un estator.
- Entender que antes del rotor de una turbina conviene un estator.
- Entender que los compresores son máquinas que difunden la corriente y las turbinas máquinas que aceleran la corriente, entre los álabes.
- Comprender que la velocidad meridiana se controla con la altura de los álabes (y con el radio en las radiales).
- Elaborar la ecuación de Euler para expresar los efectos de los ángulos y del remansamiento/aceleración **relativo** y **absoluto**, así como del cambio de radio.
- Realizar aplicaciones numéricas.

## Interacciones entre una turbomáquina y el fluido de trabajo

- Rotor ( $_{ro}$ ) estator ( $_{es}$ ) y flujo ( $_{fl}$ ).
- **Resultante** de fuerzas del flujo sobre la turbomáquina  $E_{fl}$  (contraria a la acción de la turbomáquina sobre el flujo):



Potencia propulsiva:  $W_p = E_{fl} V_{az}$   
(no nos interesa salvo para diseño de apoyos en máquinas estacionarias)

- **Resultante** de pares, un par **sobre el flujo**, que descomponemos en el que ejerce el rotor y el estator:

$$C_{fl} = C_{fl,ro} + C_{fl,es} \left\{ > 0 \text{ en igual sentido que } \theta \right.$$

- La potencia comunicada al fluido es solo debida a  $C_{flro}$ :

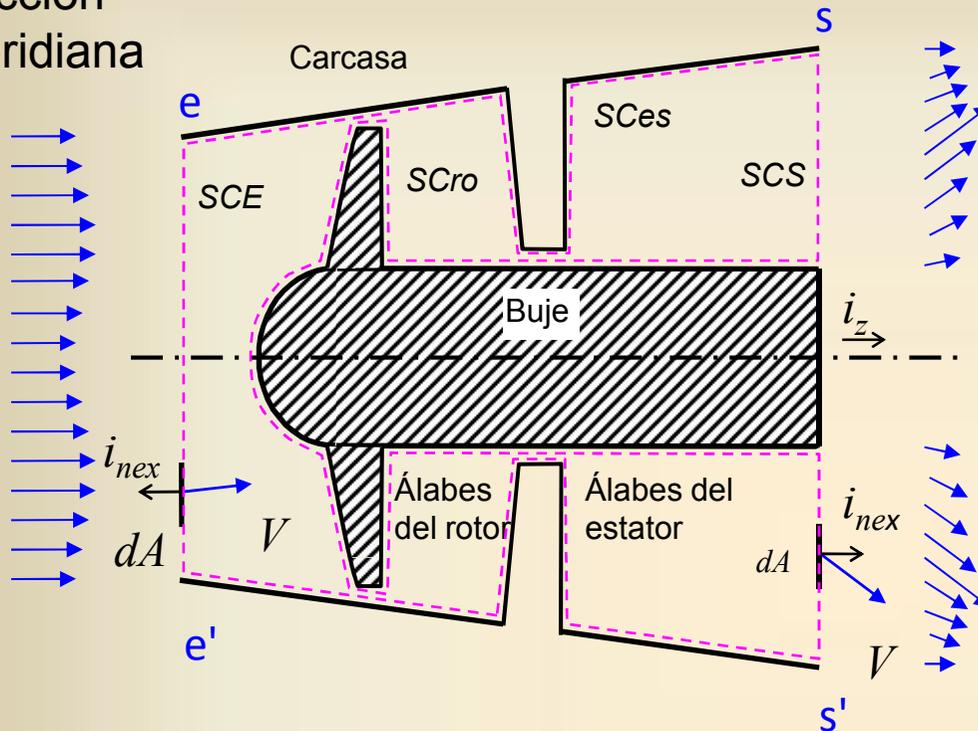
$$W_{fl} = C_{fl,ro} \omega \left\{ \begin{array}{l} > 0 \text{ para máquina generadora (compresora)} \\ < 0 \text{ para máquina motora (expansora)} \end{array} \right.$$

- $\omega$  es la velocidad angular de giro del eje (único).

Calculemos el par  $\rightarrow \omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi n$

Par sobre un volumen fluido VF y su conversión a un volumen de control VC

Sección meridiana



$$\vec{V} = V_z \cdot \vec{i}_z + V_r \cdot \vec{i}_r + V_\theta \cdot \vec{i}_\theta$$

$$\vec{r} = r \cdot \vec{i}_r + d \cdot \vec{i}_{\perp \vec{i}_r, \perp \vec{i}_z} + z \cdot \vec{i}_z$$

$VF \langle t \rangle \equiv$  Volumen fluido

$VC \langle t \rangle \equiv$  Volumen de control

$dV =$  diferencial de volumen

$\vec{V}_{VC} \equiv$  Velocidad de la superficie del volumen de control

$\vec{i}_{nex} \equiv$  Vector unidad sobre  $SC \langle t \rangle$  hacia afuera

Ecuación de conservación del **momento de cantidad de movimiento** alrededor del eje z, (Apéndice 2 de Lecuona y Nogueira, 2000 [1]) en el volumen de control  $\rightarrow$

$$\frac{d}{dt} \left( \int_{VF} \vec{r} \wedge \vec{V} dm \right) = \sum_{VF} \vec{r} \wedge \vec{F}_{ex/VF}$$

$$\frac{d}{dt} \int_{VF \langle t \rangle} \rho \vec{r} \wedge \vec{V} dV = \frac{d}{dt} \int_{VC \langle t \rangle} \rho \vec{r} \wedge \vec{V} dV + \int_{SC \langle t \rangle} \rho \vec{r} \wedge \vec{V} \left[ (\vec{V} - \vec{V}_{VC}) \cdot \vec{i}_{nex} \right] dA =$$

$$= - \int_{SC \langle t \rangle} P \vec{r} \wedge \vec{i}_{nex} dA + \int_{SC \langle t \rangle} \vec{r} \wedge \underbrace{\vec{\tau}'}_{\text{Tensor de esfuerzos viscosos}} \cdot \vec{i}_{nex} dA + \int_{VC \langle t \rangle} \rho \vec{r} \wedge \underbrace{\vec{f}_m}_{\text{Fuerzas másicas}} dV$$

$\wedge$  es el producto vectorial

## Par sobre un volumen de control

Multiplicando escalarmente por  $\vec{i}_z$  se obtiene la componente según  $z$  de la ecuación anterior (**demostraciones a título informativo**), 1 entrada ( $E$ ) y 1 salida ( $S$ ):

$$\frac{d}{dt} \int_{VC\langle t \rangle} \rho \cdot r \cdot V_\theta dV + \int_{SCE+SCS} \rho \cdot r \cdot V_\theta \vec{V} \cdot \vec{i}_{nex} dA =$$

$$= - \underbrace{\int_{SCE+SCS+SCro\langle t \rangle+SCes} P(\vec{r} \wedge \vec{i}_{nex}) \cdot \vec{i}_z dA}_{\text{Par de las fuerzas de presión sobre las superficies}} + \underbrace{\int_{SCE+SCS+SCro\langle t \rangle+SCes} (\vec{r} \wedge \vec{\tau}' \cdot \vec{i}_{nex}) \cdot \vec{i}_z dA}_{\text{Par de las fuerzas viscosas sobre las superficies}} + \underbrace{\int_{VC\langle t \rangle} \rho(\vec{r} \wedge \vec{f}_m) \cdot \vec{i}_z dV}_{\text{Par de las fuerzas másicas nulo}}$$

$$\frac{d}{dt} \int_{VC\langle t \rangle} \rho \cdot r \cdot V_\theta dV + \int_{SCE+SCS} \rho \cdot r \cdot V_\theta \vec{V} \cdot \vec{i}_{nex} dA = - \underbrace{\int_{SCro\langle t \rangle+SCes} P(\vec{r} \wedge \vec{i}_{nex}) \cdot \vec{i}_z dA}_{C_{fl,ro}} + \underbrace{\int_{SCro\langle t \rangle+SCes} (\vec{r} \wedge \vec{\tau}' \cdot \vec{i}_{nex}) \cdot \vec{i}_z dA}_{C_{fl,es}}$$

~~Variación temporal del contenido en el VC de momento según  $z$  de cantidad de movimiento~~  
 Estacionariedad global

Flujo hacia el exterior del momento de cantidad de movimiento a través de las superficies permeables de la entrada y de la salida

(por definición: par de las fuerzas de presión y viscosas sobre la superficie)

Introduciendo el diferencial de caudal másico local a través de SCE y SCs:  $dm_{ex} = \rho \vec{V} \cdot \vec{i}_{nex} dA$

... resulta la:

**Fórmula de Euler:**

$$C_{fl} = C_{fl,ro} + C_{fl,es} = \int_{SCE} r V_\theta dm_{ex} + \int_{SCS} r V_\theta dm_{ex}$$

Par sobre un volumen de control

$$C_{fl} = C_{fl,ro} + C_{fl,es} = \int_{SCE} rV_{\theta} d\dot{m}_{ex} + \int_{SCS} rV_{\theta} d\dot{m}_{ex}$$

La **estacionariedad global** del VC nos ha permitido despreciar la variación temporal del contenido en el VC frente al flujo a través de las SC del **momento de cantidad de movimiento**. También nos permite hacer lo mismo con la **masa**:

$$\underbrace{\int_{SCE} d\dot{m}_{ex}}_{-\dot{m}} + \underbrace{\int_{SCS} d\dot{m}_{ex}}_{\dot{m}} = 0$$

El caudal másico a la entrada es igual al de la salida.

- Razón de la estacionariedad global: el VC de una TM es un **volumen de magnitud invariante** que solo cambia de forma acimutalmente por el giro del rotor.
- Además, la disposición de álabes equidistantes entre si y número de álabes primos entre si para etapas sucesivas asegura la **estacionariedad media acimutal** del flujo, que no es estacionario.

- Para una máquina completa,  $n$  rotores y  $m$  estatores,  $\omega > 0$  sería:

$$C_{fl} = \underbrace{\sum_{I=1}^{I=n} C_{fl,ro,I}}_{C_{fl,ro}} + \underbrace{\sum_{J=1}^{J=m} C_{fl,es,J}}_{C_{fl,es}} \quad W_{fl} = \sum_{I=1}^{I=n} C_{fl,ro,I} \omega_I$$

## Comentarios a la fórmula de Euler

$$C_{fl} = C_{fl,ro} + C_{fl,es} = \int_{SCe} rV_{\theta} \underbrace{d\dot{m}_{ex}}_{<0} + \int_{SCs} rV_{\theta} \underbrace{d\dot{m}_{ex}}_{>0}$$

Tomando media de Favre:  $\widehat{(rV_{\theta})}_I = \frac{\int_{SCI} rV_{\theta} d\dot{m}_{ex}}{\int_{SCI} d\dot{m}_{ex}} \Rightarrow C_{fl,ro} + C_{fl,es} = \dot{m} \left[ \widehat{(rV_{\theta})}_s - \widehat{(rV_{\theta})}_e \right]$

- La fórmula de Euler **no** es capaz de separar el par del rotor del del estator, incluidos en el VC, proporciona su suma.
- Por ello no sirve para calcular la potencia comunicada al fluido, salvo en casos especiales, p. e.  $C_{fl,ro} \gg C_{fl,es}$  En un VC que contenga solo un rotor, sin estator.
- **Ejemplo:** En un turbocompresor completo (incluye estatores y rotores), la entrada y la salida son axiales o radiales, luego  $V_{E\theta} = V_{S\theta} = 0 \Rightarrow C_{fl} = 0 \Rightarrow C_{fl,ro} = -C_{fl,es}$ , pero  $C_{fl,ro} \neq 0$ , **pues se comunica potencia al fluido a través del rotor**
- $C_{fl,ro}$  y  $C_{fl,es}$  incluyen las carcacas y bujes correspondientes
- **Para obtener la ecuación de Euler no ha hecho falta hipótesis de adiabaticidad, reversibilidad, naturaleza del fluido de trabajo, etc.**

## Comentarios a la fórmula de Euler (cont.)

$$C_{fl} = C_{fl,ro} + C_{fl,es} = \dot{m} \left[ \left( r\widehat{V}_\theta \right)_E - \left( r\widehat{V}_\theta \right)_S \right]$$

- Es posible obtener el par total sobre las superficies mojadas del interior de la turbomáquina sin tener detalle del campo fluido. Basta conocer la distribución radial de la velocidad tangencial media acimutal a la entrada y a la salida del volumen de control, en secciones libres de álabes.
- Esto se puede ver como el producto del caudal másico por el salto del momento de cantidad de movimiento.
- La entrada de caudal a una turbomáquina desde un depósito en calma sin obstáculos ni álabes hace que no pueda existir componente tangencial de velocidad alrededor del eje (*swirl*,  $V_\theta$ ) hasta llegar a la primera corona, en virtud de la aplicación de la fórmula de Euler desde el depósito corriente arriba SCe hasta la sección de entrada de la máquina SCs.
- Solamente asimetrías próximas a la entrada de una turbomáquina y el desprendimiento de capas límite puede hacer que haya  $V_\theta$  a su entrada.

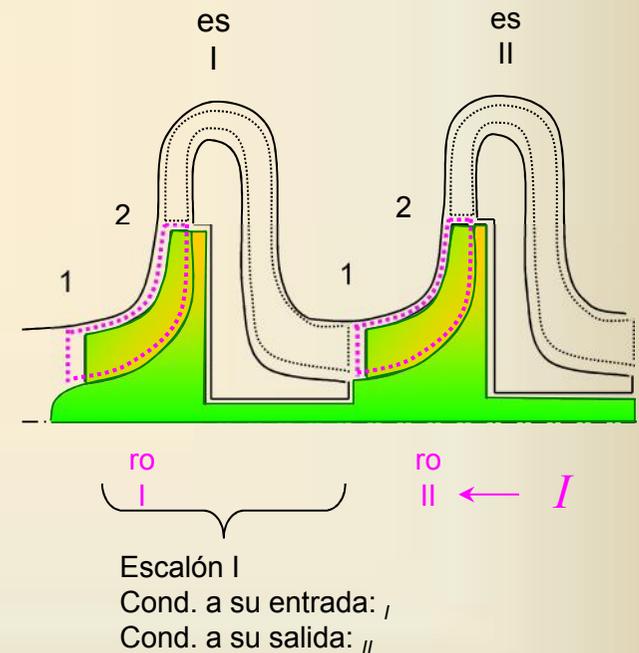
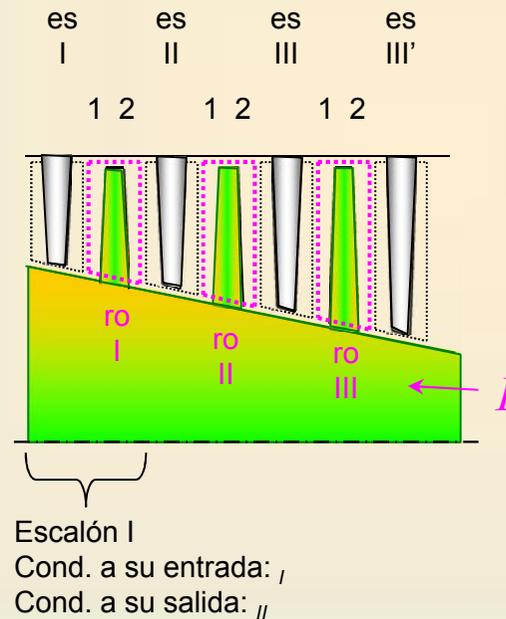
**Actividad 2.1:** Busque en Internet casos en los que aparece swirl o irregularidades del flujo a la entrada de una turbomáquina. P. e. torbellinos a la entrada de turborreactores de aviación, visualizados por la condensación de humedad.

## Elección del volumen de control

Para una máquina completa, haciendo uso del par que da la fórmula de Euler aplicada a  $n$  volúmenes de control **que solamente contengan un rotor**, para que el factor de potencia  $\kappa \cong 1$ :

$$\left. \begin{aligned} W_{fl} &= \sum_{I=1}^n W_{fl,I} \\ W_{fl,I} &= \kappa_I C_{fl,I} \omega_I \end{aligned} \right\} \rightarrow W_{fl} = \sum_{I=1}^n \kappa_I C_{fl,I} \omega_I ; \text{ Definición: } \kappa = \frac{C_{fl,ro}}{C_{fl,ro} + C_{fl,es}}$$

La entrada al VC que contiene solamente un rotor se denominará genéricamente 1 y la salida 2.



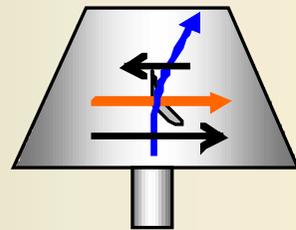
Llamamos siempre 1 y 2 a la entrada y salida a un rotor. Con números romanos denominamos el escalón.

## Factor de potencia de un rotor

En etapas de rotores axiales  $C_{fl,es} \ll C_{fl,ro}$  por lo que la aplicación de la fórmula de Euler asumiendo  $C_{fl,es} = 0$  es lo suficientemente exacta.

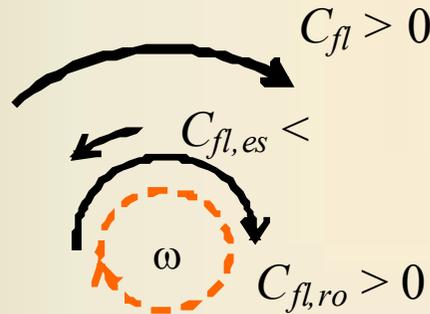
En etapas radiales no es tan exacto y en general conviene hacer uso de un coeficiente de potencia  $\kappa$ .

Trayectoria en el rotor

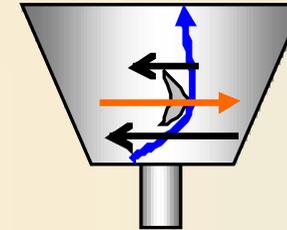


Sobre el fluido:  
Fuerza de la carcasa  
Velocidad del álabe  
Fuerza del álabe

Rotor compresor (c)

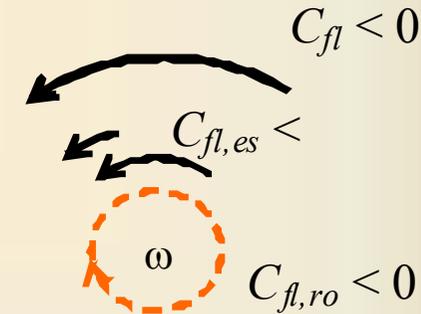


Trayectoria en el rotor



Sobre el fluido:  
Fuerza de la carcasa  
Velocidad del álabe  
Fuerza del álabe

Rotor expansor (e)



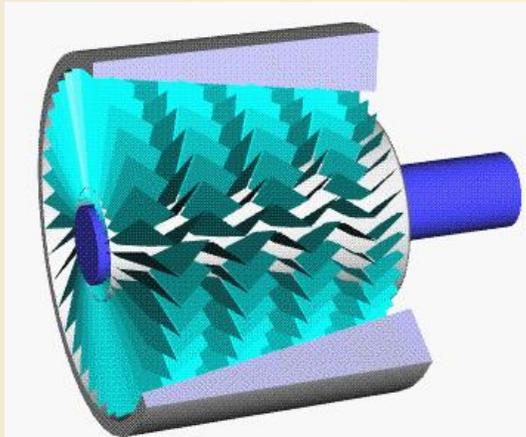
$$W_{fl} = \kappa \cdot C_{fl} \omega \left\{ \begin{array}{l} \text{Maquina compresora (c): } \underbrace{C_{fl}}_{>0} = \underbrace{C_{fl,ro}}_{>0} + \underbrace{C_{fl,es}}_{<0} > C_{fl,ro} \Rightarrow \kappa = \frac{C_{fl,ro}}{C_{fl}} > 1 \\ \text{Maquina expansora (e): } \underbrace{C_{fl}}_{<0} = \underbrace{C_{fl,ro}}_{<0} + \underbrace{C_{fl,es}}_{<0} < C_{fl,ro} \Rightarrow \kappa = \frac{C_{fl,ro}}{C_{fl}} < 1 \end{array} \right.$$

# Ejemplo de rotores

- Tres rotores consecutivos de un turbocompresor axial mecanizados de una sola pieza cada uno de ellos
- Álabes de cuerda ancha.

Los VC que encierran a un rotor incorporan muy poca superficie de carcasa, haciendo que  $\kappa \cong 1$ .

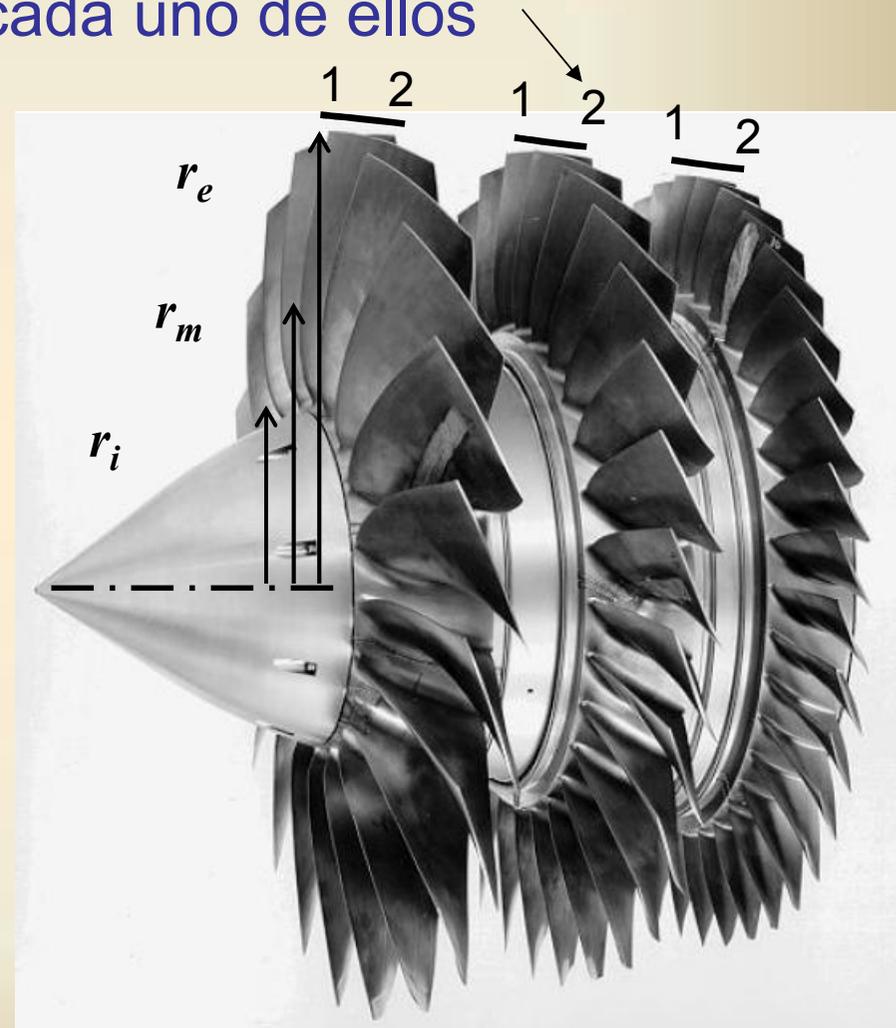
Entre estas etapas de rotor hay etapas de estator, sujetas a la carcasa.



Fuente: Wikipedia

[http://en.wikipedia.org/wiki/File:Axial\\_compressor.gif](http://en.wikipedia.org/wiki/File:Axial_compressor.gif)

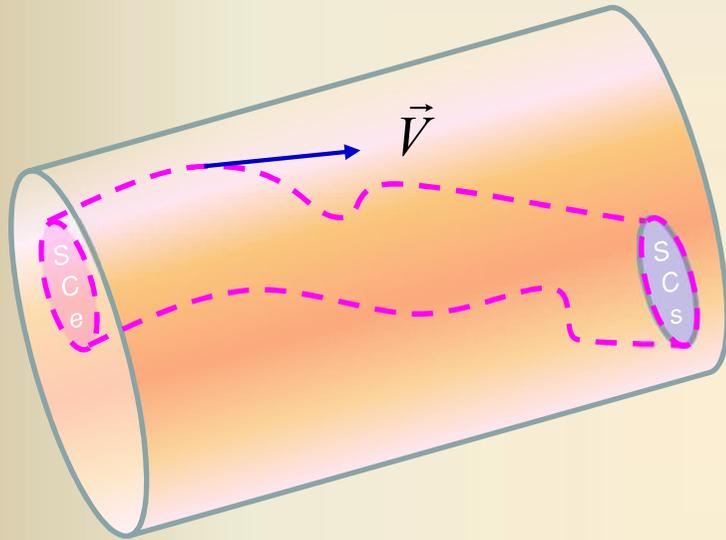
Apréciase la **torsión** del álabe; esto es, el cambio gradual de la orientación del álabe de radio interior (raíz) a exterior (punta) →.



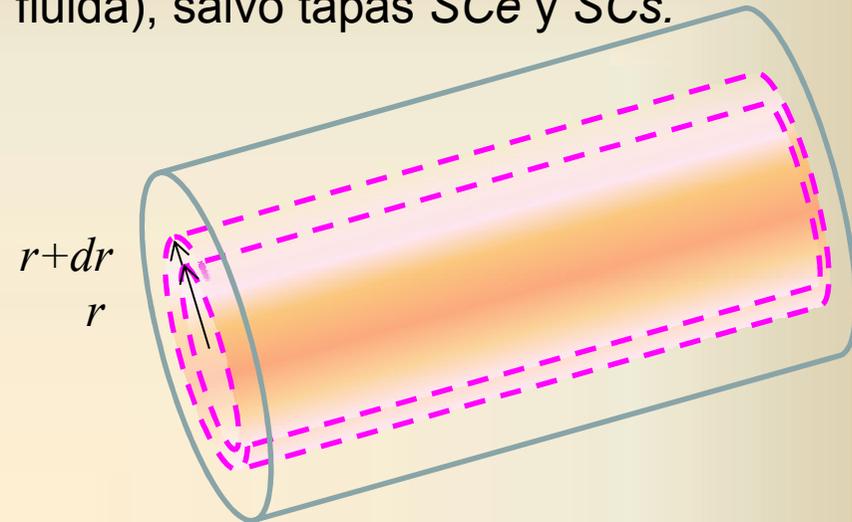
Fuente: desconocida

## Aplicación de la fórmula de Euler a **tubos de corriente**,

En ellos  $\vec{V}$  es paralelo a la superficie (sup. fluida), salvo tapas SCE y SCs.



**VC arbitrario:** Del tubo de corriente que hace de VC entre SCE y SCs no se puede garantizar la cuasi-estacionariedad por el corte de los álabes al girar y su forma es cambiante con el tiempo. Euler no es aplicable.



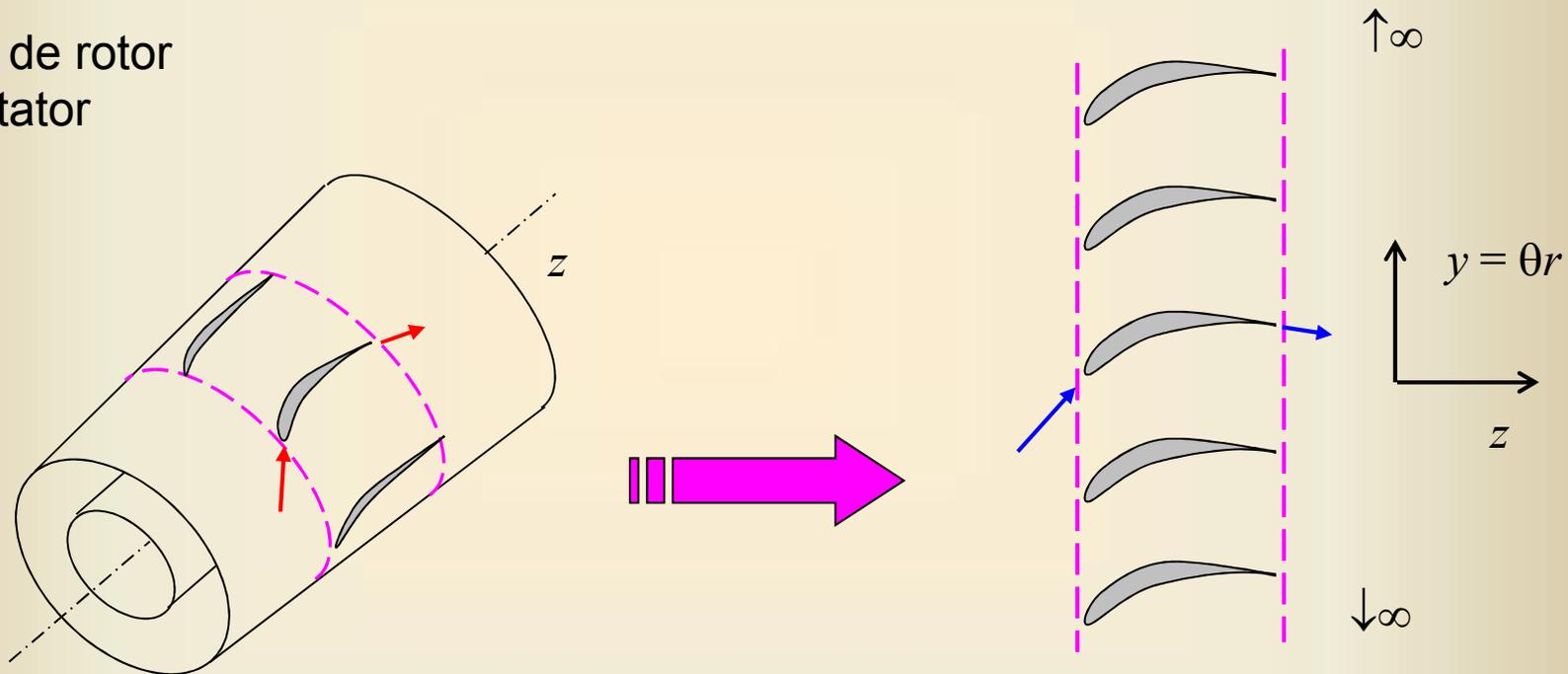
**Ánulos coaxiales atravesados por los álabes (solo se indica uno entre  $r$  y  $r+dr$ ):** Al ser las no-estacionariedades primordialmente tangenciales, se compensan dentro del ánulo, resultando de forma mayoritariamente estacionaria y por ello globalmente estacionarios. El trabajo de cortadura viscosa entre ánulos vecinos es generalmente pequeño al ser el n° de Reynolds elevado  $\Rightarrow$  **El par entre ánulos es despreciable, por lo que la ec. de Euler se puede aplicar en cada uno de ellos de raíz a punta, independientemente de los demás.**

# Un ejemplo de ánulo y cascada equivalente

Sección  $r = \text{cte.}$  de una turbomáquina axial mostrando como los álabes cortan al volumen de control.

Las secciones de entrada y salida del VC no cortan los álabes.

Corona de rotor  
o de estator



Desenrollando el ánulo entre  $r$  y  $r+dr$  de la corona de la izquierda se obtiene una **hilera** o **cascada estacionaria** de álabes 2D, infinita para evitar efectos de extremo, y estacionaria **con velocidades relativas**, en el caso de rotor, que en la cascada se convierten en absolutas e idénticas. Estator y rotor resultan lo mismo.

## Aplicación de la fórmula de Euler a tubos anulares genéricos

Tomando un anulo de rotor entre  $R_1$  y  $R_1 + dR_1$ , siendo  $R$  la coordenada curvilínea entre raíz y punta. Por conocerse los radios de entrada y salida, se pueden sacar de la media:

$$dC_{fl} = \widehat{V}_{2\theta} r_2 d\dot{m}_{2ex} - \widehat{V}_{1\theta} r_1 d\dot{m}_{1ex}$$

$$\rightarrow \underbrace{d\dot{m}_{2ex}}_{d\dot{m}\langle R_1 \rangle} = \underbrace{-d\dot{m}_{1ex}}_{d\dot{m}\langle R_2 \rangle} > 0$$

$$\rightarrow dC_{fl}\langle R_1 \rangle = (\widehat{V}_{2\theta} r_2 - \widehat{V}_{1\theta} r_1) d\dot{m}\langle R_1 \rangle$$

cuasi-estacionariedad y superf. fluidas en  $R$  y  $R + dR$

Media de Favre: 
$$\widehat{V}_{I\theta} = \frac{\int_{SCI} V_\theta d\dot{m}_{ex}}{\int_{SCI} d\dot{m}_{ex}}$$

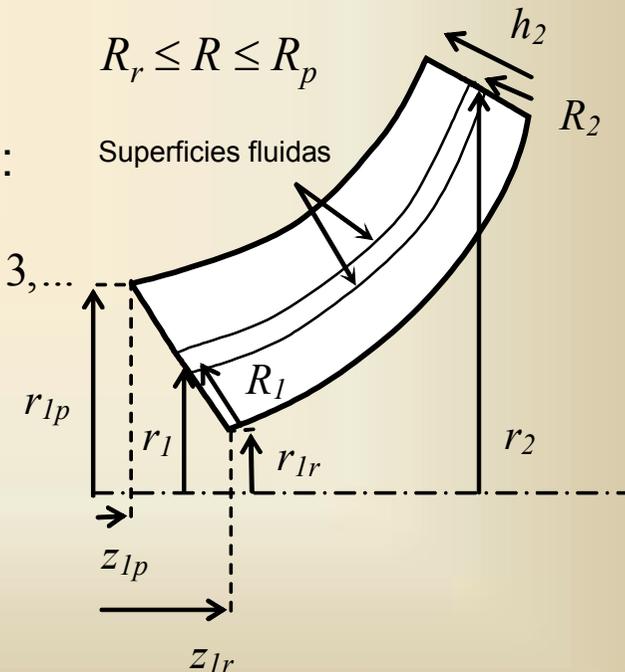
Que en este caso se puede poner como integral radial:

$$\widehat{V}_\theta\langle R_1 \rangle = \frac{1}{2k\pi d\dot{m}\langle R_1 \rangle} \int_0^{2k\pi} V_\theta\langle R_1, \theta \rangle d\dot{m}\langle R_1, \theta \rangle d\theta, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

$$d\dot{m}\langle R_1 \rangle = \frac{1}{2k\pi} \int_0^{2k\pi} d\dot{m}\langle R_1, \theta \rangle d\theta, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Euler por ámulos:

$$C_{fl} = \int_{R_r}^{R_p} dC_{fl} = \int_{R_r}^{R_p} (\widehat{V}_{2\theta} r_2 - \widehat{V}_{1\theta} r_1) d\dot{m}\langle R \rangle$$



## Aplicación de la fórmula de Euler a ánuos de raíz a punta

$$dW_{fl} = \omega dC_{fl,ro} = \kappa_{local} \omega (\widehat{V}_{2\theta} r_2 - \widehat{V}_{1\theta} r_1) dm = \kappa_{local} (\widehat{V}_{2\theta} U_2 - \widehat{V}_{1\theta} U_1) dm$$

$$\vec{U} = \omega \cdot \vec{i}_z \wedge r \cdot \vec{i}_r = \omega r \cdot \vec{i}_\theta$$

$$U_1 = \omega r_1 > 0; U_2 = \omega r_2 > 0$$

$$\kappa_{local} = \kappa \langle R_1 \rangle$$

- $U$  es la velocidad de un sólido rígido que gire con velocidad angular  $\omega$ , el rotor.
- $\omega > 0$  No cambia dentro de una etapa (rotor).

Trabajo específico:

$$\tau_{fl} \langle R_1 \rangle = \frac{dW_{fl}}{dm} = \kappa \langle R_1 \rangle \overbrace{(\widehat{V}_{2\theta} U_2 - \widehat{V}_{1\theta} U_1)}^{\text{Salto}}$$

$\tau_{fl}$  podría aumentar hacia la punta porque al aumentar  $r$  aumenta  $U$ .

Por lo general suele buscarse que  $\tau_{fl}$  sea relativamente constante con  $r$  para que al salto de presión originado sea constante con el radio también.

En una máquina compresora:  $\tau_{fl} \langle R_1 \rangle > 0 \Rightarrow \widehat{V}_{2\theta} > \widehat{V}_{1\theta}$

En una máquina expansora:  $\tau_{fl} \langle R_1 \rangle < 0 \Rightarrow \widehat{V}_{2\theta} < \widehat{V}_{1\theta}$

## Aplicación de la fórmula de Euler a ánuos de raíz a punta

- Se llamada **ley de torbellino libre** a proporcionar  $\widehat{V}_\theta U = \text{cte.}$ , al variar  $r$ , que como se podría ver (**Cap. 7 de Lecuona y Nogueira, 2000 [1]**), puede originar  $d\dot{m}/dr=0$ , con lo que  $\tau_{fl} = \text{cte.}$  con el radio. Se usa en máquinas axiales

**Teoría del radio medio**, utilizado para representar a toda una etapa, para un rotor:

$$r_m = \frac{r_r + r_p}{2}; \text{ En una SC axial } \begin{cases} \text{Rotor: } r_r = r_i ; r_p = r_e \\ \text{Estator: } r_r = r_e ; r_p = r_i \end{cases} \text{ En una SC radial: } r_r = r_p$$

$$dW_{fl} = \kappa_{local} (\widehat{V}_{2\theta} U_2 - \widehat{V}_{1\theta} U_1) d\dot{m}$$

$$W_{fl} = \tau_{fl,m} \dot{m} = \kappa (\widehat{V}_{2\theta,m} U_{2,m} - \widehat{V}_{1\theta,m} U_{1,m}) \dot{m} \rightarrow \begin{cases} \tau_{fl,m} = \kappa (\widehat{V}_{2\theta,m} U_{2,m} - \widehat{V}_{1\theta,m} U_{1,m}) \\ U_m = \omega r_m \end{cases}$$

Es exacta si:  $\kappa_{local} \widehat{V}_\theta U$  no depende de  $R$ .

- Para prediseño es una fórmula lo suficientemente aproximada para un rotor.
- En máquinas radiales se da  $r_1$  o  $r_2 = \text{cte.}$  en la entrada o salida radiales respectivamente, o bien se da  $V_\theta = 0$  en la entrada o salida axial (en máquinas mixtas), con lo que es una fórmula lo bastante aproximada.

## Radio medio y otras consideraciones

- A menudo se omitirá el subíndice  $m$  por sencillez, habiéndose de distinguir esta particularidad del contexto.
- Asimismo se omitirá a partir de ahora el adorno  $\hat{\phantom{x}}$  para indicar la media acimutal de Favre.

### Ecuación de continuidad

- La velocidad tangencial no produce caudal a través de secciones meridianas de la máquina, por lo que se define la velocidad **meridiana**:  $\vec{V}_M = \vec{V} - \vec{V}_\theta$  que da componente perpendicular a las secciones de paso meridianas. Esta contenida en planos  $\theta = \text{cte.}$  que pasan por el eje.
- En ejes ligados al rotor se tienen **velocidades relativas**  $W$ :  $\vec{V}_M \equiv \vec{W}_M$
- $\dot{m} = V_{1M} A_{1M} \rho_1 = V_{2M} A_{2M} \rho_2$
- Superficie S<sub>Ce</sub> axial:  $V_M \equiv V_z; A_M \equiv A_z$
- Superficie S<sub>Cs</sub> radial:  $V_M \equiv V_r; A_M \equiv A_r$
- $V_M$  **suele mantenerse bastante constante a lo largo de la máquina** y con el valor máximo recomendable, para minimizar rozamiento con carcasas y buje. Suele ser comparable a  $U$ . Excepciones: en los últimos escalones suele disminuirse para evitar pérdidas de energía cinética en el flujo saliente.

## Anotaciones generales

- La presión y temperatura son continuas al pasar de ejes ligados a un estator a ejes rotatorios ligados a un rotor.
- $C_{fl}$  en general será no estacionario, por ser el flujo no estacionario. Sin embargo se toman medidas para que se promedien los transitorios en las coronas.
  - Por ejemplo, se toman números de álabes primos entre sí o al menos distintos en coronas adyacentes, para evitar coincidencias de múltiples álabes en las estelas de los anteriores.

Ejemplo: Las hélices de tecnología avanzada del Antonov-70. Tiene 6 y 8 palas contra-rotatorias, al coincidir 2 palas no aparecen cargas laterales en el eje, sino solo axiales, aunque mayores.

El borde de entrada de las palas toma forma de cimitarra en su exterior para disminuir el número de Mach normal al borde de entrada. Con ello se reducen las pérdidas por la formación de ondas de choque. Dispone de paso variable.



Con permiso del autor: Sergey Riabserv. Fuente: [www.airliners.net](http://www.airliners.net)

# Configuración de un rotor y velocidad relativa

**Ejercicio 2.1:** Si  $r_{1,m} = r_{2,m}$ , demostrar que la fórmula de Euler es aplicable a ejes ligados a un rotor axial ( $r$  y  $z$  compartidos). Llamar  $W$  a la velocidad relativa.

**Solución:**

$$\left. \begin{aligned} \tau_{fl,m} &= \kappa(\widehat{V}_{2\theta,m}U_{2,m} - \widehat{V}_{1\theta,m}U_{1,m}) \\ U_{1,m} &= \omega r_{1,m} \\ U_{2,m} &= \omega r_{2,m} \\ r_{1,m} &= r_{2,m} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} U_{1,m} &= U_{2,m} = U_m \\ \tau_{fl,m} &= \kappa U_m (\widehat{W}_{2\theta,m} - \widehat{W}_{1\theta,m}) \end{aligned} \quad (2.2)$$

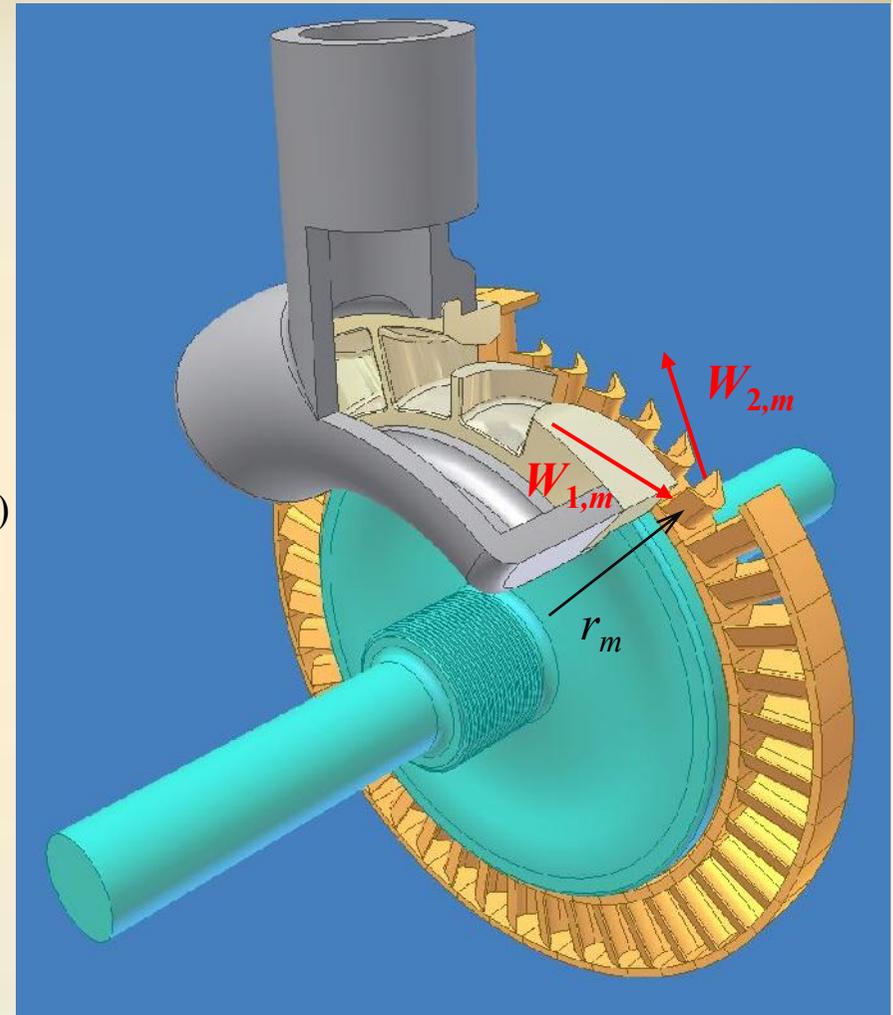
$$\vec{V} = \vec{W} + \vec{U} \Rightarrow V_{\theta,m} = W_{\theta,m} + U_m$$

¡Pero el rotor pasa a ser un estator en ejes lig.!

**Ejercicio 2.2:** para el rotor de la turbina de impulso en la figura demostrar que  $\tau_{fl,m} < 0$ .

**Solución:**

$$\left. \begin{aligned} \widehat{W}_{1\theta,m} &> 0 \\ \widehat{W}_{2\theta,m} &< 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{W}_{2\theta,m} - \widehat{W}_{1\theta,m} < 0 \Rightarrow \tau_{fl,m} < 0$$



Obsérvese la gran deflexión de los álabes (velocidades en el radio medio). Fuente:

Adaptado de <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/69/Curtis-turbina.jpg>  
Dibujo original de Peter Kaboldy.

## Ejemplo de rotor de turbina centrípeta mixta

- La velocidad relativa que incide en el rotor ha de resultar ~ radial al ser el álabe radial, pues la incidencia ha de ser pequeña para evitar desprendimientos.

$$\tau_{fl,m} = \kappa \left[ \overbrace{(\widehat{W}_{2\theta,m} + U_{2,m})}^{\widehat{V}_{2\theta}} U_{2,m} - \overbrace{(\widehat{W}_{1\theta,m} + U_{1,m})}^{\widehat{V}_{1\theta}} U_{1,m} \right]$$

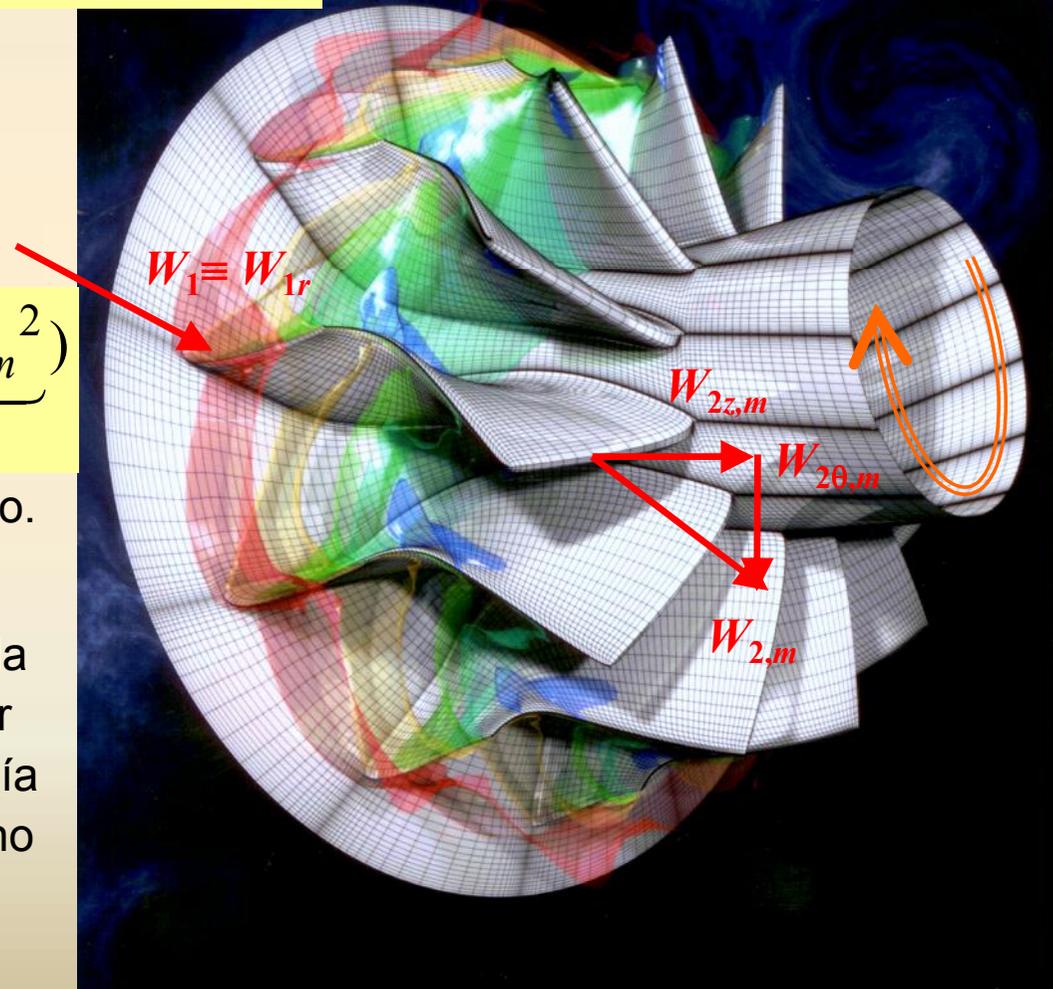
$$\left. \begin{array}{l} U_{2,m} < U_{1m} \\ W_{1\theta,m} = 0 \\ W_{2\theta,m} < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \tau_{fl,m} < 0$$

$$\tau_{fl,m} = \kappa \left( \underbrace{\widehat{W}_{2\theta,m} U_{2,m}}_{<0} + \underbrace{U_{2,m}^2 - U_{1,m}^2}_{<0} \right)$$

- El ser centrípeta favorece extraer trabajo. No hacen falta grandes deflexiones.
- Si  $U_{2,m}$  fuera igual y contrario que  $W_{2\theta,m}$  la velocidad absoluta a la salida podría ser axial, minimizándose pérdidas de energía cinética, puesto que el giro remanente no sirve para nada.

Turbomáquinas. Cap. 2: Transferencia de trabajo, A. Lecuona y J. I. Nogueira

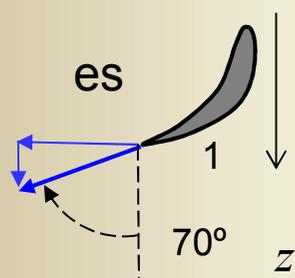
Fuente: Cortesía de Cambridge Flow Solutions.  
<http://www.cambridgeflowsolutions.com/>



# Aplicaciones de la fórmula de Euler

**Ejercicio 2.3:** Una turbina axial de un escalón consume 200 kg/s de vapor seco. El vapor entra a la turbina con velocidad pequeña y sale de las toberas de estator deflectado en media  $70^\circ$  con respecto a la dirección axial y a una velocidad absoluta media de 400 m/s. El rotor consigue deflectar esta corriente y dejarla con velocidad media absoluta axial pura. El rodete tiene un diámetro medio de 1 m y gira a 5.000 r.p.m. Calcular la potencia extraída al vapor haciendo uso de la **teoría del radio medio**.

**Solución:** Haciendo uso de la expresión, tomando valor absoluto por tratarse de una turbina ( $\tau_{fl} < 0$ ) y considerando factor de potencia  $\kappa$  unidad, tenemos:



$$|W_{fl}| = |\tau_{fl,m}| \dot{m} = -(\overbrace{V_{2\theta,m} U_{2,m}}^{=0} - V_{1\theta,m} U_{1,m}) \dot{m} = V_{1\theta,m} U_{1,m} \dot{m}$$

$$U_{1,m} = \omega \frac{D_m}{2} = 5.000 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{rev}} 0,5 \text{ m} = 261,8 \text{ m/s}$$

$$V_{1\theta,m} = V_1 \sin 70^\circ = 400 \frac{\text{m}}{\text{s}} 0,9397 = 375,9 \text{ m/s} \quad \tau_{fl,m} = U_{1,m} V_{1\theta,m} = 98,41 \cdot 10^3 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$\text{Radio medio: } W_{fl} = \tau_{fl,m} \dot{m} = 98,41 \cdot 10^3 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} 200 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 196,8 \cdot 10^5 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^3} \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kgm/s}^2} \frac{1 \text{ W}}{1 \text{ Nm/s}} = 19,7 \text{ MW}$$

## Comentarios:

- La solución evalúa la potencia efectiva extraída del flujo. Para calcular la potencia en el eje sería necesario únicamente deducir las pérdidas, principalmente en cojinetes, cierres y la resistencia aerodinámica al giro de partes rotatorias no incluidas en el volumen de control. ~ escasamente algún %.
- El fluido de trabajo puede ser cualquiera.

# Aplicaciones de la fórmula de Euler

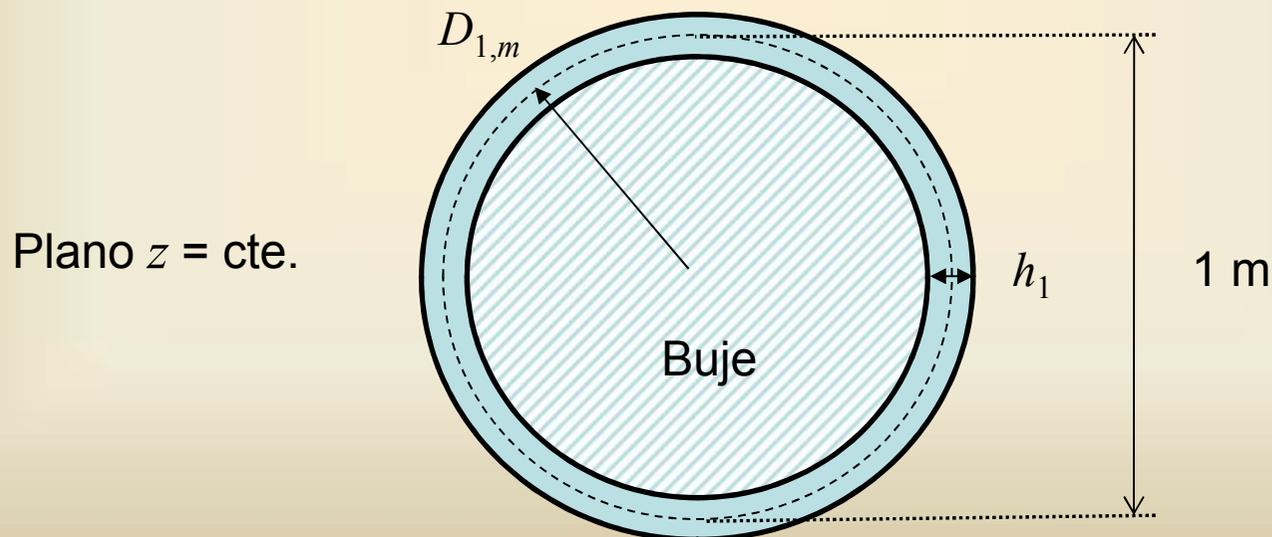
## Ejercicio 2.4:

Haciendo uso de los datos del ejercicio anterior y asumiendo una densidad del vapor es  $20 \text{ kg/m}^3$  a la salida del estator, calcule la altura de los álabes a su entrada.

## Solución:

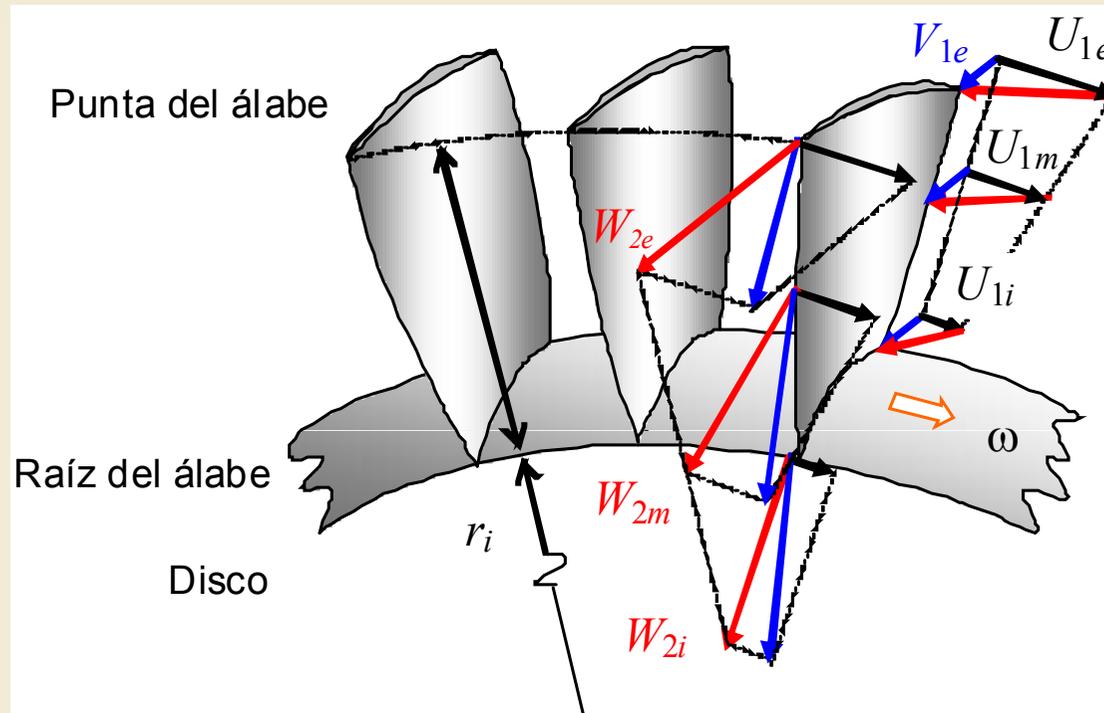
Suponiendo velocidad uniforme a la salida de estator (estado 1), es decir, efecto de la estela de los álabes despreciable, será:

$$\left. \begin{array}{l} \rho_1 \overbrace{\pi D_{1,m} h_1}^{A_{1z}} V_{1z} = \dot{m} \\ V_{1z} = V_1 \cos 70^\circ \end{array} \right\} \rightarrow h_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1 \pi D_{1,m} V_1 \cos 70^\circ} = \frac{200 \text{ kg/s}}{20 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \pi \times 1 \text{ m} \times 400 \frac{\text{m}}{\text{s}} 0,342} = 2,32 \text{ cm}$$



# Cinemática y morfología funcional

- Rotor de compresor axial mostrando las velocidades medias acimutales en raíz (interior), radio medio (m) y altura (exterior).



Fuente:  
Adaptado de  
Lecuona y  
Nogueira 2000 [1]

Para que la velocidad relativa (en rojo) sea tangente a la línea media del álabe, es necesario que éste cambie de forma de raíz a punta (torsión).

Se debe a que  $r_i$  es bastante más pequeño que  $r_e$ , lo que hace que  $U$  cambie mucho de raíz a punta.

Las velocidades relativas  $W_1$  y  $W_2$  son mayores en el radio exterior por ser mayor  $U$ .

# Ecuación elemental de la energía

- Si el **flujo es ideal** (sin viscosidad ni conductividad), no son posibles degradaciones ni es posible intercambiar calor. Si además es **estacionario y no existen fuerzas potenciales actuando** ( $\Rightarrow r = \text{cte.}$ ) no es posible intercambiar trabajo por lo que la **energía mecánica** y la entropía a lo largo de las líneas de corriente se mantienen.
- Si además el flujo es **incompresible** la energía mecánica (trabajo de flujo  $Pv$ +cinética) expresada por unidad de volumen, viene dada por la **presión total** o de remanso:

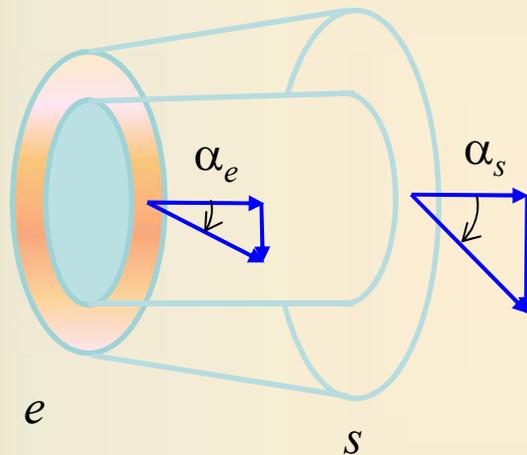
$$\text{Ecuación de Bernouilli: } \underbrace{P_t}_{\substack{\text{Presión} \\ \text{total o de} \\ \text{remanso}}} = \underbrace{P}_{\substack{\text{Presión} \\ \text{estática}}} + \underbrace{\frac{\rho V^2}{2}}_{\substack{\text{Presión} \\ \text{dinámica}}} \quad (2.3)$$

- **Consecuencias:**
  - La presión total se conserva en flujo incomp. relativo a un rotor, pero ha de usarse la presión estática corriente arriba y la velocidad relativa, dando:  $P_{t,rel}$ .
  - Un rotor puede intercambiar trabajo por ser el flujo absoluto a través de él no estacionario (demostración en libros). A través de él no es aplicable Bernouilli.
  - La viscosidad actúa rebajando la presión total, denominándose **pérdida de carga**. **Degrada** a energía térmica y es como una liberación interna de calor.
  - Un difusor hace subir la presión (disminuyendo  $V$ ) y una tobera la baja (aumentando  $V$ ), sin intercambio de trabajo.
  - Es aplicable a flujos 1D, 2D y 3D mientras se tome el módulo de la velocidad.
- **Estos conceptos se aclararán en el capítulo siguiente.**

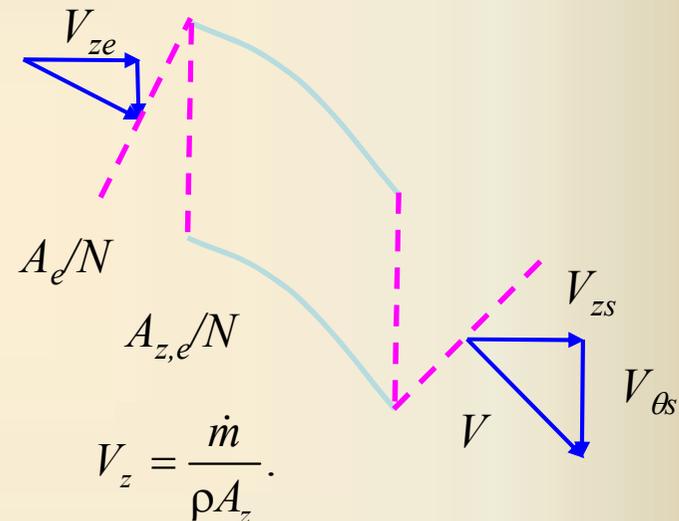
# Paradigma del conducto curvo

- Espacio inter-álabe como conducto estator que deflecta la corriente
  - Caso axial, con  $N$  álabes, en el radio medio:

Área meridiana:  $A_M \equiv A_z = \pi(r_e^2 - r_i^2) = 2\pi r_m h$  ;  $r_m = \frac{r_i + r_e}{2}$  ;  $h = r_e - r_i$



Área de paso entre dos álabes:  $A \cong A_z \cos \alpha$



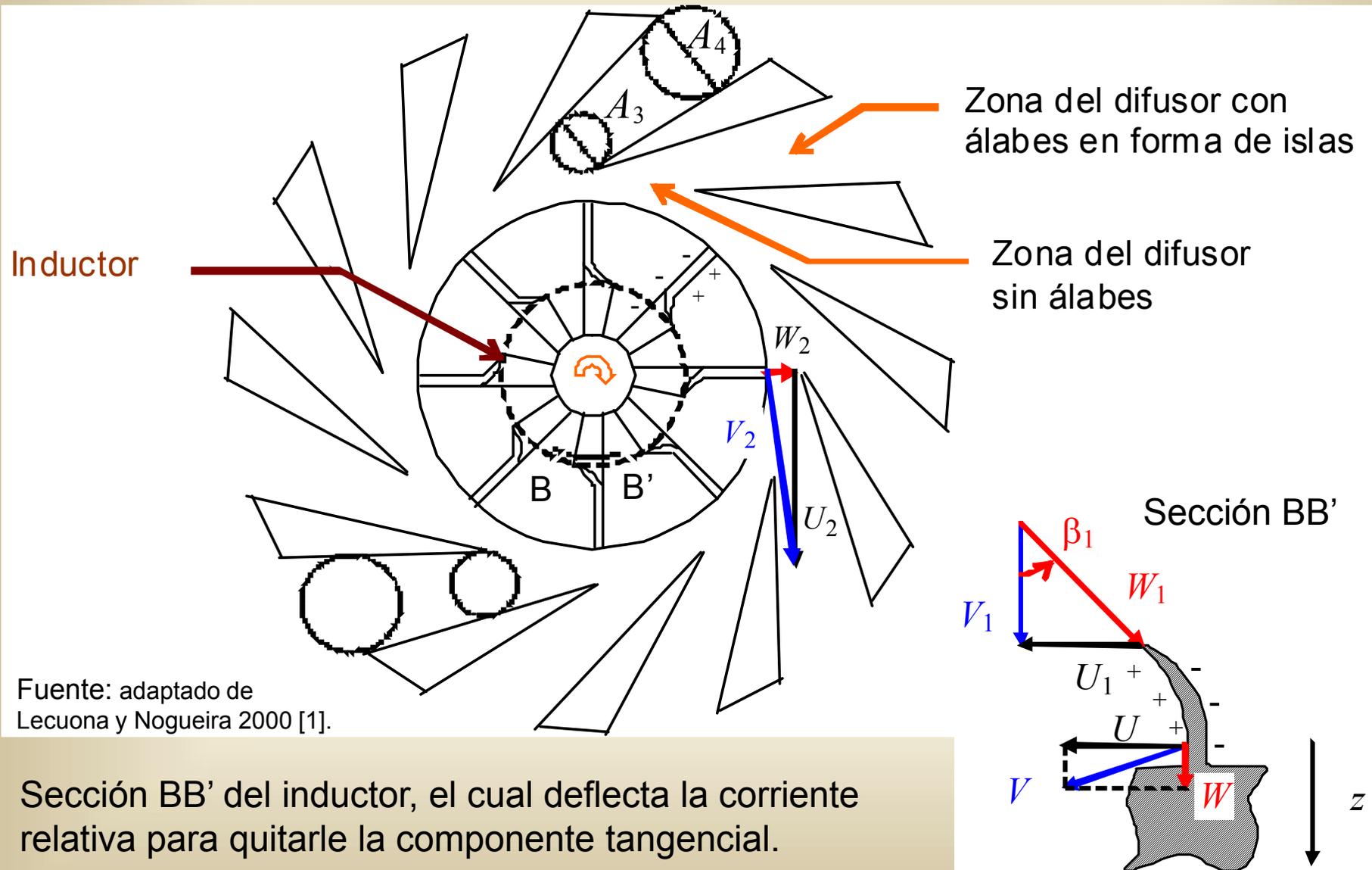
- $\alpha$  es el ángulo de inclinación medio de la corriente absoluta c. r. a la dirección **axial**.
- Al aumentar la inclinación  $\alpha$  (o disminuir  $h$ ) disminuye el área de paso  $A \Rightarrow$  la velocidad  $V$  tiende a aumentar; y viceversa, disminuyendo la inclinación (o aumentando  $h$ ) se difunde la velocidad.
- En este caso se han usado velocidades absolutas, pero podrían usarse **relativas**  $W$  para un rotor y el ángulo se denomina  $\beta$ .

# Paradigma del conducto curvo

- Espacio inter-álabe como conducto estator que defleca la corriente
  - El caso radial es semejante.
  - El caso de un flujo mixto es asimismo semejante.
  - Si el flujo es compresible, las variaciones de  $\rho$  hay que tenerlas en cuenta, pero aún no sabemos como evoluciona. Es necesaria la ecuación de la energía para ello.
  - En muchos casos se diseñan las turbomáquinas variando  $h$  para mantener  $V_z$  constante de una etapa a otra y entre escalones. La razón es mantener el rozamiento con bujes y carcasas lo más bajo posible.
  - $V_\theta$  viene dado por lo que haga falta en virtud de la ecuación de Euler y el valor deseado lo imponen los álabes marcando una dirección.

# Cinemática y morfología funcional

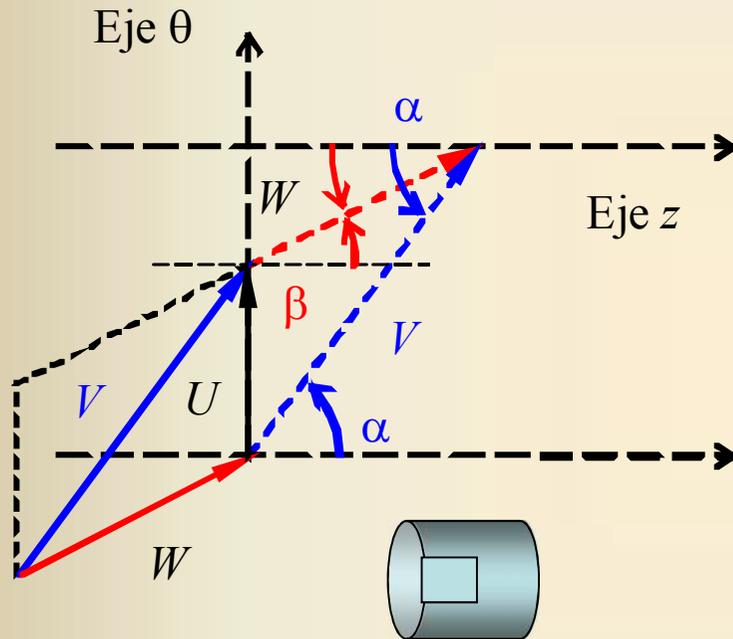
- Escalón compresor centrífugo, el flujo entrante es en dirección al papel



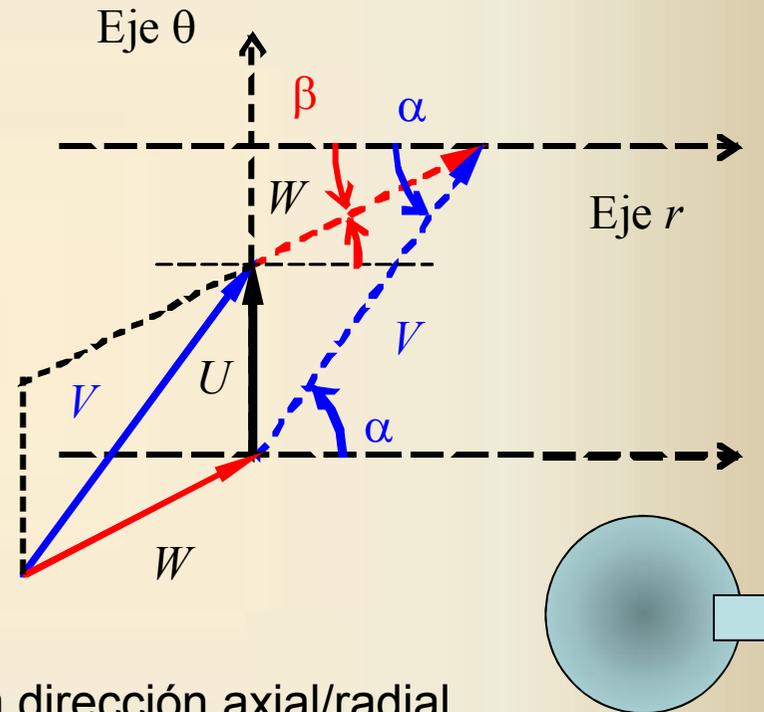
# Triángulos de velocidades

Efectúan la composición de velocidades medias absoluta  $V$ , relativa  $W$  y de arrastre  $U$  sobre un plano. Casos más frecuentes:

Plano tangencial (máquina axial)



Plano  $z = \text{cte.}$  (máquina radial)



$\alpha$ : Inclinación de la corriente **absoluta** c. r. a la dirección axial/radial

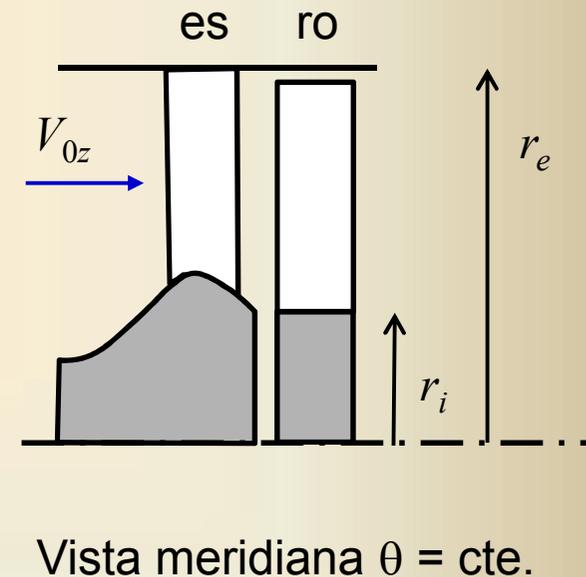
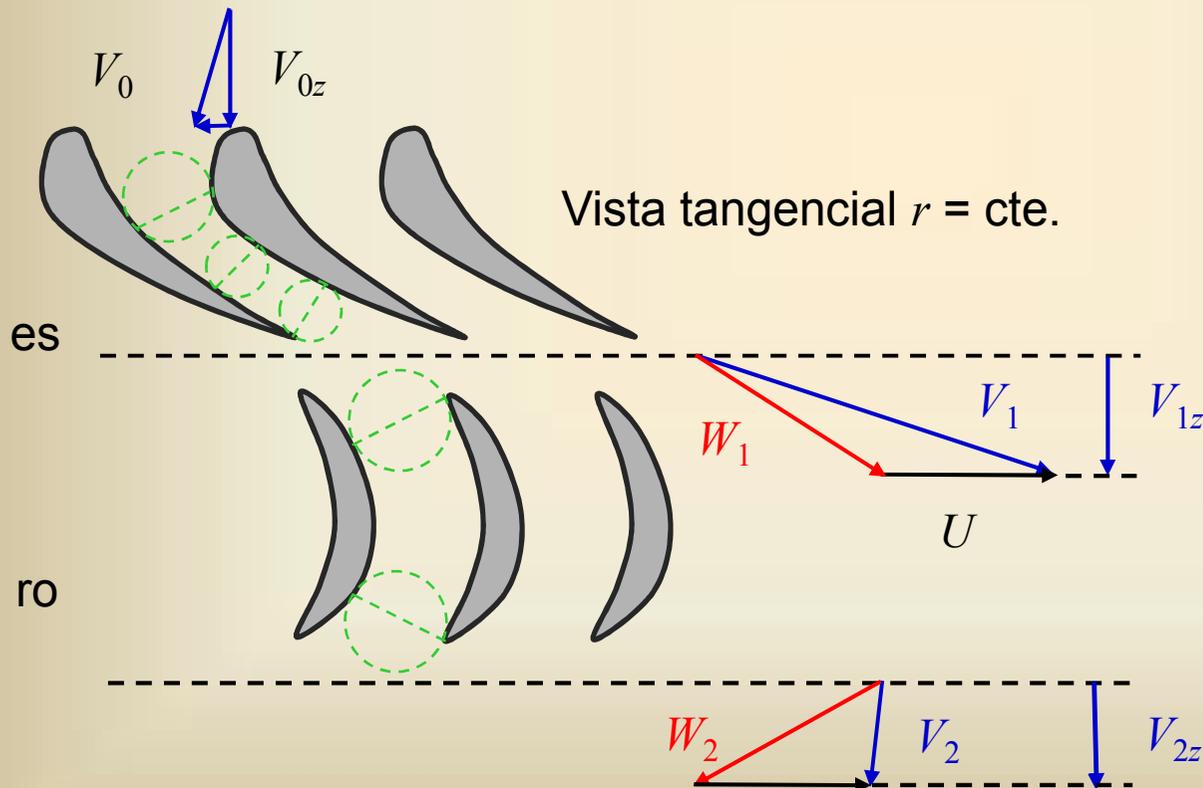
$\beta$ : Inclinación de la corriente **relativa** c. r. a la dirección axial/radial

Ambos son  $> 0$  si aumentan la componente tangencial, o equivalentemente, aumentan  $U$  corriente abajo.

# Turbinas axiales de acción (o impulso)

- En ellas toda la expansión se realiza en el estator. En este caso es de estator sónico, al tener un área inter-álabe convergente.
- El área inter-álabe en el rotor es constante (indicada con los círculos de trazos), demostrando que no expandiona el flujo, solo lo deflecta.

- $V_{0z} \cong V_{1z} \cong V_{2z}$
  - $W_{2\theta} < 0; W_{1\theta} > 0$
- } Como  $r_m = \text{cte.} \Rightarrow$  ec. (1) es aplicable:  $\tau_{fl} = \kappa U (\overbrace{W_{2\theta}}^{\leq 0} - \overbrace{W_{1\theta}}^{\geq 0}) < 0$



# Turbinas axiales de reacción

- Ambas etapas muestran área inter-álabe decreciente corriente abajo, indicando expansión subsónica.

## Criterio de signos universal para los ángulos

$\alpha'$  y  $\beta'$ : ángulos de inclinación de la línea media de los álabes.

$i_i = \alpha'_i - \alpha'_{i-1}$ : ángulo de incidencia en b. e..

(Serán  $\beta$  en rotores)

$\theta_i = \alpha'_i - \alpha'_{i-1}$ : deflexión geométrica.

(Serán  $\beta$  en rotores)

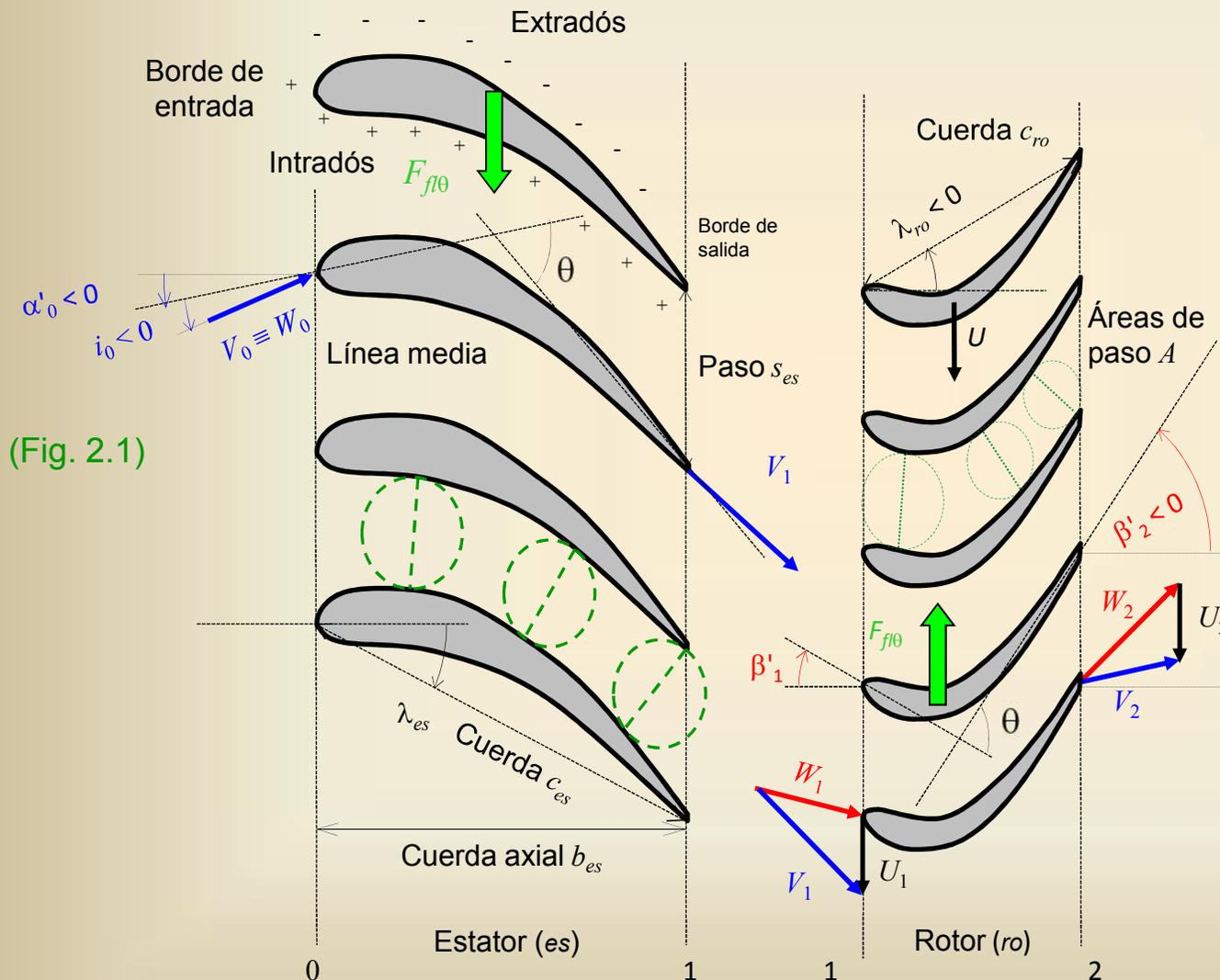
$c$ : cuerda (distancia entre b. e y b. s.)

$s$ : separación o paso.

$b$ : cuerda axial.

$\lambda$ : inclinación del álabe (de la cuerda)

$\lambda_j = (\alpha'_i + \alpha'_{i+1})/2$   
(Serán  $\beta$  en rotores)



(Fig. 2.1)

# Geometría de un escalón

0 es 1 ro 2 es 3

- Desviación de la corriente media en el borde de salida, por no ser el guiado perfecto:

**Estator** antes del rotor:  $\delta_1 = \alpha_1 - \alpha'_1$ ; **Estator** despues del rotor:  $\delta_3 = \alpha_3 - \alpha'_3$

**Rotor** :  $\delta_2 = \beta_2 - \beta'_2$

- Deflexión de la corriente media:

**Estator** antes del rotor:  $\varepsilon_1 = \alpha_1 - \alpha_0$ ; **Estator** despues del rotor:  $\varepsilon_3 = \alpha_3 - \alpha_2$

**Rotor** :  $\varepsilon_2 = \beta_2 - \beta_1$

**Criterio de signos universal:** todos los ángulos son  $> 0$  si mirando corriente abajo hacen aumentar la componente tangencial

- A veces se usa la incidencia cordal:  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Estator : } i_c = \alpha - \lambda \\ \text{Rotor : } i_c = \beta - \lambda \end{array} \right.$

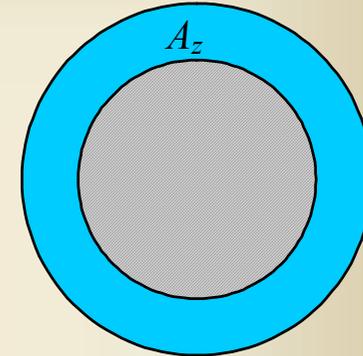
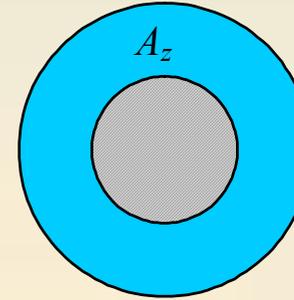
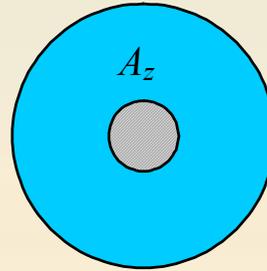
- Altura del álabe: En axiales:  $h = r_e - r_i$  ; En radiales:  $h = |z_p - z_r|$

- Alargamiento:  $\Lambda = \frac{h}{c}$       Solidez:  $\sigma = \frac{c}{s}$

# Geometría de una etapa axial

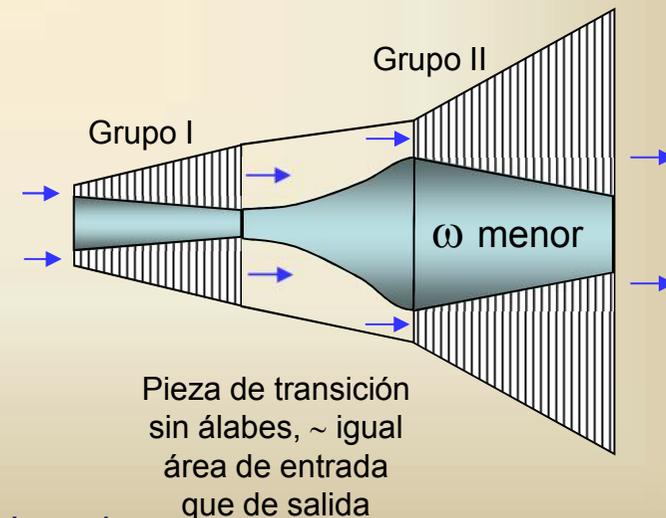
Axial, distintas configuraciones para dar igual área de paso con distinta  $\nu$ :

$$\nu = \frac{r_i}{r_e} < 1 \rightarrow \begin{cases} \frac{r_i}{r_m} = \frac{2r_i}{r_i + r_e} = \frac{2\nu}{1 + \nu} \\ \frac{r_e}{r_m} = \frac{2r_e}{r_i + r_e} = \frac{2}{1 + \nu} \end{cases}$$



$\nu$	0,27	0,5	0,69
Tamaño	mínimo	medio	grande
Superficie de carcasa y buje en contacto con el flujo	mínima	media	grande
Torsión del álabe	grande	media	mínima

En turbomáquinas de flujo compresible con un grupo multiescalón es necesario elegir  $\nu$  alto cuando la densidad es elevada para poder dar  $\nu$  bajo cuando la densidad baja, y así poder dar más área. Cuando el número de escalones es excesivo los valores de  $\nu$  resultan extremos en exceso, recurriéndose entonces a separar los escalones en grupos .



# Geometría de una etapa axial

En axiales:  $h = r_e - r_i$

$$\left. \begin{aligned} \text{Alargamiento: } \Lambda &= \frac{h}{c} \\ h &= r_e - r_i \\ r_i &= \nu r_e \end{aligned} \right\} \rightarrow h = r_e (1 - \nu)$$

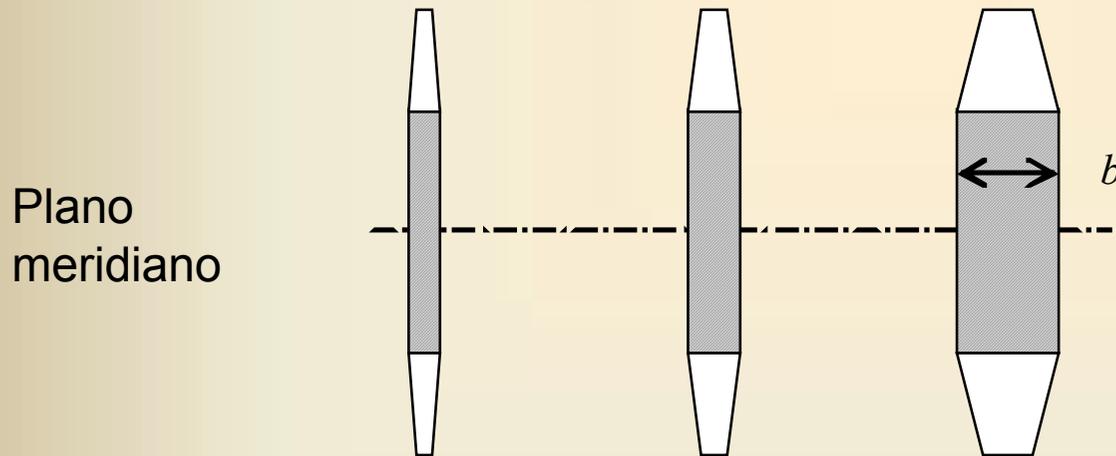
$$r_m = \frac{r_i + r_e}{2} = r_e \frac{1 + \nu}{2}$$

$$\rightarrow \Lambda = \frac{2(1 - \nu) r_m}{(1 + \nu) c}$$

$$\rightarrow \Lambda = \frac{(1 - \nu) N}{(1 + \nu) \pi \sigma_m}$$

$$2\pi r_m = N s_m \rightarrow s_m = \frac{2\pi r_m}{N}; \sigma_m = \frac{c_m}{s_m} \left\{ \begin{array}{l} \text{Solidez} \\ \text{media} \end{array} \right.$$

Elección del alargamiento para igual solidez  $\sigma$  y relación radio interior a exterior  $\nu$



Un valor bajo de  $\Lambda$  produce álabes más anchos y por ello más robustos (mayores espesores), en menor número y con un n° de Reynolds más alto, sin embargo, se alarga la máquina. Es una tendencia actual (álabes de cuerda ancha).

$\Lambda$	Alto	Medio	Bajo
$N$	Alto	Medio	Bajo
$c$	Bajo	Medio	Alto
$b$	Bajo	Medio	Alto

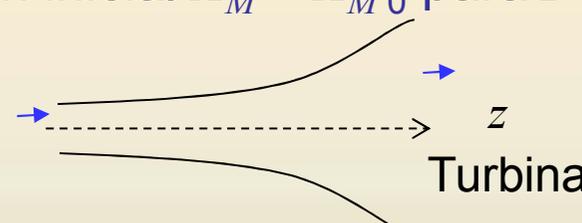
## Evolución del área meridiana a lo largo de la corriente

**Ejercicio 2.5:** Una idealización de máquina es suponer una evolución progresiva de la presión a lo largo de la máquina. Determinar la evolución del área meridiana en una máquina axial asumiendo evolución isentrópica:  $P\rho^{-\gamma} = \text{cte.}$ , asumiendo un **gradiente de presión relativo lineal con  $z$**  y una velocidad axial constante a lo largo de la máquina. **Solución:**

$$\left. \begin{aligned}
 A_M &= \frac{\dot{m}}{\rho V_z} \rightarrow \ln A_M = \ln \dot{m} - \ln \rho - \ln V_z \\
 \text{Sin fugas} &\rightarrow \frac{d\dot{m}}{dz} = 0 \quad ; \quad \text{Condición: } \frac{dV_z}{dz} = 0
 \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{dA_M}{A_M dz} = -\frac{d\rho}{\rho dz}$$

$$\left. \begin{aligned}
 P\rho^{-\gamma} &= \text{cte.} \rightarrow \ln P - \gamma \ln \rho = \ln \text{cte.} \rightarrow \frac{dP}{P} = \gamma \frac{d\rho}{\rho} \rightarrow \frac{d\rho}{\rho dz} = \frac{dP}{\gamma P dz}
 \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{dA_M}{A_M dz} = -\frac{1}{\gamma} \frac{dP}{P dz}$$

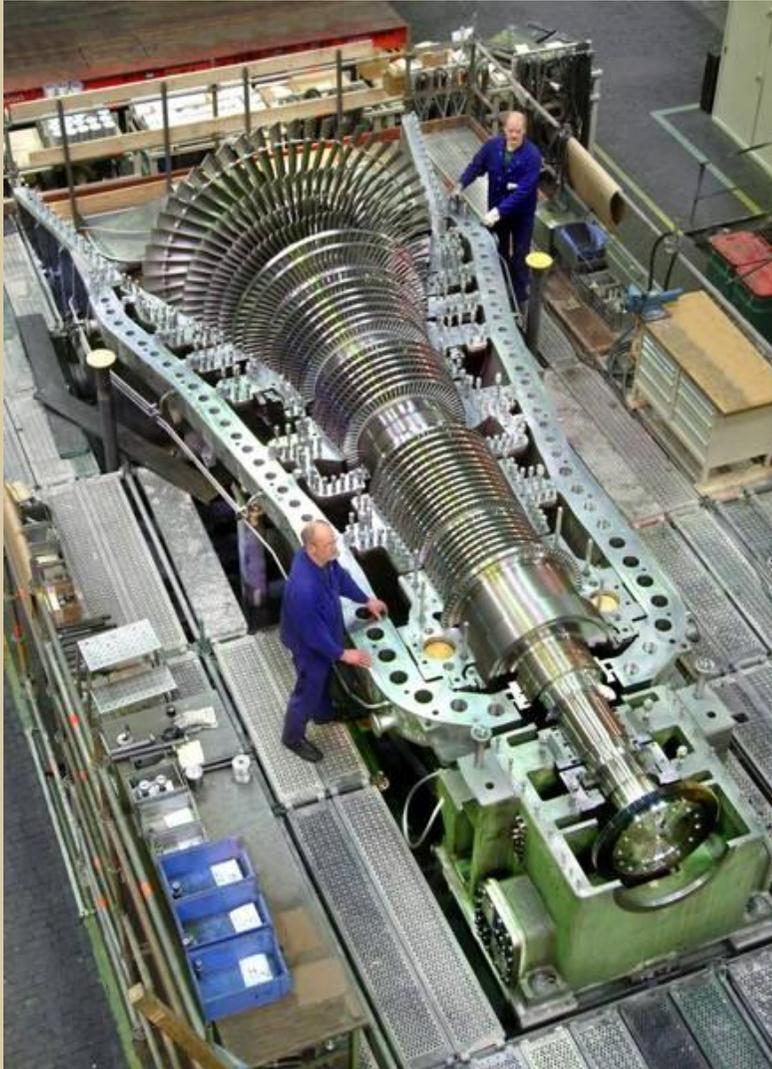
La variación relativa del área meridiana resulta ser proporcional a la variación relativa de la presión. Con  $dP/(Pdz) = \text{cte.}$ , integrando la ecuación diferencial con la condición inicial  $A_M = A_{M0}$  para  $z = z_0$ :

$$A_M = A_{M0} \exp \left[ -\frac{1}{\gamma} \underbrace{\frac{dP}{P dz}}_{\text{cte.}} (z - z_0) \right]$$


Véase también  
Transparencias  
del Cap. 1

Resulta una evolución exponencial, tendiendo a cero hacia la salida para compresores y a infinito para turbinas.

## Evolución del área meridiana a lo largo de la corriente, ilustración gráfica de lo calculado



En una turbina  $dP/dz < 0$

El anillo a altura intermedia del último rotor es para evitar vibraciones de los álabes.

Puede observarse una envolvente doble. La interior sujeta los álabes y la exterior aguanta la presión.

Rotor de una turbina de vapor industrial. Cortesía de MANTURBO [www.manturbo.com](http://www.manturbo.com)

Fuente: <http://en.wikipedia.org/wiki/File:SteamTurbine.jpg>

## Diagrama (simple) de velocidades de un escalón axial

- Cuando  $r_1 = r_2$  se pueden superponer los triángulos de velocidades a la entrada y salida del rotor compartiendo  $U$ . La distancia paralela a  $U$  entre los vértices de los triángulos es proporcional al trabajo específico,  $> 0$  si es en dirección de  $U$ .

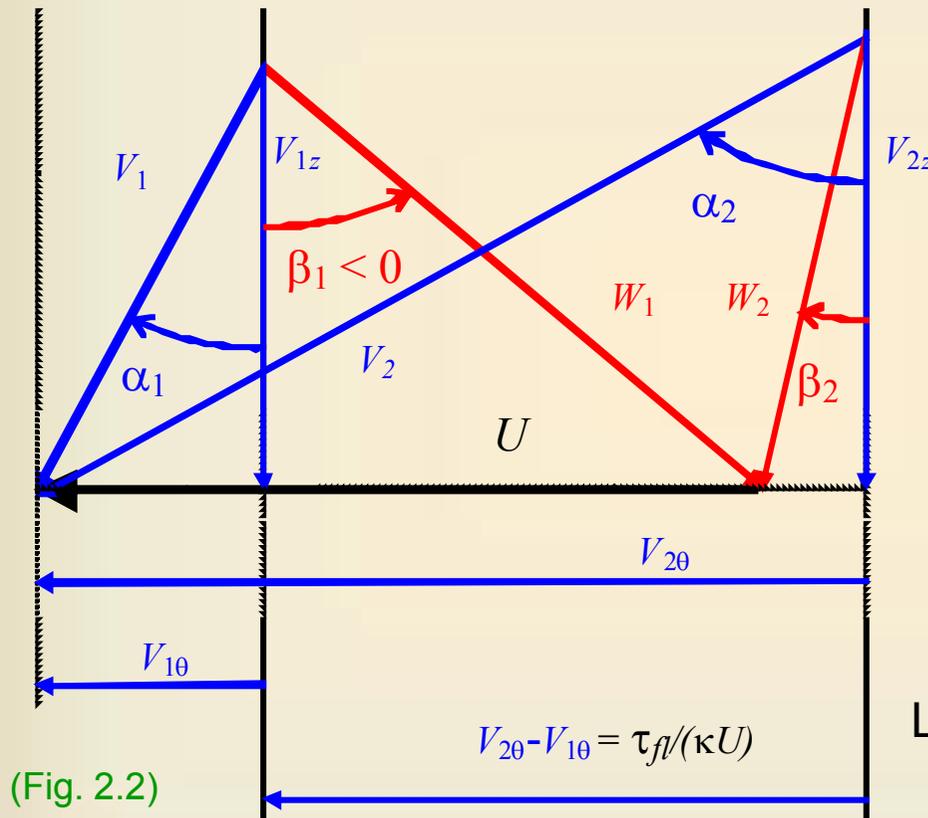
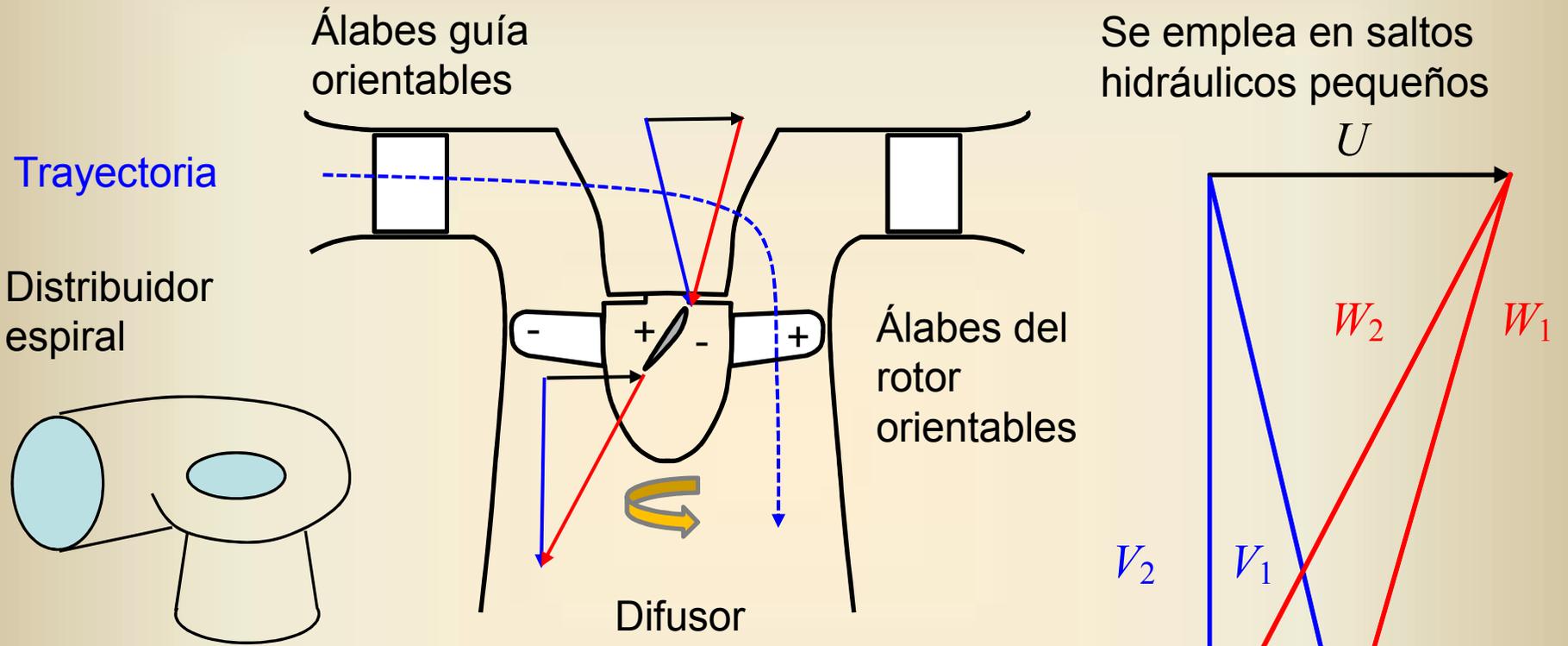


Diagrama con  $r_1 = r_2$

La distancia entre vértices  $\propto \tau_{fl}/U$

- Si además  $V_{1z} = V_{2z}$ , entonces se simplifican las ecuaciones (como se verá) y se denomina **diagrama simple de velocidades**, útil para rotores axiales.

# Ejemplo de diagrama simple de velocidades, turbina Kaplan

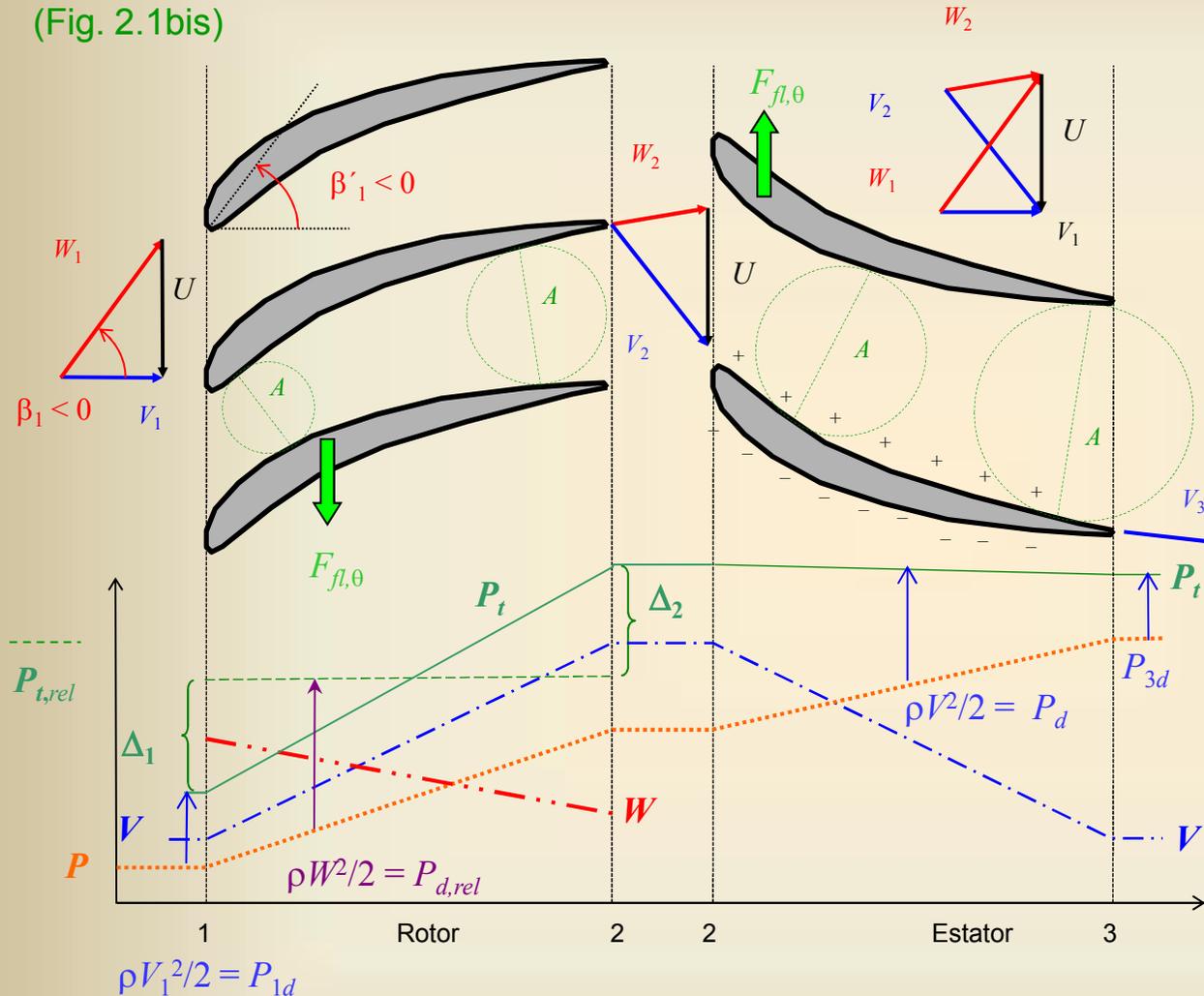


- Los álabes del distribuidor (estator) deflecan la corriente en dirección de  $U \Rightarrow V_{10} > 0$ .
- La deflexión del rotor permite que  $V_{20} = 0$ .
- $V_{20} - V_{10} = \tau_{ff}/(\kappa U) < 0$

El difusor se añade para aumentar el salto de presión a través de la turbina

# Ejemplo de diagrama simple de velocidades, escalón axial de ventilador, bomba o compresor (aprox. incompresible) sin álabes guía.

(Fig. 2.1bis)



1. Bernoulli se cumple en ejes relativos, salvo degradaciones  $\Rightarrow P_{t,rel} = cte$ .
2.  $V_{1\theta} = 0$ ;  $V_{2\theta} > 0 \Rightarrow \tau_{fl} > 0$
3.  $A$  aumenta para el flujo relativo estacionario  $\Rightarrow W_1 > W_2$  y de 1.  $\Rightarrow P_2 > P_1$
4.  $V_{1z} \cong V_{2z}$  por hipótesis.
5. De puntos 2 y 4  $\Rightarrow V_2 > V_1$
6. De puntos 3 y 5  $\Rightarrow P_{2t} > P_{1t}$  coherente con punto 2.
7.  $A_3 > A_2 \Rightarrow V_3 < V_2$  y Bernoulli en ejes absolutos salvo degradaciones  $\Rightarrow P_3 > P_2$
8.  $P_{3t} \leq P_{2t}$  por degradaciones

Estas deducciones solo pueden fundamentarse completamente tras el **Capítulo 3** de transferencia de energía

Ejemplo de diagrama simple de velocidades, escalón axial de ventilador, bomba o compresor (aprox. incompresible), cont. Cálculo de  $\Delta_1$  y  $\Delta_2$ .

$$P_{1t} = P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2$$

$$P_{2t,rel} = P_{1t,rel} = P_1 + \frac{1}{2}\rho W_1^2 = P_1 + \frac{1}{2}\rho |\vec{V}_1 + \vec{U}|^2 > P_{1t}$$

$$\text{Si fuera } \alpha_1 = 0 \Rightarrow |\vec{V}_1 + \vec{U}|^2 = V_1^2 + U^2 \Rightarrow \Delta_1 = \frac{1}{2}\rho U^2$$

$$\left. \begin{array}{l} P_{2t} = P_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho |\vec{W}_2 + \vec{U}|^2 > P_{2t,rel} \\ P_{2t,rel} = P_2 + \frac{1}{2}\rho W_2^2 \\ \text{Si fuera } \beta_2 = 0 \Rightarrow W_2 = V_z \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta_2 = \frac{1}{2}\rho U^2$$

En la figura anterior habría de ser  $P_{1d} \approx P_{3d}$  pues  $V_3 \approx V_1 = V_{1z}$ .

Las degradaciones hacen bajar  $P_t$  y  $P_{t,rel}$  en rotor así como  $P_t$  en estator. Como las velocidades han de cumplir continuidad se mantienen; luego, aparece una caída de  $P$  también.

## Ejemplo de ventilador axial integrado con motor eléctrico de alterna.

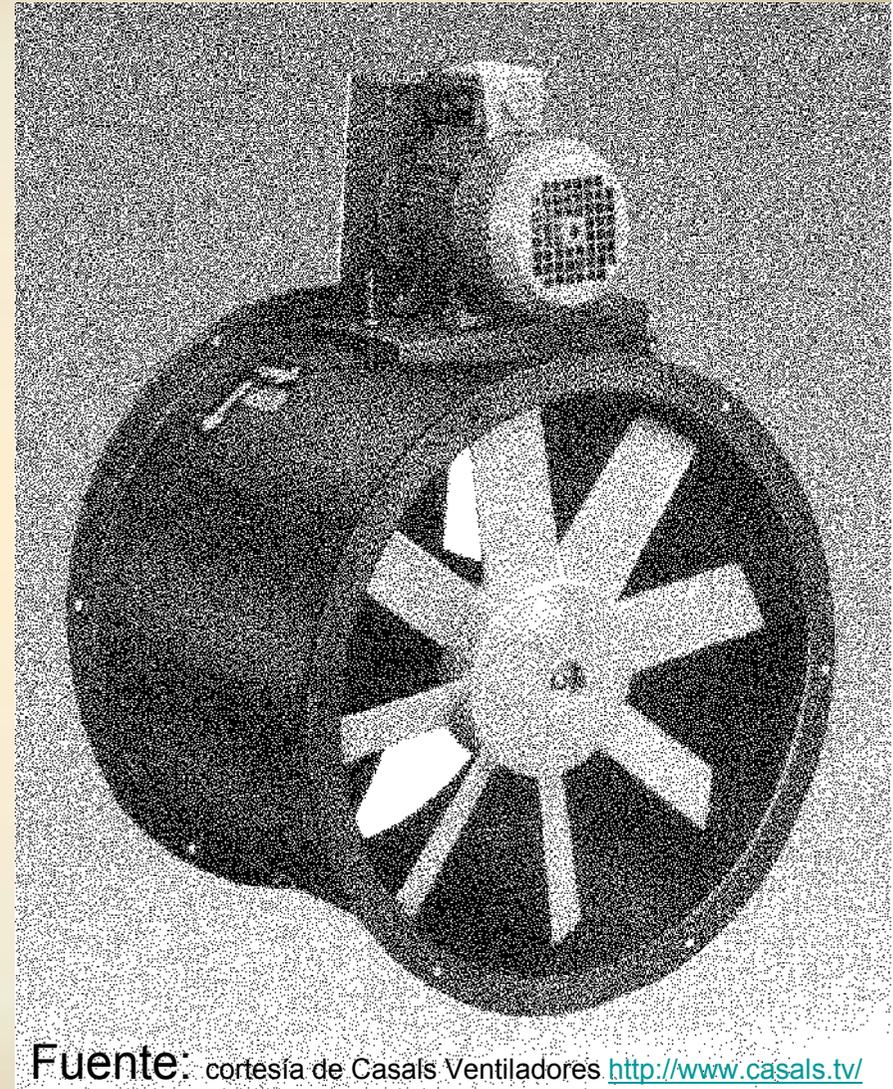
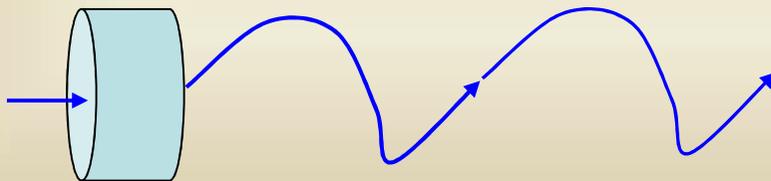
El escaso valor de  $\alpha_2$  hace que no se instale estator tras el rotor. La energía cinética debida a  $V_\theta$  se pierde.

$U_e$  suele ser moderada. Puede estar limitada a ser  $< 80$  m/s por límite de potencia acústica emitida.

$$\Delta P < 800 \text{ Pa} \approx 0,008 \text{ atm.}$$

La incompresibilidad pide área meridiana  $A_z$  constante para mantener  $V_z$ .

El régimen de giro viene dado por la frecuencia de la red, el número de polos del motor eléctrico y la relación de transmisión.



## Ejercicio sobre efectos tridimensionales en un escalón axial

**Ejercicio 2.6:** Sea un ventilador axial compuesto por un rotor exclusivamente, movido por motor eléctrico de 1.500 r.p.m.. Se desea construir con 1 m de radio y es necesario dejar un buje de 20 cm de radio para el motor. Se desea que la velocidad de entrada sea de 20 m/s. Calcular la orientación de la corriente media relativa al álabe a la entrada y el valor del módulo del vector velocidad relativa a lo largo de la altura del álabe. No hay álabes guía, ver p. 26 del Cap. 2.

**Solución:** En el supuesto de corriente incidente axial pura y uniforme, (Fig. 2.2):

$\beta_1 = \arctan(-U/V_z)$ ;  $U = \omega r$ ;  $\omega = 1.500 \text{ r.p.m.} \times (1 \text{ min}/60\text{s}) \times (2\pi \text{ radianes/vuelta}) = 157 \text{ radianes/s}$

$V_z = 20 \text{ m/s}$ ;  $r_i = 0,2 \text{ m}$ ;  $r_e = 1 \text{ m}$ .

$$W_1 = \sqrt{U^2 + V_z^2}$$

Tomando 6 estaciones equidistantes a lo largo de la altura del álabe, resulta:

$(r-r_i)/(r_e-r_i) = R$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$r$ [m] despejado de $R$	0,2	0,36	0,52	0,68	0,84	1
$U = \omega r$ [m/s]	34,1	56,5	81,6	107	132	157
$\beta_1$ [°]	-57,5	-67,5	-76,2	-79,4	-81,4	-82,7
Orientación entrada álabe						
$W_1$ [m/s]	37,2	59,9	84,0	109	134	158

$V_z$

**Comentarios:** Puede observarse que el álabe ve venir la corriente con una orientación diferente al pasar de la raíz a la punta. Asimismo aumenta mucho la velocidad relativa al álabe  $W_1$  de raíz a punta.

## Ángulo de la corriente tras un simple rotor con deflexión dada

- En un ventilador axial la corriente incidente es axial, ¿cual es el ángulo de la corriente media saliente?

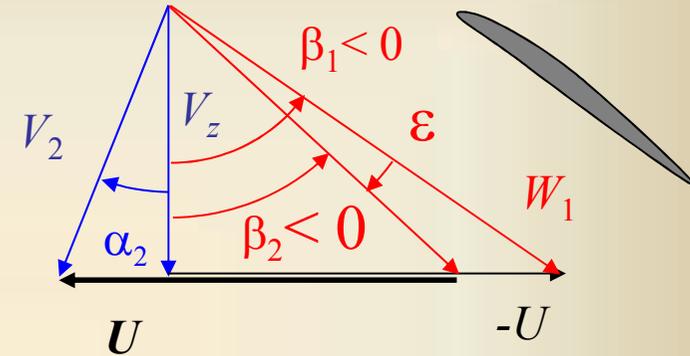


Fig.2.2:  $\tan \beta_1 = \tan \alpha_1 - U / V_z$

$\alpha_1 = 0 \Rightarrow \beta_1 = \arctan(-U / V_z)$

$\beta_2 = \beta_1 + \varepsilon$

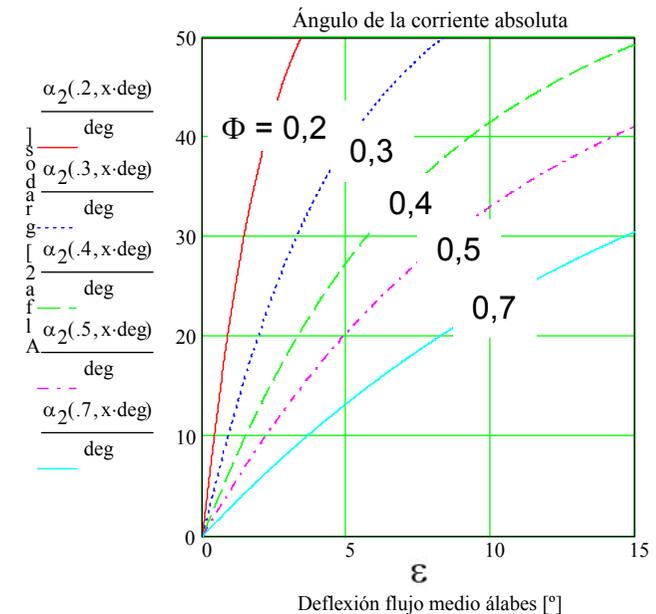
$\alpha_2 = \arctan\left(\frac{V_z \tan \beta_2 + U}{V_z}\right)$

$V_z / U = \Phi$ , por definición

$$\Rightarrow \alpha_2 = \arctan\left[\tan\left(-\arctan \Phi^{-1} + \varepsilon\right) + \Phi^{-1}\right]$$

Para un valor medio de  $\Phi = 0,333$  y  $\varepsilon = 5^\circ$  resulta  $\alpha_2 = 34,7^\circ \Rightarrow$  con deflexiones pequeñas del álabe se logran deflexiones importantes de la corriente absoluta, la que determina el par y con ello la potencia.

**Actividad 2.2:** Si se quiere aliviar la tarea de un estator tras el rotor que enderezara la corriente hasta dejarla axial, ¿en que dirección tiene que deflectar la corriente una corona de álaves guía?. Cuantificarlo.

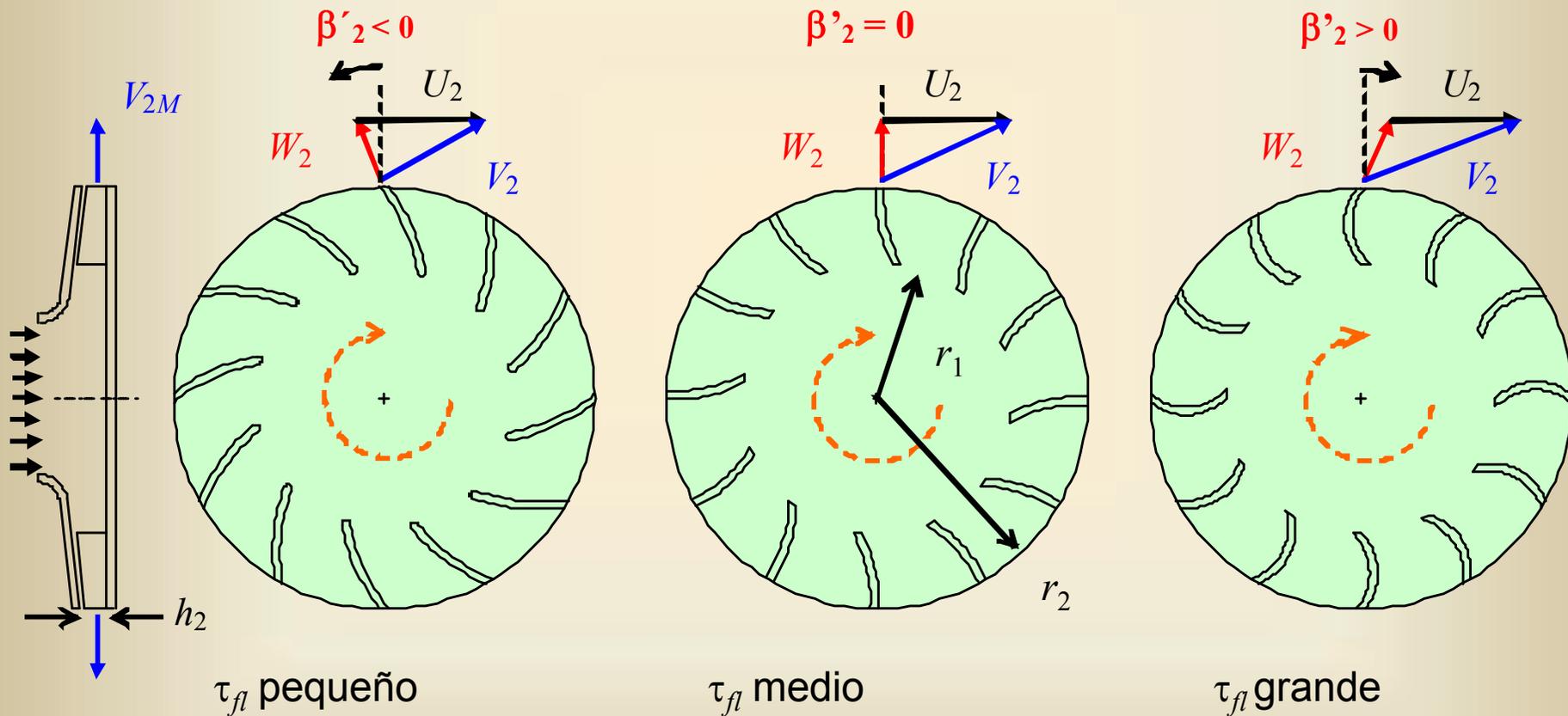


# Forma de rotores de máquinas compresoras radiales

- Vista axial para los tres casos de álabes inclinados a la salida

Fuente: Adaptado de Lecuona y Nogueira 2000 [1]

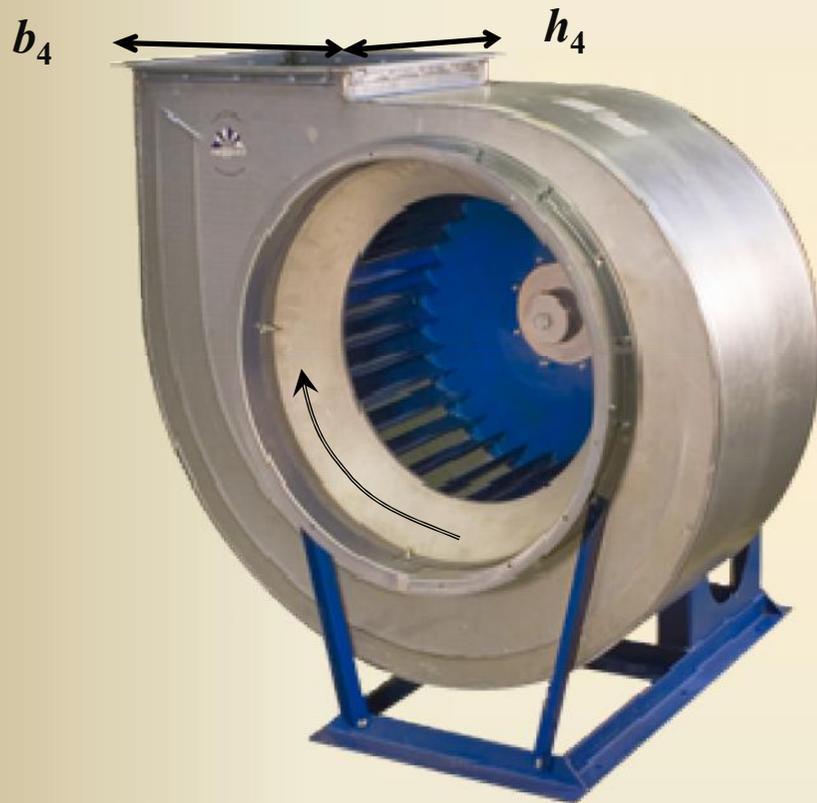
hacia:      Detrás                      Radiales                      Delante



Para igual  $U$  aumenta  $V_2$  al inclinar hacia delante y con ello  $V_{20}$  y consecuentemente  $\tau_{fl}$ .

## Ejemplo de ventilador radial de impulso

- Álabes inclinados hacia delante para lograr elevada impulsión con baja velocidad de giro. Objetivo, pequeño diámetro y baja emisión de ruido; inconveniente, bajo rendimiento, véase **Cap. 6**.



La entrada es axial, pero en el ojo de entrada, la corriente se defleca radialmente de forma libre.

El **estator difusor-colector** es de tipo espiral, llamado también de caracol, de voluta u oído.

Este elemento tiene la particularidad de cambiar la componente de velocidad que produce caudal, de meridiana (a la salida del rotor) a tangencial (a la salida del estator con forma de caracol).

Fuente: [http://en.wikipedia.org/wiki/File:Centrifugal\\_fan.png](http://en.wikipedia.org/wiki/File:Centrifugal_fan.png)

## Elaboraciones de la fórmula de Euler (como función de los lados de los triángulos)

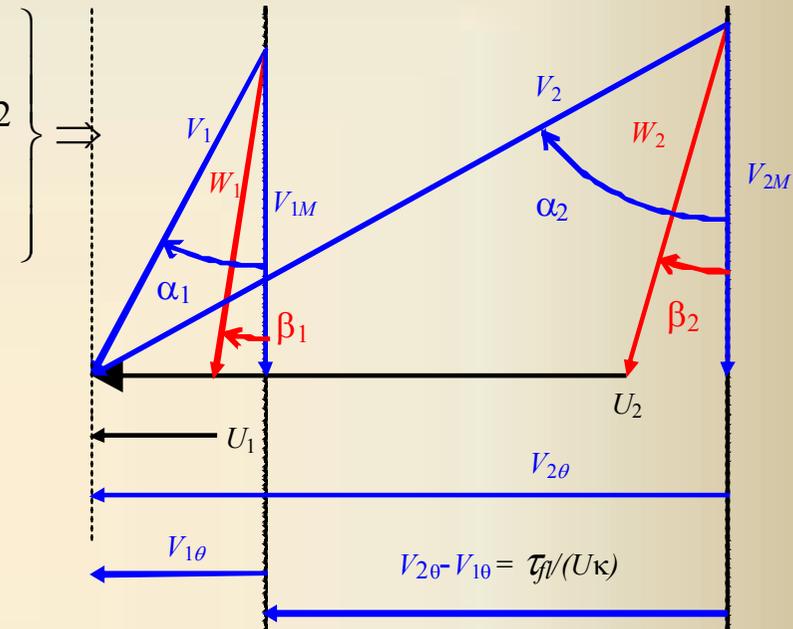
- En un diagrama de velocidades genérico, todos los ángulos  $> 0$ , por trigonometría:

$$W_1^2 = V_1^2 + U_1^2 - 2U_1V_{1\theta} \rightarrow 2U_1V_{1\theta} = V_1^2 + U_1^2 - W_1^2$$

$$W_2^2 = V_2^2 + U_2^2 - 2U_2V_{2\theta} \rightarrow 2U_2V_{2\theta} = V_2^2 + U_2^2 - W_2^2$$

$$\text{Fórmula de Euler: } \tau_{fl} = \kappa (U_2V_{2\theta} - U_1V_{1\theta})$$

$$\Rightarrow \tau_{fl} = \kappa \left( \frac{\overbrace{V_2^2 - V_1^2}^{\Delta e_{cin}}}{2} + \frac{\overbrace{U_2^2 - U_1^2}^{-\Delta e_{pot,c}}}{2} - \frac{\overbrace{W_2^2 - W_1^2}^{\Delta e_{cin,rel}}}{2} \right)$$



El trabajo aportado [extraído] al fluido a través de un rotor se debe a:

1. Aumentar [disminuir] la energía cinética del fluido (primer término) en el rotor.
2. Aumentar [disminuir] el radio (segundo término), y con ello la energía potencial en el campo centrífugo, en el rotor.
3. Disminuir [aumentar] la velocidad relativa (tercer término) y con ello la energía cinética relativa, difundiendo [acelerando] la corriente, en el rotor.

## Etapas e hileras de álabes

- Es práctica habitual ensayar los álabes en hileras (cascadas de álabes) estacionarias, véase la p. 14, determinándose en el ensayo la deflexión que provocan y la pérdida de presión de remanso entre la entrada y la salida, como medida de las degradaciones de energía cinética en térmica. La relación que existe entre esta pérdida y el rendimiento de la etapa y ulteriormente del escalón, al recolectarse todas las contribuciones de pérdidas viene en la literatura.
- No se distingue entre estator y rotor, pues en rotor la velocidad ensayada es la relativa que resulte en operación.
- El signo de la incidencia, con el criterio universal de signos adoptado, depende de la configuración del escalón, véase las Fig. 2.1 y 2.1bis. Como la incidencia influye en los resultados del ensayo de una forma conocida y es distinta si la corriente incide del lado del intradós que si del extradós, independientemente del uso que se de a la hilera, en los ensayos de hileras se toma otro criterio de signos. Se define la incidencia del perfil  $i_p > 0$  cuando la corriente viene del lado cóncavo (intradós) y negativa, si viene del lado convexo (extradós), Fig. 2.3.
- La desviación del perfil  $\delta_p$  se mide con igual sentido de giro, positiva en el sentido esperado, el de reducción de la deflexión impuesta por la geometría del perfil  $\theta_p$ , de intradós a extradós mirando corriente abajo, véase la Fig. 2.3.
- Análogamente, la deflexión de la corriente  $\varepsilon_p$  se define positiva en el sentido esperado, en igual sentido que la deflexión geométrica del perfil  $\theta_p$ , Fig. 2.3.

## Etapas e hileras de álabes

- La incidencia del perfil  $i_p$ , cuando no se quiere distinguir si es rotor o estator y no se quiere distinguir tampoco si es etapa de compresor (c) o turbina (e), se considera  $> 0$  del lado del intradós, con sentido de giro igual que la desviación del perfil  $\delta_p$ .
- Las deflexión geométrica del perfil es siempre  $\theta_p > 0$  y la de la corriente media  $\varepsilon_p$  del perfil es  $> 0$  con el mismo sentido.

Sentidos positivos

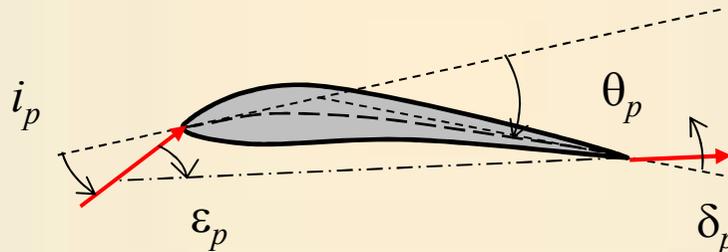


Fig. 2.3

$$\left. \begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 \text{c} \\
 \text{e}
 \end{array} \right\} \delta_p = \begin{Bmatrix} - \\ + \end{Bmatrix} (\alpha_2 - \alpha'_2) \\
 \left. \begin{array}{l}
 \text{c} \\
 \text{e}
 \end{array} \right\} i_p = \begin{Bmatrix} - \\ + \end{Bmatrix} (\alpha_1 - \alpha'_1)
 \end{array} \right\} \rightarrow \varepsilon = \alpha_2 - \alpha_1 = \alpha'_2 \begin{Bmatrix} - \\ + \end{Bmatrix} \delta_p - \left[ \begin{Bmatrix} - \\ + \end{Bmatrix} i_p + \alpha'_1 \right]$$

$$\left. \begin{array}{l}
 \varepsilon > 0 \\
 \varepsilon < 0 \\
 \varepsilon = 0
 \end{array} \right\} \theta = \alpha'_2 - \alpha'_1$$

$$\left. \begin{array}{l}
 \varepsilon > 0 \\
 \varepsilon < 0 \\
 \varepsilon = 0
 \end{array} \right\} \varepsilon_p = \begin{Bmatrix} + \\ - \end{Bmatrix} \theta_p \begin{Bmatrix} - \\ + \end{Bmatrix} \delta_p$$

$$\left. \begin{array}{l}
 \varepsilon > 0 \\
 \varepsilon < 0 \\
 \varepsilon = 0
 \end{array} \right\} \varepsilon_p = \begin{Bmatrix} > 0 \\ < 0 \\ = 0 \end{Bmatrix} \theta_p + i_p - \delta_p$$

## Capacidad de deflexión de hileras 2D de álabes estacionarios al variar la incidencia del perfil

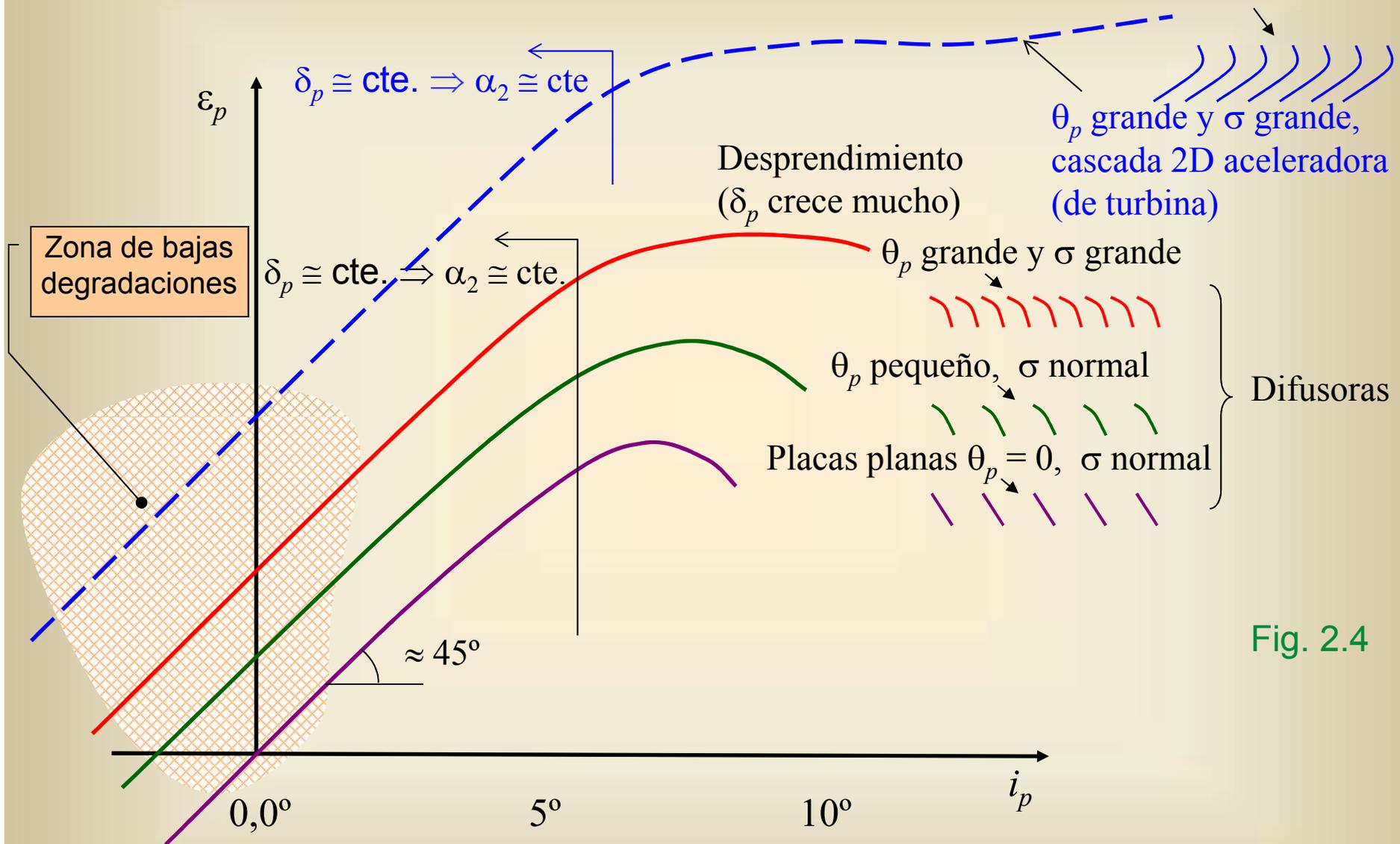


Fig. 2.4

Conclusión: La deflexión del perfil se consigue por la curvatura del perfil  $\theta_p$  y por la incidencia  $i_p > 0$  y se ve mermada por  $\delta_p > 0$ .

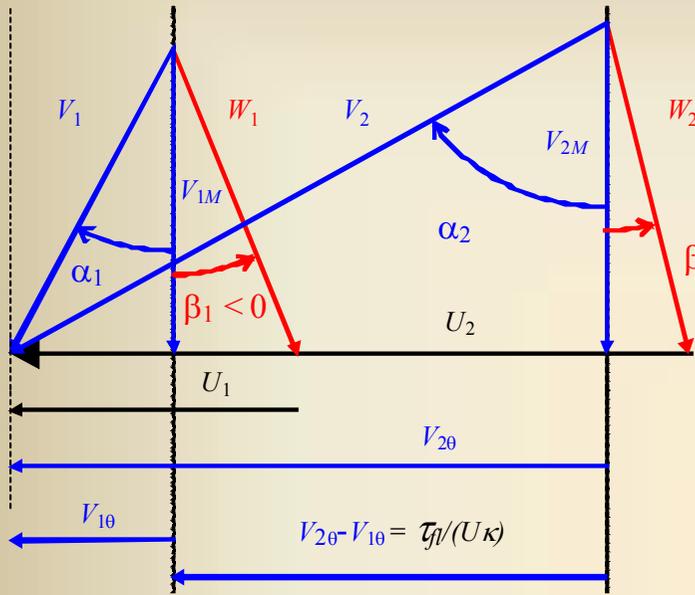
## Elaboraciones de la fórmula de Euler como función de los ángulos

- La orientación media de la corriente incidente a una corona de álabes viene dada por una otra corona de álabes que aguas arriba de ella exista, o bien se trata de un espacio diáfano. En ambos casos ello determina  $\alpha_1$  para un rotor.
- La incidencia a la corona del rotor viene dada de  $i = \beta_1 - \beta'_1$  y de su valor se deducen las degradaciones (lo que afectará al rendimiento y que por ahora no se ha determinado cómo). Su relación con  $\alpha_1$  viene dada por la [Ec. \(2.5\)](#).
- La incidencia determina también la desviación de la corriente media a la salida del rotor o equivalentemente la deflexión media  $\varepsilon_{ro}$ , véase la [Fig.2.4](#) . Si la incidencia  $i$  es moderada la desviación es razonablemente constante y equivalentemente, la deflexión crece linealmente con  $i_p$ . En todo caso, queda determinada la orientación de la corriente media a la salida del rotor  $\beta_2$ .
- Cuando la incidencia del perfil es excesiva, superior a un valor entre  $+5^\circ$  y  $+10^\circ$  la corriente deja de seguir el contorno del extradós y continúa con una dirección más recta. Se dice que la corriente se ha desprendido. Con una incidencia del perfil muy negativa se desprende la corriente en el intradós. En ambos casos las degradaciones aumentan bruscamente. Es un proceso pulsante y generador de turbulencia.

## Elaboraciones de la fórmula de Euler como función de los ángulos

- De lo anterior se deduce que sería interesante deducir el trabajo intercambiado con el flujo en el rotor para  $\alpha_1$  y  $\beta_2$  determinados.
  - Esto sirve para entender un diseño en su punto operativo óptimo,  $i \approx 0$ .
  - Además sirve para, con un diseño fijo, ver como influyen las condiciones operativas. Si  $\alpha_1$  y  $\beta_2$  variaran con las condiciones operativas, se usan los valores que correspondan.
  - Veamos, si además adimensionalizamos, el punto operativo queda determinado por el cociente entre la velocidad meridiana  $V_M$ , que varía con el caudal y la velocidad de giro  $U$ .

# Elaboraciones de la fórmula de Euler como función de los ángulos



Para una máquina no necesariamente axial a la que variemos la velocidad meridiana y  $U$ :

$\alpha_1 = \text{cte. por el guiado precedente} \Rightarrow V_{1\theta} = V_{1M} \tan \alpha_1$

$\beta_2 < 0$   $\beta_2 = \text{cte. por el guiado} \Rightarrow V_{2\theta} = U_2 + V_{2M} \tan \beta_2$

$$V_M = \frac{\dot{m}}{\rho A_M} \rightarrow \begin{cases} \text{axiales: } A_M = \pi(r_e^2 - r_i^2); V_M = V_z \\ \text{radiales: } A_M = 2\pi r_2 h_2; V_M = V_r \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{V_{1M}}{U_1} = \frac{\dot{m}}{\rho_1 A_{1M} U_1} \\ \frac{V_{2M}}{U_2} = \frac{\dot{m}}{\rho_2 A_{2M} U_2} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{V_{2M}}{U_2} = \frac{V_{1M}}{U_1} \underbrace{\left( \frac{A_{1M}}{A_{2M}} \frac{r_1}{r_2} \right)}_{\text{Parámetro geométrico}} \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

$$\tau_{fl} = \kappa (U_2 V_{2\theta} - U_1 V_{1\theta}) = \kappa [U_2 (U_2 + V_{2M} \tan \beta_2) - U_1 \cdot V_{1M} \tan \alpha_1] \Rightarrow$$

(2.4)

$$\frac{\tau_{fl}}{U_2^2} \frac{1}{\kappa} = 1 + \frac{V_{1M}}{U_1} \frac{r_1}{r_2} \underbrace{\left( \frac{A_{1M}}{A_{2M}} \right)}_{\text{Parámetro geométrico}} \frac{\rho_1}{\rho_2} \underbrace{\tan \beta_2}_{\approx \text{cte. al cambiar condiciones operativas}} - \frac{r_1}{r_2} \underbrace{\tan \alpha_1}_{\text{Determinado por condiciones corriente arriba}}$$

$\rho_1 / \rho_2 \sim 1$ , depende de si el flujo es compresible o no. Puede cambiar bastante al cambiar  $U_2$

Se llamará  $\Psi$  en el Cap. 3

Se llamará coef. de flujo  $\Phi$  en el Cap. 3

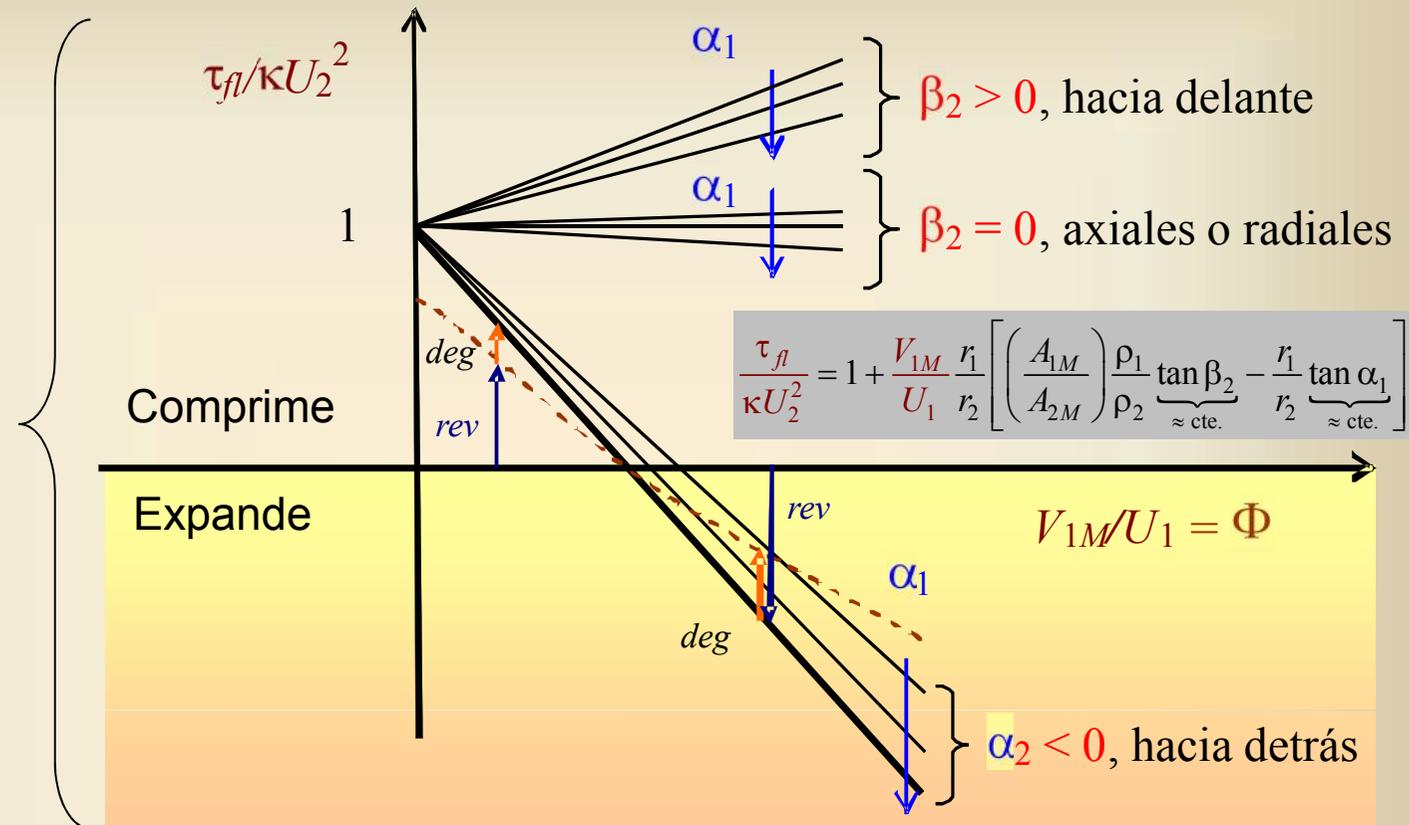
**Actividad 2.3:**  
Simplificar para el caso

$$V_{1M} = V_{2M}$$

## Elaboraciones de la fórmula de Euler como función de los ángulos

### Actuaciones:

**Líneas de carga**  
para  $\rho_1/\rho_2 = \text{cte.}$ .  
Las de Euler en  
línea continua, la  
reversible en  
trazos.



$\alpha_1/\beta_2$ : Cuanto más negativo/positivo, más hacia comprimir y cuanto más positivo/negativo más hacia expandir.

Euler evalúa todo el trabajo por fuerza tangencial aportado, pero parte de él se puede degradar en energía térmica  $_{deg}$ :

$$\tau_{fl} = \underbrace{\tau_{fl,rev}}_{\text{Reversible}} + \underbrace{\tau_{fl,deg}}_{>0}$$

## Elaboraciones de la fórmula de Euler (como función de los ángulos) cont.

El trabajo específico aportado varía como  $U_2^2$ .

- Puede modificarse el trabajo específico aportado al fluido a régimen constante, controlando el giro o torbellino (swirl) de la corriente aguas arriba del rotor, cuantificado con  $\alpha_1$  (p. e. con álabes guía o estatores). Este efecto se nota más en las centrípetas por ser  $r_1 > r_2$ .
- La incidencia de la corriente media viene dada por (véase la Fig. 2.1):

$$\left. \begin{array}{l}
 i_{ro} = \beta_1 - \overbrace{\beta'_1}^{\text{Parámetro geométrico}} \\
 \tan \beta_1 = \underbrace{\tan \alpha_1}_{\text{Asumido aproximadamente constante}} - \frac{U_1}{V_{1M}}
 \end{array} \right\} \Rightarrow i_{ro} = \arctan \left( \tan \alpha_1 - \frac{U_1}{\underbrace{V_{1M}}_{\Phi^{-1}}} \right) - \beta'_1 \quad (2.5)$$

- $i_{ro}$  se ve influida por:
  - Condiciones corriente arriba  $\alpha_1$
  - Orientación del álabe  $\beta'_1$ .
  - Coeficiente de flujo  $\Phi = V_{1M}/U_1 \sim 0,3$  a  $0,6$ .
- $i$  en general puede ser  $> 0$  ó  $< 0$ .

## Aplicaciones

**Ejercicio 2.7:** Aplicar a un compresor axial convencional con diagrama de velocidades simple, denominando **coeficiente de carga** a  $\Psi = \tau_{fl} / U^2$  y **coeficiente de flujo** a  $\Phi = V_z / U$ . Deducir si su línea de carga (de Euler) es ascendente o descendente.

**Solución:** Si asumimos velocidad axial a la salida del rotor (2) igual a la de entrada(1)

$$r_1/r_2 = 1 \rightarrow U_1 = U_2 = U; V_{1z} = V_{2z} \quad \text{Ec. (2.4)} \rightarrow \Psi = \tau_{fl} / U^2 = \kappa \left[ 1 + \Phi (\tan \beta_2 - \tan \alpha_1) \right]$$

Observando la geometría habitual de los compresores axiales, es  $\beta_2 < 0$ , por lo que la línea de carga es descendente salvo que  $\alpha_1$  sea negativo y de valor elevado.

**Ejercicio 2.8:** Aplicar a una turbina axial con diagrama de velocidades simple, denominando coeficiente de flujo a  $\Phi = V_z / U > 0$  y coeficiente de carga a

$$\Psi = \tau_{fl} / U^2 \quad \text{Deducir si su línea de carga es ascendente o descendente.}$$

**Solución:** Hacemos uso del resultado obtenido en el ejercicio anterior. En las turbinas axiales los álabes del rotor generalmente marcan una dirección a su salida  $\beta_2 < 0$  de valor absoluto grande y los del estator un valor  $\alpha_1 > 0$  grande. En consecuencia, se puede formular:  $\Psi = \tau_{fl} / U^2 = \kappa \left[ 1 - \Phi (|\tan \beta_2| + \tan \alpha_1) \right]$

Esta ecuación muestra que las turbinas axiales tienen una línea de carga con pendiente muy negativa, funcionando como turbinas a partir de un cierto caudal en la dirección prevista. Esto indica que el valor absoluto del trabajo específico completo extraído de la corriente aumenta con el coeficiente de flujo.

# Resumen

- La fórmula de Euler nos proporciona el par total sobre el flujo a través de un VC globalmente estacionario que encierra álabes.
  - Necesita conocer la velocidad media a la entrada y salida del VC, sin especificar los álabes que la crean.
  - No necesita hipótesis alguna de reversibilidad, intercambio de calor o naturaleza del fluido.
- Eligiendo un VC que contenga solo un rotor y carcasa lisa, es posible aproximar el trabajo específico aportado al flujo pues  $C_{fl,es} \ll C_{fl,ro}$ .
- La ecuación de Euler se puede aplicar a ánuos coaxiales apilados coaxialmente de raíz a punta, usándose medias acimutales de la velocidad.
- Como los álabes guían la corriente con el borde de salida afilado y admiten incidencias importantes en el borde de entrada se pueden apilar etapas para formar escalones y a su vez se apilan escalones para sumar su efecto, sin tener en cuenta sus interacciones tangenciales (el que está corriente abajo acepta lo que le envía el que está corriente arriba).
- La teoría de la línea media o unidimensional es una herramienta eficaz para el prediseño.

# Resumen (cont.)

- Paradigma del conducto curvo:
  - Inclinarse la corriente con respecto al eje (aumentar  $\theta$ ) supone acelerar la corriente al aumentar  $V_{\theta}$ , pues generalmente se varía el área de paso anular (con  $h$ ) para mantener  $V_M$  constante si es que cambia la densidad.
  - En turbinas, el giro del rotor permite extraer potencia remansando la corriente absoluta. Ello, acelerando la corriente relativa. Precisamente se trata de acelerar la corriente en sentido contrario al del giro, por lo que se logrará una cancelación de la velocidad relativa, al sumarle la de arrastre  $U$ .
  - En compresores es posible agregar potencia al fluido acelerando la corriente absoluta, simultáneamente remansando la corriente en el movimiento relativo. Precisamente, es este remansamiento el que permite reducir la componente tangencial del flujo relativo y por ello lograr un aumento de la componente tangencial del flujo absoluto a la salida.
  - Estos efectos pueden ser mayores si se logra cambiar la velocidad de arrastre  $U$ , por variación del radio, véase la [Ec. \(2.4\)](#). Así, las máquinas radiales y mixtas logran una potencia elevada para un cierto tamaño.

# Resumen (cont.)

- Se ha elegido un sentido positivo universal para los vectores positivos de entrada a salida, al aumentar el radio y en el sentido de giro; y para ángulos, siendo éstos positivos si hacen aumentar  $U$  viendo el flujo de entrada a salida.
- Sin embargo, para poder trasladar mediciones hechas en túnel de viento estacionario sobre cascadas de álabes, válidas tanto para estatores como para rotores, es necesario aceptar unos criterios de ángulos adicionales, referido al perfil  $p$ . Consideran positivo el ángulo en la orientación esperada. Para convertirlos en el criterio universal hace falta considerar la dirección en la que gira el rotor.
- Se ha introducido un coeficiente de flujo que define de forma natural el estado operativo de las etapas. Determina la incidencia del perfil y con ello la deflexión de la corriente, lo que se traduce en el trabajo total intercambiado. También influirá en la eficiencia. Este parámetro se explicará más detalladamente en los **Caps. 3 y 4**.

# Preguntas de autoevaluación

1. ¿Porqué es no estacionario el flujo en un VC que contiene un rotor?
2. ¿Porqué se convierte en flujo estacionario en ejes rotatorios fijos al rotor? y ¿Qué consecuencias tiene en la posibilidad de intercambiar trabajo?
3. ¿La ecuación de Euler necesita alguna hipótesis de reversibilidad?
4. ¿La ecuación de Euler proporciona la potencia intercambiada de manera exacta?
5. ¿Cómo se denominan los ángulos de la corriente media absoluta y relativa con respecto a la dirección meridiana?
6. ¿Los ángulos de la corriente media son  $> 0$  si mirando corriente abajo aumentan la componente tangencial de la velocidad?
7. ¿Los rotores de compresores difunden la corriente relativa? ¿ y la absoluta?
8. ¿Los estatores de compresores difunden la corriente?
9. Una máquina recibe la corriente de un depósito en calma ¿Se puede asumir que carece de componente tangencial?
10. ¿Es habitual diseñar las turbomáquinas para que la incidencia de la corriente media sea pequeña?
11. ¿Se toleran incidencias mayores de la corriente media en álabes de turbina que de compresor?
12. Una corona de álabes funcionando normalmente ¿Mantiene la orientación de la corriente a su salida cuando la incidencia cambia dentro de un rango razonable?
13. Sea una corona de álabes de compresor (o ventilador) con la dirección marcada por el borde de salida de sus álabes inclinada hacia delante. Si su velocidad de giro es constante y aumenta el caudal ¿Aumenta el trabajo específico?.
14. En las mismas circunstancias del caso anterior, al aumentar el caudal, ¿aumenta la incidencia de los álabes?

# Preguntas de autoevaluación

15. Compruebe en la Fig. 2.4 que una corona de álabes sin curvatura no difunde la corriente si no hay incidencia. Compruebe que en tal circunstancia no intercambiará trabajo con el flujo.
16. Compruebe en la Fig. 2.4 que una corona de álabes con curvatura deja de deflectar la corriente con incidencia del perfil negativa. Relacione tal circunstancia con la anulación de trabajo aportado al flujo de la figura en la p. 53. para ello haga uso de la expresión de la incidencia en la p. 54, Ec. (2.5).

## Temas avanzados (actuaciones)

En la p.51, al comentarse la ecuación de Euler como función de los ángulos, se indica que  $\rho_1/\rho_2$  puede cambiar con el punto operativo. Esto no puede demostrarse hasta que se haya visto el Capítulo 3 y de hecho, al final del mismo se obtiene la relación de compresión como función de  $U_2$ . Junto con el **rendimiento de únicamente el rotor** se puede calcular  $\rho_1/\rho_2$ , resultando expresiones complejas. Se podría ver que este cociente decrece rápidamente para flujo compresible al aumentar  $U$ . Por lo tanto, cuando se quieren analizar las actuaciones de una máquina térmica con geometría fija aparece el efecto de  $U$ , que se puede adimensionalizar con la velocidad del sonido, apareciendo el efecto del número de Mach. La Ec. 2.4 da información exacta y cerrada para máquinas de flujo incompresible y orientativa para las de compresible al desconocerse  $\rho_1/\rho_2$ .

# Temas avanzados (diseño)

- La ecuación de Euler prescribe la potencia intercambiada con el flujo según la configuración de la corriente media y  $U$ .
- **Borde de entrada:** El ensayo de hileras (cascadas) 2D de álabes nos indica que las degradaciones de energía (pérdida de presión total) se minimizan con incidencia de la corriente media  $i_p$  nula o ligeramente negativa, por lo que conviene elegir una incidencia así en condiciones nominales operativas.
- **Borde de salida:** Es necesario insertar una hilera de perfiles a cada altura del álabe  $dr$  que proporcione la corriente a la salida buscada, para lo cual ha de conocerse la desviación  $\delta_p$  media que produce. Ésta depende fundamentalmente de la incidencia y de la solidez  $\sigma$  (fuera de condiciones de desprendimiento) y en menor medida de la forma del perfil (**Capítulo 7 de Lecuona y Nogueira, 2000 [1]**). Por lo tanto es necesario elegir una solidez.
- Para conocer la capacidad que tiene el diseño elegido de convertir  $\tau_{fl}$  en salto de presión y de temperatura hemos de aplicar la ecuación de la energía, que es objeto del capítulo siguiente así como el segundo principio de la termodinámica, el cual nos puede decir cuanta energía se degrada en energía térmica.
- Aunque los álabes de máquinas mixtas son más complejos (3D) también ocurren degradaciones mínimas con incidencias de la corriente media al perfil nulas o ligeramente negativas. Lo mismo ocurre con álabes radiales.
- Se conoce bien la desviación  $\delta_p$  de coronas de álabes de salida radial, tanto por experimentación como por teorías específicas.