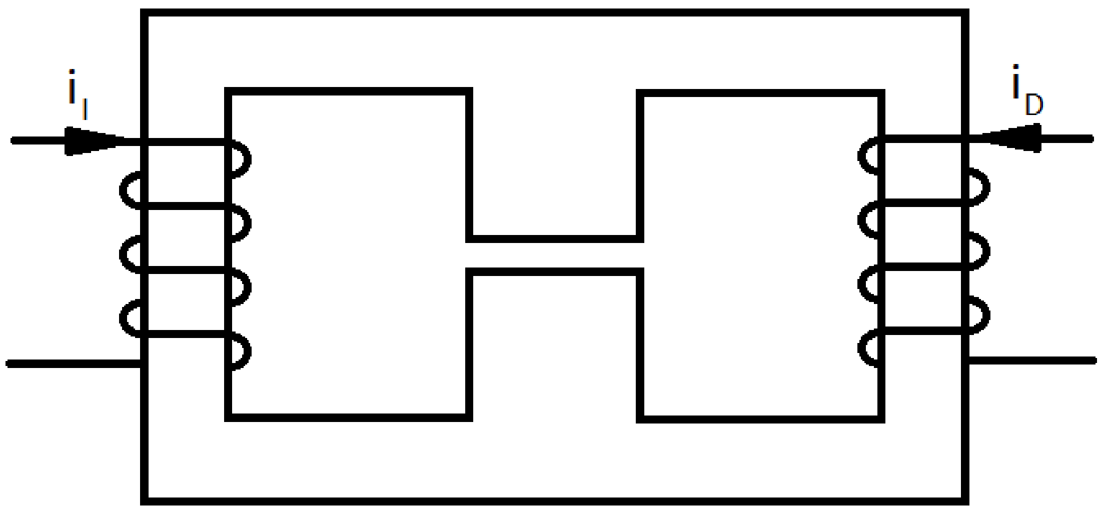
En la figura se muestra el circuito magnético de dos inductancias acopladas. Las dimensiones del circuito magnético son:

Altura de las columnas: 35 cm
Anchura de las columnas laterales: 5 cm
Anchura de las culatas: 5 cm
Anchura de la columna central: 10 cm
Longitud de la culata: 45 cm
Profundidad del núcleo: 5 cm
Espesor del entrehierro: 5 mm

La permeabilidad relativa del hierro es 2.000. La bobina de la derecha tiene 300 espiras y la de la columna de la izquierda 400 espiras.

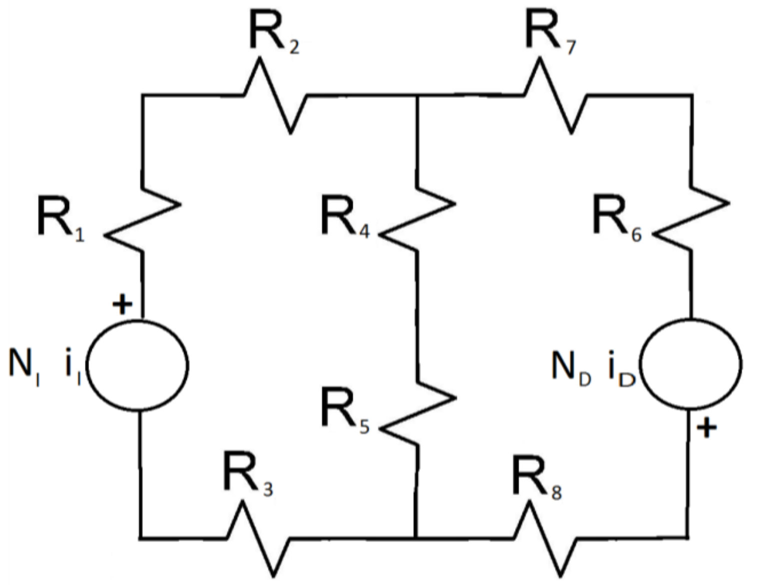
Se pide:

1) Flujo en cada una de las ramas del circuito cuando por la bobina de la derecha circula una intensidad de 1 A (con el sentido indicado en la figura) mientras que la bobina de la izquierda está a circuito abierto.
2) Flujo en cada una de las columnas del circuito cuando por ambas bobinas circula 1 A con el sentido indicado en la figura.
3) Inductancia propia de la bobina de la derecha.
4) Inductancia mutua entre bobinas
5) Inductancia propia de la bobina de la izquierda
6) Energía magnética almacenada en las condiciones del apartado 2



Solución

El circuito eléctrico dual al circuito magnético dado es



Reluctancias

$$R_1 = R_6 = \frac{1}{\mu_0 \mu_r}\frac{l}{s} = \frac{1}{4\pi 10^{-7} 2000}\frac{30\cdot 10^{-2}}{5\cdot 5\cdot 10^{-4}} = 47.746 H^{-1}$$

$$R_2 = R_3 = R_7 = R_8 = \frac{1}{\mu_0 \mu_r}\frac{l}{s} = \frac{1}{4\pi 10^{-7} 2000}\frac{20\cdot 10^{-2}}{5\cdot 5\cdot 10^{-4}} = 31.831 H^{-1}$$

$$R_4 = \frac{1}{\mu_0 \mu_r}\frac{l}{s} = \frac{1}{4\pi 10^{-7} 2000}\frac{(30-0,5)\cdot 10^{-2}}{10\cdot 5\cdot 10^{-4}} = 23.475 H^{-1}$$

$$R_5 = \frac{1}{\mu_0 \mu_r}\frac{l}{s} = \frac{1}{4\pi 10^{-7}}\frac{5\cdot 10^{-3}}{(10+0,5)\cdot(5+0,5)\cdot 10^{-4}} = 688.982 H^{-1}$$

A pesar de que en el enunciado las cosas se me piden en un determinado orden, es más cómodo y más lógico resolver el problema en un orden distinto.

<u>Apartado 1:</u> Circula 1 A por la bobina de la derecha

$$R_9 = R_1 + 2R_2 = 111.408 H^{-1}$$

$$R_{10} = R_4 + R_5 = 712.457 H^{-1}$$

$$R_{11} = \frac{R_9 R_{10}}{R_9 + R_{10}} = 96.343 H^{-1}$$

$$\Phi_D = \frac{N_D i_D}{R_{11} + R_9} = \frac{300\cdot 1}{96343 + 111408} = 0,001444 Wb = 1,44 mWb$$ En sentido hacia abajo

$$\Phi_C = \Phi_D \frac{R_9}{R_9 + R_{10}} = 1{,}444 \frac{111408}{111408 + 712457} = 1{,}95 \cdot 10^{-4} Wb \text{ En sentido hacia arriba}$$

$$\Phi_I = \Phi_D \frac{R_{10}}{R_9 + R_{10}} = 1{,}444 \frac{712855}{111408 + 712855} = 1{,}249 mWb \text{ En sentido hacia arriba}$$

Apartado 3: Inductancia propia de la bobina de la derecha

$$L_D = \frac{N_D \Phi_D}{i_D} = \frac{300 \cdot 1{,}44 mWb}{1A} = 0{,}433H = 433mH$$

Apartado 5: Inductancia mutua entre las bobinas

$$M_{ID} = \frac{N_I \Phi_I}{i_D} = \frac{400 \cdot 1{,}249 mWb}{1A} = 0{,}499H = 499{,}5mH$$

Positiva, pues el flujo creado es del mismo sentido que el que crearía la bobina

Apartado 4: Inductancia propia de la bobina de la izquierda

En este caso no es preciso resolver el circuito magnético, ya que el circuito magnético que se le ofrece a la bobina de la derecha es idéntico al que se le ofrece a la bobina de la izquierda, y dado que

$$L = \frac{N^2}{\Re}$$

Basta con corregir el número de espiras

$$L_I = L_D \left(\frac{N_I}{N_D} \right)^2 = 0{,}433 \left(\frac{400}{300} \right)^2 = 0{,}770H = 770mH$$

Nota: La forma de resolver el apartado 4 no tiene carácter general

Apartado 2:

Ecuaciones de las mallas

$$N_I I_I = (R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5)\Phi_1 - (R_4 + R_5)\Phi_2$$
$$N_D I_D = -(R_4 + R_5)\Phi_1 + (R_4 + R_5 + R_6 + R_7 + R_8)\Phi_1$$

$400 \cdot 1 = 823.865\Phi_1$-$712.457\ \Phi_2$
$300 \cdot 1$=-$712.457\ \Phi_1$+$823.865\Phi_2$

Resolviendo

Φ_1=3,174 mWb=Φ_{izda} Hacia arriba
Φ_2=3,109 mWb=-Φ_{der} Hacia abajo
Φ_1-Φ_2=0,065 mWb= $\Phi_{central}$ Hacia abajo

Apartado 6

La expresión para obtener la energía magnética almacenada en una o varias partes del circuito es

$$W = \sum \frac{1}{2} BHV_{ol}$$

No obstante, para aplicar esta expresión se debería obtener la inducción y el campo magnético en cada una de las partes del circuito, lo cual es un tanto laborioso.

Afortunadamente, en el caso que nos ocupa me piden la energía magnética almacenada en el conjunto del circuito, sin diferenciar en si esa energía es almacenada en el hierro o en el entrehierro, de moso que se puede utilizar una expresión más sencilla para el cálculo de la energía

$$W = \frac{1}{2} L_D I_D^2 \pm M I_D I_I + \frac{1}{2} L_I I_I^2$$

En el caso que nos ocupa el signo es signo + pues la inductancia mutua es positiva.

$$W = \frac{1}{2} 0{,}433 \cdot 1^2 + 0{,}499 \cdot 1 \cdot 1 + \frac{1}{2} 0{,}77 \cdot 1^2 = 1{,}1005\, J$$