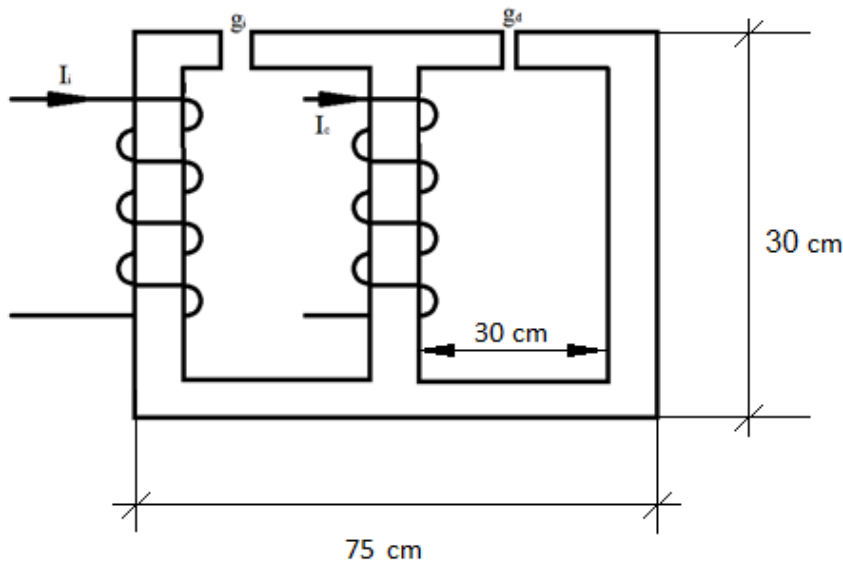


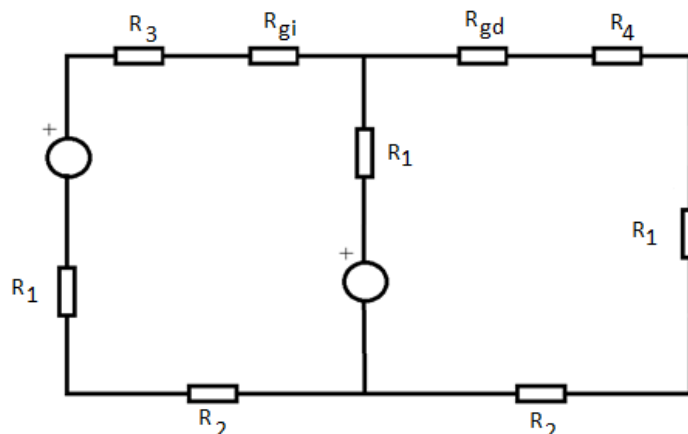
El núcleo magnético de la figura el espesor de cada una de las columnas y culatas es de 5 cm. La profundidad del núcleo es de 8 cm². La permeabilidad relativa del hierro se considera constante e igual a 400. Se desprecia el abombamiento de las líneas de campo magnético en el entrehierro. La bobina de la izquierda tiene 1000 espiras y la del centro 200 espiras. El entrehierro g_i vale 2 mm y el endrehierro $g_d=3$ mm. Por la bobina de la izquierda circula una corriente de 0,5 A en el sentido indicado. Controlando la corriente por la bobina B se puede controlar el flujo en el entrehierro. Se pide:

1. Inductancia propia de cada bobina e inductancia mutua entre bobinas
2. Corriente que debe circular por la bobina de la columna central para conseguir un flujo nulo en el entrehierro derecho.
3. Corriente que debe circular por la bobina de la columna central para conseguir un flujo nulo en la columna central
4. Energía magnética almacenada en el núcleo en las condiciones del apartado anterior



SOLUCIÓN

El equivalente eléctrico del circuito magnético es



El valor de las reluctancias es

$$R_1 = \frac{1 \text{ l}}{\mu \text{ s}} = \frac{1}{4\pi 10^{-7} 400} \frac{(30 - 5 - 5) \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 8 \cdot 10^{-4}} = 99472 \text{ H}^{-1}$$

$$R_2 = \frac{1 \text{ l}}{\mu \text{ s}} = \frac{1}{4\pi 10^{-7} 400} \frac{(30 + 5 + 5) \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 8 \cdot 10^{-4}} = 198944 \text{ H}^{-1}$$

$$R_3 = \frac{1 \text{ l}}{\mu \text{ s}} = \frac{1}{4\pi 10^{-7} 400} \frac{(40 - 0,2) \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 8 \cdot 10^{-4}} = 197949 \text{ H}^{-1}$$

$$R_4 = \frac{1 \text{ l}}{\mu \text{ s}} = \frac{1}{4\pi 10^{-7} 400} \frac{(40 - 0,3) \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 8 \cdot 10^{-4}} = 197452 \text{ H}^{-1}$$

La reluctancia de los entrehierros

$$R_{gd} = \frac{1 \text{ l}}{\mu \text{ s}} = \frac{1}{4\pi 10^{-7}} \frac{2 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 8 \cdot 10^{-4}} = 397887 \text{ H}^{-1}$$

$$R_{gi} = \frac{1 \text{ l}}{\mu \text{ s}} = \frac{1}{4\pi 10^{-7}} \frac{3 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 8 \cdot 10^{-4}} = 596831 \text{ H}^{-1}$$

Apartado 1

Para calcular la inductancia propia de la bobina de la derecha, hacemos cero la corriente por la bobina del centro

En esas condiciones la reluctancia de la rama derecha es

$$R_D = R_1 + R_2 + R_3 + R_{gi} = 1092698 \text{ H}^{-1}$$

La de la rama de la izquierda

$$R_I = R_1 + R_2 + R_4 + R_{gd} = 894252 \text{ H}^{-1}$$

La reluctancia total vista por la bobina de la izquierda es

$$R_{Tot,izda} = R_I + \frac{R_1 \cdot R_D}{R_1 + R_D} = 894252 + \frac{1092698 \cdot 99472}{1092698 + 99472} = 985424 \text{ H}^{-1}$$

El flujo en la rama de la izquierda es

$$\phi_I = \frac{N_I i_I}{R_{Tot,izda}} = \frac{1000 \cdot 0,5}{985424} = 0,507 \text{ mWb}$$

El flujo por la rama central es

$$\phi_C = \phi_I \frac{R_1 + R_2 + R_4 + R_{gd}}{2 \cdot R_1 + R_2 + R_4 + R_{gd}} = 0,507 \frac{1092698}{1092698 + 99472} = 0,465 \text{ mWb}$$

La inductancia propia de la bobina de la izquierda es

$$L_I = \frac{N_I \phi_I}{i_I} = \frac{1000 \cdot 0,507 \cdot 10^{-3}}{0,5} = 1,015 \text{ H}$$

Y la inductancia mutua entre la bobina izquierda y la central

$$M = \frac{N_C \phi_C}{i_I} = \frac{200 \cdot 0,465 \cdot 10^{-3}}{0,5} = 0,186 \text{ H}$$

Con signo menos porque induce f.e.ms de diferente polaridad

$$M = -0,186 \text{ H}$$

Para calcular la inductancia propia de la bobina de central se anula la corriente en la bobina de la izquierda e inyectamos en la bobina central una corriente arbitraria, por ejemplo 0,5 A. La reluctancia vista desde la bobina central es

$$R_{Tot,central} = R_1 + \frac{R_I R_D}{R_I + R_D} = 591254 \text{ H}^{-1}$$

El flujo de la bobina central

$$\phi_C = \frac{N_B i_B}{R_{Tot,central}} = \frac{200 \cdot 0,5}{591254} = 0,169 \text{ mWb}$$

La inductancia de la bobina central

$$L_C = \frac{N_C \phi_C}{i_C} = \frac{200 \cdot 0,169 \cdot 10^{-3}}{0,5} = 0,068 \text{ H}$$

Apartado 2: Corriente que debe circular por la bobina del centro para conseguir un flujo nulo en el entrehierro derecho

Si no circula flujo alguno por el entrehierro derecho significa que la f.m.m. aplicada a toda la rama de la derecha es nula. Para que se cumpla eso debe ocurrir que toda la f.m.m. aportada por la bobina de la izquierda caiga en la reluctancia de la parte izquierda del circuito.

Por tanto el flujo que circula por la parte izquierda del circuito será

$$\phi_I = \frac{N_I i_I}{R_1 + R_2 + R_3 + R_{gl}} = \frac{1000 \cdot 0,5}{894252} = 0,559 \text{ mWb}$$

Al no poder retornar por la columna de la derecha, ese flujo ha de retornar por la columna central, con lo que

$$\phi_I = \phi_C$$

Además, la f.m.m de la columna central debe ser también cero para que no circule flujo por la columna de la derecha

$$\phi_C R_1 + N_C i_C = 0$$

Con lo que

$$i_C = -\frac{\phi_C R_1}{N_C} = -\frac{0,559 \cdot 10^{-3} \cdot 99472}{200} = -0,278 \text{ A}$$

Corriente que debe circular por la bobina del centro para conseguir un flujo nulo en el centro

Para que no circule flujo por la bobina del centro, todo el flujo de la columna de la izquierda debe retornar por la columna de la derecha, con lo que se establece un circuito entre la columna de la izquierda y la de la derecha (ya que no va ningún flujo por la columna central)

$$\phi_l = \phi_{gd} = \frac{N_l i_l}{2 \cdot R_1 + 2 \cdot R_2 + R_3 + R_4 + R_{gi} + R_{gd}} = \frac{1000 \cdot 0,5}{1986950} = 0,252 \text{ mWb}$$

Fuerza magnetomotriz aplicada a la columna central será

$$F = \phi_{gd} (R_1 + R_2 + R_4 + R_{gd}) = 274,97 \text{ Av}$$

Por la bobina central no circula flujo alguno, de modo que la caída de fmm en la reluctancia R1 es nula y toda la fmm es debida a la fuente de fmm de la columna central.

Por tanto la corriente en la bobina central es

$$i_B = \frac{F}{N_B} = \frac{274,97}{200} = 1,375 \text{ A}$$

Energía magnética almacenada en el caso anterior

$$W = \frac{1}{2} L_l i_l^2 + \frac{1}{2} L_c i_c^2 + M i_l i_c = \frac{1}{2} 1,015 \cdot 0,5^2 + \frac{1}{2} 0,068 \cdot 1,375^2 + (-0,186) \cdot 0,5 \cdot 1,375$$

$$W = 0,127 + 0,064 - 0,128 = 0,063 \text{ J}$$