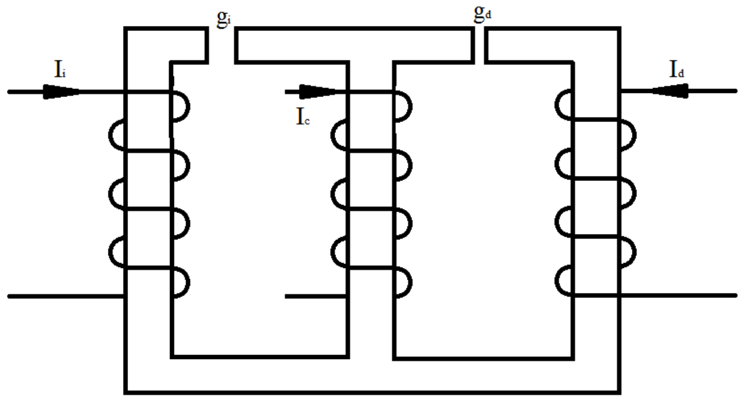
En el sistema de bobinas de la figura, el número de espiras de las bobina de la izquierda, central y derecha es, respectivamente, 500, 100 y 200. La sección recta del circuito magnético es de 25 cm^2 (igual en todo el circuito). Se desprecia el abombamiento de las líneas de inducción en el entrehierro. La permeabilidad del hierro es infinita. El espesor de los entrehierros izquierdo y derecho es, respectivamente, 3 mm y 1 mm.

Se pide:

1) Inductancia propia de las tres bobinas
2) Inductancia mutua entre las bobinas central e izquierda
3) Inductancia mutua entre las bobinas central y derecha
4) Inductancia mutua entre las bobinas derecha e izquierda
5) Flujo por la columna central si I_i=2A, I_c=0A e I_d= - 3A (indicar el sentido del flujo).
6) Energía magnética almacenada en cada uno de los entrehierros en ese caso.



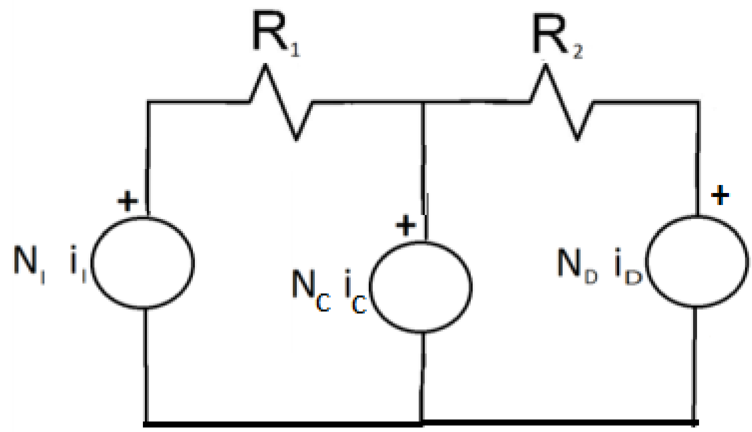
Solución

El circuito equivalente eléctrico es el de la figura

Las reluctancias valen

$$R_{gi} = \frac{1}{\mu_0}\frac{l}{s} = \frac{1}{4\pi 10^{-7}}\frac{3\cdot 10^{-3}}{25\cdot 10^{-4}} = 954.930\ H^{-1}$$

$$R_{gd} = \frac{1}{\mu_0}\frac{l}{s} = \frac{1}{4\pi 10^{-7}}\frac{1\cdot 10^{-3}}{25\cdot 10^{-4}} = 318.310\ H^{-1}$$



Para hallar la inductancia propia de la bobina de la izquierda inyectamos 1 A en dicha bobina y cero en las otras dos. La reluctancia de la columna de la derecha queda puenteada por la reluctancia de la columna central, con lo que el flujo en la bobina de la izquierda será:

$$\Phi_i = \frac{N_i i_i}{R_{gi}} = \frac{500 \cdot 1}{954930} = 0{,}524\ mWb$$ En sentido hacia arriba

La inductancia propia de la bobina de la izquierda y las mutuas respecto de las otras dos boninas será

$$L_i = \frac{N_i \Phi_i}{i_i} = \frac{500 \cdot 0{,}524 mWb}{1A} = 0{,}262\ H = 262\ mH$$

$$M_{ic} = \frac{N_c \Phi_c}{i_i} = -\frac{100 \cdot 0{,}524 mWb}{1A} = -0{,}052\ H = -52\ mH$$

$$M_{id} = \frac{N_d \Phi_d}{i_i} = \frac{200 \cdot 0}{1A} = 0\ H$$

Para hallar la inductancia propia de la bobina de la derecha inyectamos 1 A en dicha bobina y cero en las otras dos. El flujo en la bobina de la derecha será:

$$\Phi_d = \frac{N_d i_d}{R_{gd}} = \frac{200 \cdot 1}{318310} = 0{,}628\ mWb$$ En sentido hacia arriba

La inductancia propia de la bobina de la derecha y las mutuas respecto de las otras dos bobinas será

$$L_d = \frac{N_d \Phi_d}{i_d} = \frac{200 \cdot 0{,}628 mWb}{1A} = 0{,}126\ H = 126\ mH$$

$$M_{dc} = \frac{N_c \Phi_c}{i_d} = -\frac{100 \cdot 0{,}628 mWb}{1A} = -0{,}063\ H = -63\ mH$$

$$M_{id} = \frac{N_i \Phi_i}{i_d} = \frac{500 \cdot 0}{1A} = 0\ H$$

Para hallar la inductancia propia de la bobina central inyectamos 1 A en dicha bobina y cero en las otras dos. La reluctancia vista por la bobina central es

$$R_c = \frac{R_{gd} R_{gi}}{R_{gd} + R_{gi}} = 238.732\ H^{-1}$$

El flujo en la bobina central será:

$$\Phi_c = \frac{N_c i_c}{R_c} = \frac{100 \cdot 1}{238732} = 0{,}412\ mWb$$

En sentido hacia arriba

El flujo en las columnas derecha e izquierda será

$$\Phi_d = \Phi_c \frac{R_{gi}}{R_{gi} + R_{gd}} = 0{,}412 \frac{954930}{954930 + 318310} = 3{,}142 \cdot 10^{-4} Wb$$

En sentido hacia abajo

$$\Phi_i = \Phi_c \frac{R_{gd}}{R_{gi} + R_{gd}} = 0{,}412 \frac{318310}{954930 + 318310} = 1{,}047 \cdot 10^{-4} Wb$$

En sentido hacia abajo

La inductancia propia de la columna central y las mutuas respecto de las otras dos bobinas es

$$L_c = \frac{N_c \Phi_c}{i_c} = \frac{100 \cdot 0{,}419 mWb}{1A} = 0{,}042\ H = 42\ mH$$

$$M_{ic} = \frac{N_i \Phi_i}{i_c} = -\frac{500 \cdot 0{,}105 mWb}{1A} = -0{,}105\ H = -52\ mH$$

$$M_{dc} = \frac{N_d \Phi_d}{i_c} = -\frac{200 \cdot 0{,}314 mWb}{1A} = -0{,}063\ H = -63\ mH$$

Apartado 5: Flujos para I_i=2 A, I_c=0 A e I_d= -3 A

$$\Phi_i = \frac{L_i i_i + M_{ic} i_c + M_{id} i_d}{N_i} = \frac{0{,}262\cdot 2 - 0{,}052\cdot 0 - 0\cdot(-3)}{500} = 1{,}05\ mWb$$

Al ser positiva significa que el sentido es acorde con la regla de sacacorchos aplicada a la referencia de i_i, esto es, hacia arriba.

$$\Phi_c = \frac{M_{ic} i_i + L_c i_c + M_{cd} i_d}{N_c} = \frac{-0{,}052\cdot 2 + 0{,}042\cdot 0 - 0{,}062\cdot(-3)}{100} = -0{,}84\ mWb$$

Al ser negativa significa que el sentido no es acorde con la regla de sacacorchos aplicada a la referencia de i_c, esto es, el flujo en la columna central va hacia abajo.

$$\Phi_d = \frac{M_{dc} i_i + M_{dc} i_c + L_d i_d}{N_d} = \frac{0\cdot 2 + 0{,}062\cdot 0 + 0{,}126\cdot(-3)}{200} = -0{,}188\ mWb$$

Al ser negativa significa que el sentido no es acorde con la regla de sacacorchos aplicada a la referencia de id, esto es, el flujo va hacia abajo.

Apartado 6

La expresión para obtener la energía magnética almacenada en los entrehierros es

$$W = \frac{1}{2} BHV_{ol\_g} = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} V_{ol\_g}$$

La inducción en los entrehierros es

$$B_{gi} = \frac{\phi_i}{S_i} = \frac{1{,}047\ mWb}{2{,}5\cdot 10^{-3}\ m^2} = 0{,}419\ T$$

$$B_{gd} = \frac{\phi_d}{S_d} = -\frac{1{,}885\ mWb}{2{,}5\cdot 10^{-3}\ m^2} = -0{,}754\ T$$

La energía magnética almacenada será

$$W_{gi} = \frac{1}{2}\frac{0{,}419^2}{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}} 0{,}003\cdot 0{,}0025 = 0{,}524\ J$$

$$W_{gd} = \frac{1}{2}\frac{(-0{,}754)^2}{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}} 0{,}001\cdot 0{,}0025 = 0{,}565\ J$$