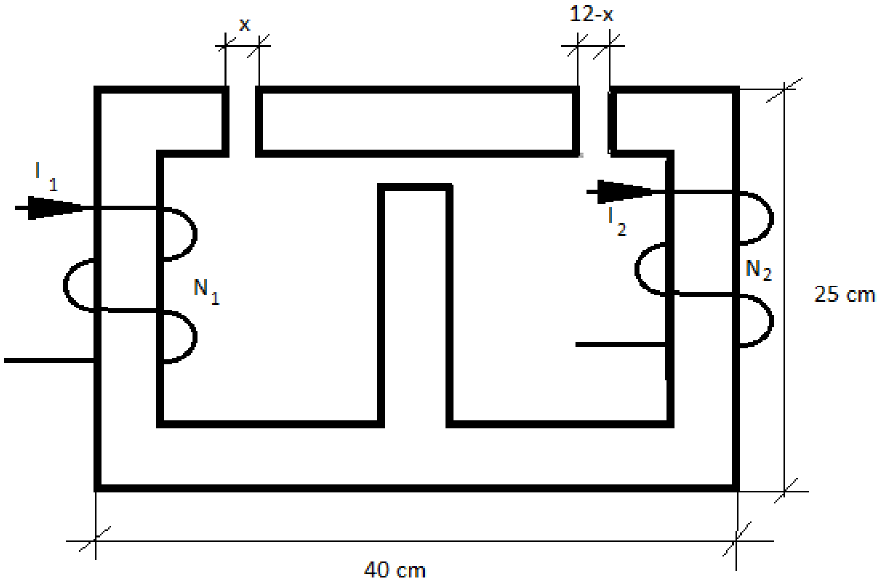
En el circuito magnético de la figura, el número de espiras de la bobina de la izquierda y de la bobina de la derecha son $N_1$=200 y $N_2$=400 respectivamente. La sección del circuito magnético (igual en todas las partes) es de 16 $cm^2$. El entrehierro entre la pieza móvil y la columna central es de 1 mm. El valor máximo del entrehierro (esto es, cuando x=0) es l=12 cm. Se desprecia la reluctancia del hierro.

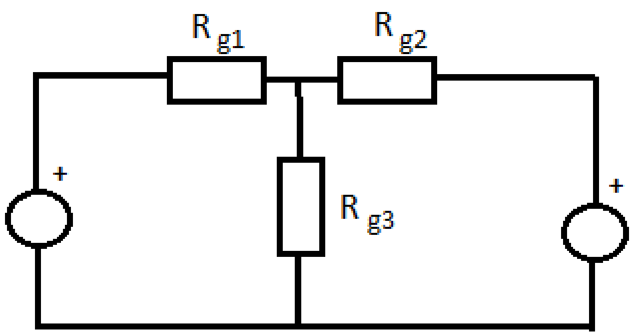
Las bobinas están alimentadas en corriente continua y las intensidades por las bobinas de la izquierda son y de la derecha, respectivamente $i_1$=7 A e $i_2$=5 A. Calcular:

1) La inductancias propias e inductancias mutuas de las bobinas
2) Energía magnética almacenada con las corrientes indicadas si x=3 cm




Solución

Despreciando la reluctancia del hierro, el circuito eléctrico dual del circuito magnético de la figura es:




Las reluctancias son

$$\Re_{g1} = \frac{1}{\mu_0}\frac{l}{S} = \frac{1}{4\pi 10^{-7}}\frac{x\cdot 10^{-2}}{4\cdot 4\cdot 10^{-4}} = 4.973.590x\ H^{-1}$$

$$\Re_{g2} = \frac{1}{\mu_0}\frac{l}{S} = \frac{1}{4\pi 10^{-7}}\frac{(12-x)\cdot 10^{-2}}{4\cdot 4\cdot 10^{-4}} = 59.683.104 - 4.973.590x\ H^{-1}$$

$$\Re_{g3} = \frac{1}{\mu_0}\frac{l}{S} = \frac{1}{4\pi 10^{-7}}\frac{1\cdot 10^{-3}}{4\cdot 4\cdot 10^{-4}} = 497.359\ H^{-1}$$

Para calcular la inductancia de la bobina de la izquierda inyectamos 1 A por dicha bobina y 0 A por la bobina de la izquierda.

La reluctancia vista desde la bobina de la izquierda es

$$\Re_{Tot\_izda} = \Re_{g1} + \frac{\Re_{g3}\Re_{g2}}{\Re_{g3} + \Re_{g2}}$$

$$\Re_{Tot\_izda} = 4,974\cdot 10^{6}x + \frac{4,974\cdot 10^{5}\cdot\left(-4,974\cdot 10^{6}x + 5,97\cdot 10^{7}\right)}{-4,974\cdot 10^{6}x + 6,018\cdot 10^{7}}$$

Operando se llega a

$$\Re_{Tot\_izda} = \frac{-2,47\cdot 10^{13}x^{2} + 2,97\cdot 10^{14}x + 2,97\cdot 10^{13}}{-4,974\cdot 10^{6}x + 6,018\cdot 10^{7}} = \frac{-2,47\cdot 10^{7}x^{2} + 2,97\cdot 10^{8}x + 2,97\cdot 10^{7}}{-4,974\cdot x + 60,18}$$

Y el flujo será

$$\Phi_{izda} = \frac{N_1 I_1}{\Re_{Tot\_izda}} = \frac{200\cdot 1\cdot\left(-4,974x + 60,18\right)}{-2,47\cdot 10^{7}x^{2} + 2,97\cdot 10^{8}x + 2,97\cdot 10^{7}}$$

$$\Phi_{izda} = \frac{-9,95x + 120,36}{-2,47\cdot 10^{5}x^{2} + 2,97\cdot 10^{6}x + 2,97\cdot 10^{5}}$$

La parte de este flujo que se deriva por la columna de la derecha es

$$\Phi_{der} = \Phi_{izda}\frac{R_{g3}}{R_{g3} + R_{g2}}$$

$$\Phi_{der} = \frac{-9,95x + 120,36}{-2,47\cdot 10^{5}x^{2} + 2,97\cdot 10^{6}x + 2,97\cdot 10^{5}}\cdot\frac{4,97\cdot 10^{5}}{-4,97\cdot 10^{6}x + 6,018\cdot 10^{7}}$$

Y operando

$$\Phi_{der} = \frac{-4,95x + 59,86}{1,23\cdot 10^{6}x^{3} - 2,97\cdot 10^{7}x^{2} + 1,77\cdot 10^{8}x + 1,79\cdot 10^{7}}$$

La inductancia propia de la bobina de la izquierda es

$$L_{izda} = \frac{N_1 \Phi_{izda}}{I_1} = \frac{-1{,}99x + 24{,}07}{-247x^2 + 2968x + 297}$$

La inductancia mutua entre bobinas será

$$M = -\frac{N_2 \Phi_{der}}{I_1} = -\frac{-1{,}98x + 23{,}95}{1{,}23 \cdot 10^3 x^3 - 2{,}97 \cdot 10^4 x^2 + 1{,}77 \cdot 10^5 x + 1{,}79 \cdot 10^4}$$

Para calcular la inductancia propia de la bobina de la derecha calcularemos en primer lugar la reluctancia vista por dicha bobina

$$\Re_{Tot\_der} = \Re_{g2} + \frac{\Re_{g3} \Re_{g1}}{\Re_{g3} + \Re_{g1}}$$

$$\Re_{Tot\_der} = -4{,}97 \cdot 10^6 x + 5{,}97 \cdot 10^7 + \frac{2{,}47 \cdot 10^6 x}{4{,}97x + 0{,}50}$$

$$\Re_{Tot\_der} = \frac{-2{,}47 \cdot 10^8 x^2 + 2{,}97 \cdot 10^9 x + 2{,}97 \cdot 10^8}{49{,}74x + 4{,}97}$$

Y por tanto, el coeficiente de autoinducción de la bobina derecha es

$$L_{der} = \frac{N_2^2}{\Re_{Tot\_der}} = \frac{79{,}6x + 7{,}96}{-2.474 \cdot x^2 + 29.684x + 2968}$$

<u>Apartado 2: Energía magnética almacenada</u>

Para x=3

$$L_{izda} = \frac{-1{,}99x + 24{,}07}{-247x^2 + 2968x + 297} = 2{,}6\ mH$$

$$M = -\frac{-1{,}98x + 23{,}95}{1{,}23 \cdot 10^3 x^3 - 2{,}97 \cdot 10^4 x^2 + 1{,}77 \cdot 10^5 x + 1{,}79 \cdot 10^4} = -5{,}75 \cdot 10^{-5}\ H$$

$$L_{der} = \frac{79{,}6x + 7{,}96}{-2.474 \cdot x^2 + 29.684x + 2968} = 3{,}5\ mH$$

$$W = \frac{1}{2} L_{izq} I_1^2 + \frac{1}{2} L_{der} I_2^2 + M I_1 I_2 = \frac{1}{2} 2{,}6 \cdot 7^2 + \frac{1}{2} 3{,}5 \cdot 5^2 - 5{,}75 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 7$$

$$W = 0{,}105\ J$$