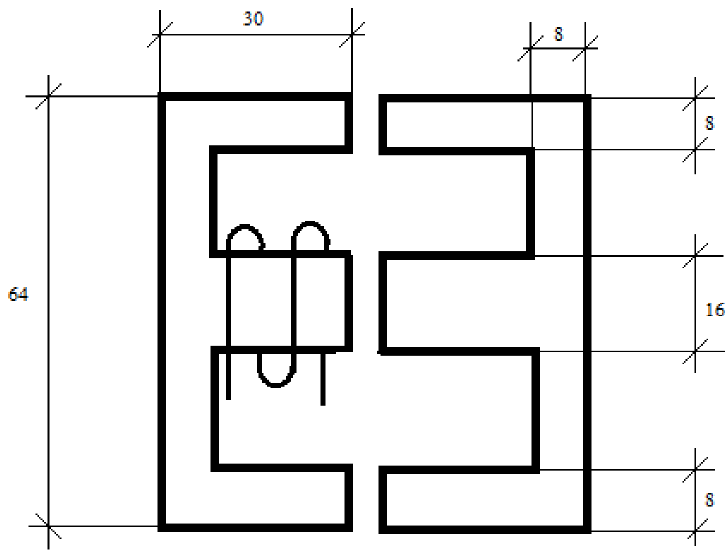
En la figura se muestra el núcleo magnético de un contactor compuesto por dos armaduras idénticas en forma de E, cuya profundidad es 12 mm (las dimensiones de la figura se dan en mm). La bobina del contactor tiene 500 vueltas de hilo y una resistencia de 20 Ω. La armadura en la que está alojada la bobina es fija, mientras que la armadura que no tiene bobina puede desplazarse en sentido horizontal. En la posición de reposo la distancia entre armaduras es de 6 mm, mientras que cuando el contactor está excitado la separación es de 1 mm (debido a un tope mecánico). La permeabilidad relativa del hierro se tomará como constante e igual a 1.500. Se desprecia el abombamiento de las líneas de campo en el entrehierro. Se pide:

1) Coeficiente de autoinducción de la bobina en las dos posiciones extremas
2) Calcular la fuerza en la posición de reposo cuando circula por la bobina una corriente sinusoidal de 4,25 A de valor de cresta y de frecuencia 50 Hz.
3) Calcular la tensión que es preciso aplicar a la bobina en régimen permanente cuando el contactor está excitado para que circule la intensidad indicada en el apartado precedente



Solución:

La evolución de la corriente en la bobina en el tiempo es

$$i = 4{,}25 \cos \omega t = 3\sqrt{2} \cos \omega t$$

El circuito equivalente eléctrico del circuito magnético del contactor se muestra en la siguiente figura.

El valor de las reluctancias es

$$R_1 = \frac{1}{4\pi 10^{-7} 1500} \frac{(32-4)\cdot 10^{-3}}{12\cdot 10^{-3} \cdot 8\cdot 10^{-3}} = 154\,734\ H^{-1}$$

$$R_2 = \frac{1}{4\pi 10^{-7} 1500} \frac{(30-4)\cdot 10^{-3}}{12\cdot 10^{-3} \cdot 8\cdot 10^{-3}} = 143\,682\ H^{-1}$$

$$R_3 = \frac{1}{4\pi 10^{-7} 1500} \frac{(30-4)\cdot 10^{-3}}{12\cdot 10^{-3}\cdot 16\cdot 10^{-3}} = 71\,841\; H^{-1}$$

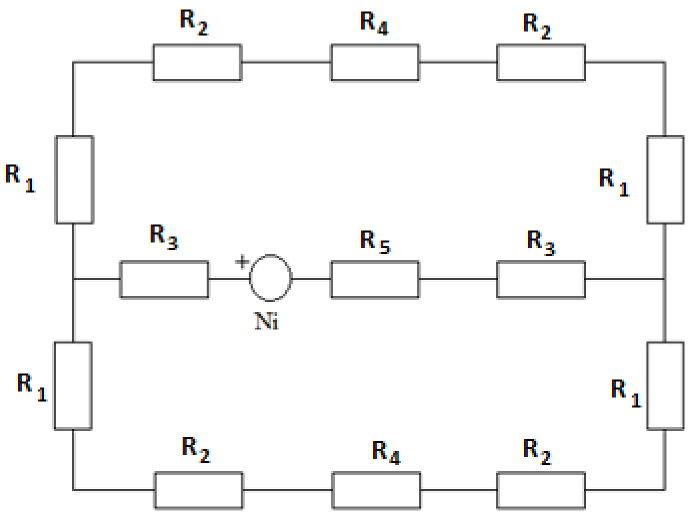


Figura 1

La reluctancia de los entrehierros es

$$R_4 = \frac{1}{4\pi 10^{-7}} \frac{x\cdot 10^{-3}}{12\cdot 10^{-3}\cdot 8\cdot 10^{-3}} = 8\,289\,320x\; H^{-1}$$

$$R_5 = \frac{1}{4\pi 10^{-7}} \frac{x\cdot 10^{-3}}{12\cdot 10^{-3}\cdot 16\cdot 10^{-3}} = 4144\,660x\; H^{-1}$$

El circuito eléctrico de la figura 1 se puede reducir al de la figura 2, con

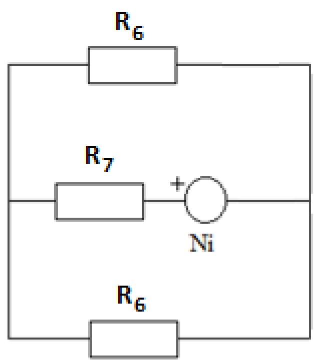


Figura 2

$$R_6 = 2\cdot R_1 + 2\cdot R_2 + R_4 = 596\,831 + 8\,289\,320x\; H^{-1}$$

$$R_7 = 2\cdot R_3 + R_5 = 143\,682 + 4144\,660x\; H^{-1}$$

La reluctancia total vista por la fuente es

$$R_{Tot} = \frac{R_6}{2} + R_7 = 442\,097 + 8\,289\,320x\ H^{-1}$$

La inductancia de la bobina es

$$L = \frac{N^2}{R_{Tot}} = \frac{500^2}{442\,097 + 8\,289\,320x}\ H$$

El coeficiente de autoinducción para x=1 vale L=28,63 mH

El coeficiente de autoinducción para x=6 vale L=4,98 mH

La energía magnética almacenada es

$$W = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\frac{500^2}{442\,097 + 8\,289\,320x}4{,}25^2\cos^2\omega t$$

$$W = \frac{4516}{442\,097 + 8\,289\,320x}\cos^2\omega t = \frac{1}{97{,}9 + 1836x}\cos^2\omega t$$

La fuerza se obtiene como

$$F = \frac{dW}{dt} = -\frac{1836}{97{,}9 + 1836x}\cos^2\omega t$$

Como se puede ver, en un contactor alimentado en corriente alterna la fuerza entre armaduras es pulsante y pasa dos veces por cero en un ciclo de la corriente de alimentación (figura 3)

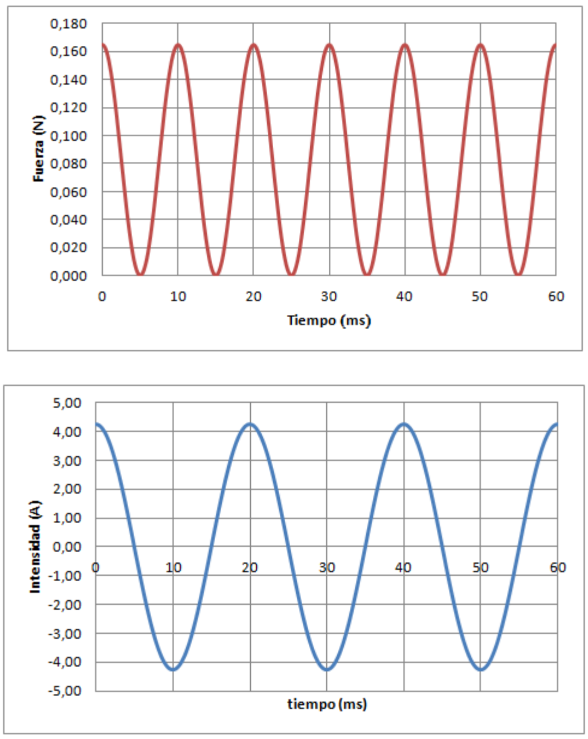


Figura 3: Fuerzo sobre el contactor en la posición de reposo

Cuando el contactor está en reposo x=6 mm y la fuerza vale

$$F = -0{,}165\cos^2 \omega t\,[N]$$

El signo – hace referencia a que la fuerza que se ejerce sobre la pieza móvil va hacia la izquierda.

Apartado 4

$$u = Ri + L\frac{di}{dt}$$

Sustituyendo

$$u = 20 \cdot 3 \cdot \sqrt{2}\cos\omega t + 28{,}63 \cdot 10^{-3}\frac{d}{dt}(3\sqrt{2}\cos\omega t)$$
$$u = 60 \cdot \sqrt{2}\cos\omega t + 28{,}63 \cdot 10^{-3} 3 \cdot \omega\sqrt{2} sen\omega t$$

$$u = 60 \cdot \sqrt{2}\cos\omega t + 27 \cdot \sqrt{2} sen\omega t = 65{,}8 \cdot \sqrt{2}\cos(\omega t + 24{,}22^{\circ})$$

De otra forma, se puede calcular el valor eficaz de la tensión como

$$\overline{U} = (R + jX)I$$

Donde

$$X = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 9\,\Omega$$

$$\overline{U} = (20 + j9)3 = 65{,}8\ \angle 24{,}22^{\circ}$$